

Vito Volterra

## LE MATEMATICHE IN ITALIA NELLA SECONDA METÀ DEL SECOLO XIX<sup>1</sup>

Nel novembre dell'anno 1860 un giovane trentenne saliva per primo la cattedra di geometria superiore nell'antica Università di Bologna.

Era l'anno medesimo in cui tante memorabili imprese ricostituivano la nazione e tanti inaspettati avvenimenti rinnovavano tutta la vita italiana. Ma l'eco degli strepiti della guerra ed il clamore che suscitava il costituirsi del nuovo regno non coprivano la voce di Luigi Cremona, il quale dalla cattedra bolognese esponeva il largo programma, che egli stesso e la scuola, che prese il nome da lui, dovevano svolgere e svolsero, e le nobili parole pronunziate nella sua prolusione volarono e si ripercossero per tutta Italia.

È con un sentimento di soddisfazione che oggi, trascorso un mezzo secolo, misurando il cammino percorso, possono rievocarsi gli alti eccitamenti che il Cremona allora rivolgeva ai giovani scienziati italiani. All'appello del nuovo professore rispondevano i sentimenti ed i voti universali in Italia; liete speranze arridevano negli animi nei quali il compiacimento per la Patria novellamente e faticosamente conquistata si associava alla aspirazione verso i più elevati ideali scientifici<sup>2</sup>.

Il Betti aveva inaugurato in Pisa, pochi mesi prima, con eguali propositi, il suo insegnamento di alta analisi e geometria. A Pavia, quasi contemporaneamente, il Brioschi iniziava il corso di analisi superiore e lo stesso insegnamento a Napoli Emanuele Fergola incominciava pure in quell'anno, mentre il Battaglini dava principio alle sue nuove lezioni di geometria superiore.

L'Italia ebbe allora chiara coscienza che un'alta missione intellettuale le spettava per le sue antiche tradizioni e per il posto che nuovamente veniva ad occupare nel mondo civile.

Il Matteucci, fisico di grande ingegno, che consacrò i suoi ultimi anni alla organizzazione degli studi italiani, negli albori del nuovo regno, preparando gli ordinamenti scolastici, diceva al Parlamento che una nazione la quale vuol essere libera e grande, non vive soltanto di soldati e di strade ferrate, e che male si intenderebbe l'Italia risorta a nazione se nelle arti, nelle lettere e nelle scienze, non ripigliasse quel posto che l'aveva distinta altre volte.

E Quintino Sella, che forse meglio di ogni altro raccolse nella sua grande anima i sentimenti della parte più eletta della nazione, e meglio comprese quali gravi doveri morali incombessero all'Italia il giorno in cui compì la sua grande opera politica prendendo possesso della città eterna, al Mommsen, che gli diceva che a Roma non si sta senza avere propositi cosmopoliti, rispondeva: «Sì, un proposito cosmopolita non possiamo non averlo a Roma: quello della scienza»; e solennemente dinanzi al Parlamento affermava: «L'Italia ha un debito d'onore verso l'umanità... la scienza per noi a Roma è un dovere supremo».

---

<sup>1</sup> Discorso pronunziato alla solenne inaugurazione del Congresso internazionale dei Matematici in Roma il 6 aprile 1908. Cfr. G. Castelnuovo (a cura di), *Atti del IV Congresso internazionale dei Matematici*, vol. I (Roma, 1909), pp. 55-65.

<sup>2</sup> Nota di Volterra: Prolusione al corso di geometria superiore letta nell'Università di Bologna nel novembre 1860 da Luigi Cremona (*Il Politecnico*, 1861).

Nessuna meraviglia dunque se, nel seguire lo svolgimento delle scienze, si osserva una trasformazione improvvisa nel pensiero italiano, dovuta al rapido suo progredire e diffondersi, ed ai nuovi caratteri di cui si riveste e si arricchisce negli anni che seguono il periodo del risorgimento politico.

Presentare nei brevi termini che mi sono concessi lo sviluppo delle matematiche in Italia negli ultimi anni, ecco il compito che mi sono oggi prefisso.

Di vari elementi bisogna tener conto per ben comprendere quali furono i fattori che contribuirono al recente sviluppo degli studi presso di noi e per ben sceverare la parte che ciascuno di essi ha avuta.

Dobbiamo dapprima aver riguardo ai caratteri proprii del genio italiano rivelatisi in una lunga e non interrotta tradizione che, movendo dalle scuole dell'antichità, giunge fino al nostro secolo; esaminare poi l'effetto prodotto dai nuovi metodi di insegnare e di apprendere, e la proficua emulazione che sortì dal cozzare delle opposte tendenze. Infine è d'uopo vedere l'influenza che le scoperte dei matematici stranieri ebbero su di noi, l'azione che esercitò il carattere sempre più universale acquistato dalla scienza e la feconda virtù dei rapporti internazionali ognor più stretti e delle correnti sempre più vive di pensiero che si stabilirono.

\*

\* \*

Con una di quelle frasi scultorie proprie del suo stile concettoso il Beltrami così giudica un libro del Cesàro: «Al libro spetta davvero il requisito dell'italianità, vale a dire di quel *quid* che risulta dal connubio della serietà coll'agilità della parola e del pensiero, cioè dell'elaborazione artistica del materiale scientifico»<sup>3</sup>.

Nessuna parola più efficacemente ed in modo più sobrio e preciso potrebbe caratterizzare la produzione matematica italiana non solo recente ma di tutti i tempi.

Il sentimento artistico, inteso nel suo significato più alto e comprensivo, ha avuto ed ha una gran parte nelle scoperte geometriche. Si comprende quindi come la matematica, la scienza che non solo è la più pura e la più ideale, ma è la più schiettamente artistica delle scienze, abbia potuto trovare, sino dalle epoche lontane, un terreno favorevole per svilupparsi in Italia, ove il genio artistico è innato nelle genti e ben si comprende il carattere dell'opera matematica prodotta dagli ingegni italiani, carattere che si ravviserà nelle varie scuole e nelle diverse tendenze che avremo occasione di esaminare.

Uscirei dai limiti che mi sono prescritto se io volessi seguire la tradizione in tutto il suo lungo cammino, dall'epoca classica, attraverso il medio evo, il rinascimento, fino ad ora, o se anche solo mi soffermassi alla prima metà del secolo scorso, la quale segna forse il periodo più triste e più oscuro. Triste ed oscuro periodo, nel quale le discordie intestine quasi si rispecchiano nelle intransigenze e nelle intolleranze scientifiche.

È nota, per quanto ne ha scritto il Loria, la storia della scuola matematica che imperò a Napoli al principio del secolo XIX. In essa, uomini che pure erano di ingegno, avversarono le grandi scoperte di Lagrange e quanto era moderno e nuovo nella scienza, stimando opera meritoria il ricondurla indietro di parecchi secoli. È stato molte volte ripetuto che al Battaglini, prima del 1860, non venne affidato nessun pubblico insegnamento; in un concorso egli era rimasto soccombente e la ragione fu

---

<sup>3</sup> Nota di Volterra: Queste parole sono tolte da una lettera che il Beltrami scrisse al Cesàro. Esse vennero riportate nella biografia del Cesàro che il prof. Alfredo Perna pubblicò nel vol. XLV del *Giornale di matematiche di Battaglini* diretto dal prof. A. Capelli (Napoli. 1907).

che nella trattazione del tema si era ispirato alle vive e feconde idee del Salmon, anzichè agli antichi metodi di Newton.

Si racconta poi, e mi permetto di ripeterlo come indice dei tempi, che in Toscana verso il 1835 un cultore di diritto ecclesiastico (studioso anche di lingue orientali) ed un algebrista chiesero le rispettive cattedre dell'Università. Nell'assegnarle vennero per errore scambiate; il matematico fu nominato professore di gius canonico e il giurista ebbe l'algebra. Le proteste degli interessati a nulla valsero perchè i «motupropri» di nomina erano ormai firmati e non si volle mutarli. Il matematico rinunziò, ma il giureconsulto orientalista insegnò algebra, ripetendo a memoria il Francoeur, per tutta la vita.

Nondimeno sarebbe cosa ingiusta il tacere che in questo intervallo di tempo luminosi sprazzi di luce di tratto in tratto si manifestarono in Italia; nomi illustri ed opere ben conosciute lo attestano. Il mio collega prof. Cerruti, nella passata riunione della Società italiana per il progresso delle scienze, ha lumeggiato con rara maestria questo periodo ed ha illustrato alcune importanti ricerche che vi si compirono od iniziarono<sup>4</sup>. Ciò che mancava in quel primo cinquantennio il Cremona lo nota con sagacia e lo enuncia con rude franchezza nella sua celebre prolusione. I retri ordinamenti delle nostre scuole ed il piccol numero delle cattedre impedivano che si allargasse il campo della istruzione universitaria e che si atterrasero le colonne d'Ercole dei programmi ufficiali. I nobili sforzi di uomini egregi riescivano il più sovente infruttuosi perchè mancanti di ogni connessione fra loro e perchè avversati spesso dai Governi del tempo pei quali l'ignoranza pubblica era valido sostegno al potere.

Fu primo e luminoso pensiero del Governo nazionale la istituzione delle cattedre speciali di insegnamento superiore delle matematiche, cattedre che affidò agli uomini illustri di cui facemmo i nomi, ai quali, man mano, altri non meno illustri seguirono. Così d'un tratto un nuovo ambiente si formò ed un'era nuova ebbe principio.

I professori, nel pieno vigore della loro produzione intellettuale e del loro entusiasmo per la ricerca scientifica, erano chiamati ad insegnare ciò che essi medesimi giorno per giorno studiavano e scoprivano; gli allievi dovevano assistere alla creazione della scienza con tutte le sue lotte, le sue difficoltà, i suoi pentimenti, le sue crisi, le sue dolci vittorie, e dovevano essi stessi, alla loro volta, lavorare accanto ed insieme agli uomini di genio che li avevano iniziati.

Le scuole che in tal modo si formarono e che valsero, per la connessione degli sforzi e per la continuità degli intenti, non solo a far risplendere gli ingegni meglio dotati, ma anche a rendere proficua l'opera di menti meno elevate, possono facilmente riconoscersi; è poi agevole in esse scoprire e seguire l'origine e la filiazione dei vari e più importanti pensieri.

\*

\* \*

Enrico Betti a Pisa ed Eugenio Beltrami, prima a Pavia e poi a Roma, furono per circa un trentennio i due campioni della fisica matematica in Italia.

Di ingegno e di coltura diversa (già maestro il primo nelle teorie algebriche e scopritore originale l'altro nel campo geometrico, prima ancora che si consacrassero alle applicazioni dell'analisi ai problemi fisici), salirono in alta fama anche in questo ramo di studi, del quale svolsero, nella loro lunga carriera, quasi tutte le parti più astratte e teoriche, lasciandovi l'impronta del loro genio.

---

<sup>4</sup> Nota di Volterra: *Le matematiche pure e miste nei primi dodici Congressi della Società Italiana per il progresso delle scienze*, per il prof. V. Cerruti (Atti della Società Italiana per il progresso delle Scienze – Congresso di Parma, settembre 1907).

Le ricerche che il Betti, parallelamente con i suoi corsi, sviluppò sul potenziale, sulla elasticità e sul calore non possono considerarsi staccate le une dalle altre, giacchè un unico pensiero le guida, pensiero che passò da lui a quelli che lo seguirono, e, man mano, andò affinandosi e completandosi sino a raggiungere gli ultimi e più perfetti risultati.

I concetti ed i metodi fondamentali di Green avevano aperto la via maestra per la integrazione generale della equazione di Laplace, base della teoria del potenziale; scopo del Betti fu di trasportare gli stessi metodi, prima nel campo della scienza dell'equilibrio elastico, poi in quella del calore.

Coi lavori del Betti, come ben mostrò il Marcolongo in un suo succoso riassunto storico<sup>5</sup>, si inaugura una nuova e lunga serie di ricerche schiettamente italiane sulla integrazione delle equazioni dell'elasticità, tanto che può dirsi che, se Galileo per il primo adombrò i problemi dell'equilibrio dei corpi elastici, fu merito dei geometri italiani, a più di due secoli di distanza, di aver largamente contribuito a svolgere la teoria generale di quelle equazioni nelle quali il Navier aveva rappresentato e, per dir così, racchiuso tutto il meccanismo del fenomeno.

Al brillante esordire del Betti nella questione col teorema di reciprocità e colle sue larghe e fondamentali applicazioni, le quali gettano le basi di tutto il metodo, seguono a breve intervallo le ricerche del Cerruti e la scoperta delle formule del Somigliana.

Il Marcolongo, il Tedone ed altri svolgono numerose questioni, ed intanto si iniziano parallelamente a questi studi, mercè le ricerche di Almansi, Lauricella, Levi-Civita, Boggio, quelli sulla doppia equazione di Laplace.

Infine si distaccano e si differenziano, per la irriduttibile ed essenziale diversità della questione rivelata dalle qualità delle caratteristiche, i problemi generali di vibrazione da quelli di equilibrio ed assurgono anche questi ad una trattazione sistematica.

Di diversa natura furono le ricerche del Beltrami anche in quello stesso campo nel quale il Betti aveva mietuto così largamente e con tanto frutto.

Per ben seguire il filo ininterrotto di idee che guidò il Beltrami in tutta la sua carriera scientifica, bisogna risalire alle prime ricerche di lui che si riferiscono alla teoria delle superficie, alla loro rappresentazione, e si svolsero intorno ai parametri differenziali ed alle variabili complesse; ricerche tra cui brillano, per importanza e per originalità, le memorie relative alla geometria non euclidea, colle quali il Beltrami mirò a dare un substrato reale alle idee di Gauss e di Lobatschewki e quelle celebri memorie che commentarono e interpretarono le idee di Riemann sugli spazi curvi.

Queste dottrine sullo spazio destarono nuove curiosità negli uomini di scienza e furono l'origine di un nuovo indirizzo di pensiero. È egli possibile accertare, ed in qual modo, se lo spazio abbia o no una curvatura?

L'idea di ricorrere all'esame dei fenomeni naturali che potessero rivelarla venne spontanea. Il Beltrami può ascriversi fra coloro che concepirono il disegno di stabilire in maniera sistematica una teoria dei fenomeni fisici nella ipotesi di una curvatura dello spazio, e ciò spiega la transizione di questo grande matematico dal terreno delle ricerche analitico-geometriche in quello della fisico-matematica, giacchè la evoluzione del suo genio resta dominata da questo alto pensiero.

Ma un lungo periodo di preparazione e di orientamento precede in lui la esplicazione del pensiero stesso, ed a questo periodo si deve una larga produzione di lavori che si riattaccano a ricerche classiche sopra vari campi della meccanica e della fisica. Ciascuno di essi porta per sè un contributo scientifico e rifugge per la squisita fattura e

---

<sup>5</sup> Nota di Volterra: *Progressi e sviluppo della teoria matematica della elasticità in Italia (1870- 1907)*, del prof. Roberto Marcolongo, (Nuovo Cimento, s. V, t. XIX).

per la limpida trattazione, talchè la loro importanza si manifesta grandissima, non solo per il contenuto, ma anche perchè s'imposero come modello di eleganza ai geometri italiani. Fu detto che la robusta prosa del Carducci insegnò l'arte di esprimere i propri pensieri a tutta una generazione di scrittori. Io mi domando se in modo analogo gli scritti del Beltrami non valsero a foggiare ciò che chiamerei lo stile matematico della nuova generazione in Italia, la quale si ispirò alla sua arte finissima di svolgere pensieri e calcoli e di fondere mirabilmente gli uni con gli altri.

Con ciò che ho detto fin qui, ed anche se aggiungessi quanto fecero Ernesto Padova, il Cesàro e gli altri che, seguendo le orme del Beltrami, si occuparono di analoghi problemi, non avrei dato che una idea ben incompleta dei lavori italiani nel campo fisico-matematico.

Le ricerche di meccanica, in cui fra gli altri Siacci e Morera rivolsero i loro studi ai metodi di Jacobi, di Lie e di Mayer, le applicazioni delle teorie dei gruppi di trasformazione al potenziale, dei quali si occupò il Levi-Civita, i lavori sulla meccanica celeste, sulla dinamica dei sistemi ed in particolare dei fluidi, e sulla statica, in cui spiccano, oltre i nomi già ricordati, quelli del Chelini e del Turazza e più recentemente del Padelletti e del Maggi, e tanti altri studi sarebbe eziandio necessario analizzare per potere indicare e raccogliere, se non coordinare, il lavoro dell'ultimo cinquantennio in questo ramo delle matematiche. Nè con ciò sarebbe esaurito quanto converrebbe esporre, chè le ricerche fisico-matematiche dalla regione più astratta ed analitica di grado in grado si prolungano con continuità fino a quella della fisica. Io non estenderò la mia analisi a questo intero campo, ma non mi è possibile lasciare senza ricordo le scoperte di Galileo Ferraris, la cui sorgente va cercata nella più pura concezione geometrica, e che nondimeno ebbero tanta importanza nella pratica e dettero origine ad una fiorente scuola di studi elettrotecnici, nella quale divenne nobile tradizione il fondarsi sopra solide e sicure basi matematiche.

\*

\* \*

Ebbi già occasione in uno dei passati congressi, di parlare del Brioschi, del Betti e del Casorati e di porre in luce il modo diverso col quale ognuno di essi concepì la teoria delle funzioni analitiche<sup>6</sup>. I loro metodi si collegano alle tre grandi fasi che, nella sua maestosa evoluzione, questa dottrina, vera dominatrice delle matematiche del secolo XIX, attraversò. Il rivolgersi di ciascuno di questi grandi maestri verso uno degli aspetti col quale la teoria delle funzioni si è presentata, fu una conseguenza delle qualità stesse più salienti del loro spirito, delle loro intime disposizioni naturali, e le attitudini da essi prese di fronte alla teoria stessa si rispecchiano in tutti gli altri atteggiamenti della loro vita scientifica.

Questo io cercai dimostrare otto anni fa e non voglio adesso ripetermi. Parlai allora della feconda virtù che ebbero gli scritti e le lezioni di questi tre matematici sui giovani italiani, molti dei quali, divenuti alla lor volta maestri, consacrarono gran parte della loro attività alla teoria delle funzioni, alla loro estensione ed a tutte le altre dottrine direttamente ad essa collegate, sia nel campo delle equazioni differenziali ed integrali, sia in quello delle applicazioni alla geometria ed alla meccanica; tentai pure in quella occasione rilevare in qual modo si esplicò e si esercitò in Italia l'influenza delle opere di Abel e di Jacobi e dei concetti fondamentali posti da Cauchy, da

---

<sup>6</sup> *Betti, Brioschi, Casorati, trois analystes Italiens et trois manières d'envisager les questions d'analyse*, par M. V. Volterra (Compte-rendu du 2<sup>me</sup> Congrès international des mathématiciens, Paris, Gauthier Villars, 1902).

Weierstrass e da Riemann.

È sempre presente a noi la memoria di quel periodo nel quale la teoria delle funzioni si plasmò nella forma che essa ha assunto e conserva, e vivo si mantiene il ricordo degli anni, pieni di intenso fervore, nei quali si conobbero in Italia, esposti dalla bocca stessa del suo scopritore, i fondamentali teoremi del Mittag-Leffler, e in cui le lezioni che l'Hermite dettava a Parigi si spargevano ed erano lette e ripetute, mentre tornavano coloro che, ascoltato il Weierstrass e il Klein, diffondevano le loro scoperte. Intanto i grandi lavori di Poincaré e di Picard, di Fuchs e di Neumann aprivano vasti orizzonti e spingevano i nostri geometri verso nuovi problemi.

Il solo accenno di quanto fecero il Dini, il Bianchi, il Pincherle, il Pascal, il Morera, il Cesàro, il Tonelli, il Vivanti e molti altri ancora, che lavorarono con tanto successo, mi condurrebbe assai lontano.

Del resto i risultati di cui dovrei parlare, ben conosciuti ed ormai entrati a far parte del patrimonio comune matematico, si riattaccano e si intrecciano colle insigni scoperte che i più illustri matematici stranieri fecero nello stesso tempo, tanto che i risultati italiani non potrebbero considerarsi da soli, ma bisognerebbe esaminarli fusi nella grande corrente che sospinse e trascinò il pensiero matematico dell'ultimo secolo.

Ma, senza intrattenermi ulteriormente sulla teoria delle funzioni analitiche, sulla loro estensione e sugli studi affini, e non accennando nemmeno alle tante dottrine di cui è ricca l'algebra, nelle quali Brioschi, Betti, Bellavitis, Trudi, Faà di Bruno prima, e più recentemente il Capelli, il Pascal, il Bagnera si segnalano, nè sulla scienza dei numeri, che il Genocchi, il Bianchi, il Cesàro, il Torelli coltivarono con tanto amore, mi sia dato parlare di un ramo di ricerche fiorito presso di noi in disparte dal grande movimento che agitò tutta la matematica in Europa, rimasto qualche anno alquanto dimenticato, ma che recentemente suscitò un po' dappertutto interesse e curiosità.

Intendo dire di quelle ricerche non molto vaste, sebbene irte di sempre nuove difficoltà, aride spesso, ma pur ricche di risultati attraenti per il loro aspetto talora paradossale; di quelle ricerche cioè, sopra le funzioni di variabili reali e le più riposte singolarità loro, che efficacemente furon chiamate gli studi sulle deformità e le mostruosità della matematica, in cui l'aiuto delle leggi, per dir così, fisiologiche della geometria viene a mancare, e non solo ogni intuizione fa difetto, ma tutte le facili e seducenti previsioni inducono il più spesso in errore.

In ogni vasto giardino, nel quale antiche piante secolari, ricche e rigogliose culture, richiamano sole l'attenzione di chi l'osserva per la prima volta, esiste un cantuccio solitario, una serra nascosta, ove l'abile giardiniere sceglie e cura alcune piante singolarissime, nelle quali il suo occhio esperto ha ravvisato delle variazioni e dei caratteri particolari. Nel campo delle ricerche matematiche quel riposto cantuccio con quelle delicate culture è rappresentato dagli studi a cui adesso ho accennato. Ma son quelle umili pianticelle, che probabilmente un giorno daranno belle e nuove varietà e che arricchiranno il giardino di forme rare e preziose; nello stesso modo quei sottili e minuti studi sono destinati a dar vita a nuovi concetti e ad imprevedute applicazioni.

Fu il Dini che introdusse e diffuse in Italia l'amore per queste ricerche colle sue opere, e più ancora, con l'efficace ed originale suo insegnamento. Chi ha subito il fascino delle sue lezioni, nelle quali tanti astrusi pensieri divengono per incanto facili e chiari, risentirà per tutta la vita viva simpatia verso le ricerche stesse.

Weierstrass e Riemann, movendo da idee che si erano un poco alla volta infiltrate nell'analisi, le avevano iniziate, Giorgio Cantor aveva fatto strabiliar tutti colle sue inattese rivelazioni, il Du Bois-Reymond era penetrato addentro a molti oscuri problemi ed il Darboux aveva scoperto tante belle ed originali proposizioni. Il Dini,

coordinando questo insieme di dottrine, arricchendole di nuove verità, ebbe il coraggio di portarle in Italia nella scuola all' inizio stesso degli studi di analisi infinitesimale e come base di essi. Ardita impresa dei suoi anni giovanili, mercè la quale il suo insegnamento acquistò un colorito nuovo, mentre le antiche teorie venivano come vivificate da un soffio di freschezza e di gioventù.

Attratta da questi studi, si formò in Italia una scuola di matematici che consacrarono le forze del loro ingegno allo sviluppo di queste dottrine ed apportarono loro importanti risultati.

E presero gli studi stessi doppia direzione fra noi: l'una condusse l'Ascoli, l'Arzelà ed altri a ricerche concrete sopra la serie, i limiti e la teoria delle funzioni; l'altra mirò, col Peano e colla scuola che ebbe l'impulso da lui, a dare una base sempre più solida ai concetti fondamentali, si fuse con quelle dottrine che approfondivano la critica dei postulati e si spinse di giorno in giorno in regioni sempre più astratte, acquistando un carattere vieppiù filosofico.

\*

\* \*

Ed ora che ho accennato nel mio rapido esame a queste ultime ricerche, nelle quali domina sovrano lo spirito aritmetico, mi sia concesso passare nel campo che ordinariamente suol chiamarsi degli studi geometrici. Passaggio invero che alcuni anni fa in Italia sarebbe apparso, più che il trasconere da uno ad un altro ordine di discipline, il varcare i confini di due accampamenti l'un contro l'altro armato. Singolare situazione questa di combattimento, manifestatasi fra noi forse con maggiore intensità che altrove e il cui studio offre argomento ad interessanti e curiose considerazioni.

Analisi e geometria, che furon ritenuti e impiegati come due termini opposti, non possono, nè per la loro origine, nè per la loro storia, nè per la natura loro, farsi corrispondere a concetti che si eliminino e si escludano a vicenda; dirò anzi che non possono porsi a confronto, come non può stabilirsi un rapporto fra il colore ed il volume, fra il peso e la forma dei corpi.

I nomi di analisti e geometri dettero origine a quelle singolari classificazioni o, per dir meglio, a quelle strane confusioni che tanto meravigliano chi, dal di fuori, guarda lo svolgimento degli studi italiani. Una semplice comunanza del linguaggio che adoperavano fece raggruppare insieme cultori di materie essenzialmente diverse, mentre vennero separati fra loro matematici miranti ad un fine comune e che, pel contenuto delle loro opere, non avevano ragione di distinguersi, ma che solo per l'aspetto dei procedimenti impiegati potevano apparire differenti.

Si direbbe quindi che un grande equivoco abbia presieduto a certe lotte di scuole, per quanto certamente vi abbiano anche contribuito il persistere di antiche consuetudini e quelle reazioni che si manifestano verso tutti i metodi quando tendono a varcare certi limiti.

Ma queste lotte, feconde e generose lotte, che giovarono eccitando gli animi e spingendo le ricerche lungo le diverse vie solo in apparenza divergenti per cui la scienza progredisce, sono ormai, come il mio amico Segre dimostrò nel suo bel discorso letto all' ultimo Congresso, un ricordo del passato<sup>7</sup>.

La figura del Cremona predomina e campeggia in tutto lo svolgimento degli studi geometrici in Italia: all'impulso primitivo che essi ebbero da lui, si deve il rapido loro

---

<sup>7</sup> *La geometria d'oggi e i suoi legami coll'analisi*, per C. Segre, in *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses* (Leipzig, B. G. Teubner, 1905).

sviluppo ed al suo insegnamento, che fu un apostolato, la larga simpatia che incontrarono e la diffusione che ebbero.

Gli elementi della geodesia, della fisica-matematica e dell'analisi infinitesimale, sebbene in modo ristretto e limitato, erano tuttavia materie di insegnamento nelle nostre Università, anche nella prima metà dello scorso secolo, ma nelle Università stesse in nessun modo si accoglievano le dottrine della geometria superiore, le quali invece fiorivano nelle scuole straniere. Ebbene, poco più di quarant'anni eran trascorsi dal giorno in cui il Cremona aveva principiato il suo insegnamento, ed il Klein poteva attestare che l'Italia era divenuta il centro proprio della ricerca geometrica.

Il Cremona si riattacca direttamente allo Chasles e per esso al Poncelet, nel primo periodo della sua produzione scientifica. poi si fanno più stretti i rapporti suoi col Plücker, col Möbius e principalmente collo Steiner. I suoi lavori sulla teoria delle curve e delle superficie sono opere ormai classiche, e la dottrina delle trasformazioni (che a buon dritto presero il nome di cremoniane) fu da lui stesso fondata allorchè pose il problema della trasformazione razionale in tutta la sua generalità.

Il Veronese, il Bertini, il De Paolis, il Caporali, il Guccia, il Montesano, suoi diretti discepoli, ed altri, come il Martinetti e il Del Re, che indirettamente a lui si collegano, sebbene distinti fra loro da indirizzi diversi, formano una schiera di valorosi geometri che resero celebre la sua scuola.

Seguendo il programma di Erlangen<sup>8</sup> che, in base al fecondo concetto di gruppo, è riuscito a classificare le teorie antiche e moderne della geometria e le ha coordinate secondo un piano sistematico, mostrando i vari indirizzi sotto un punto di vista comune, sarebbe facile situare nel grande schema l'opera del Cremona e quelle dei suoi continuatori ed allievi ed in generale dei diversi geometri italiani. Ma il tempo non mi consente di farlo ed io dovrò quindi limitarmi ad un breve cenno su alcuni indirizzi e tendenze.

Il concetto generale degli spazi a più dimensioni era stato largamente sviluppato, ed in Italia il Beltrami, con gli studi generali della curvatura, ed il Betti, con quelli della connessione, lo avevano reso abbastanza familiare, allorchè il Veronese iniziò le ricerche in questo campo. Ora, ciò che distingue l'opera sua da quella dei predecessori è il carattere schiettamente geometrico che il Veronese diede alla sua trattazione, carattere che si manifesta nella generazione stessa degli spazi e nelle applicazioni che egli ne ha fatte.

L'ulteriore sviluppo di questi studi in Italia e la nuova direzione che presero sono merito principalmente del Segre col primitivo indirizzo delle sue ricerche, ed a lui vanno uniti il Del Pezzo, il Fano ed altri. Al Segre poi nella seconda fase della sua carriera scientifica, in cui si riattaccò all'opera del Noether, si deve l'inizio di quel complesso di lavori con i quali il Castelnuovo, l'Enriques, il Severi, il De Franchis ottennero i loro importanti risultati sulla teoria delle superficie, di cui i più recenti si collegano alle scoperte del Picard sulle funzioni algebriche e rientrano per questa via nell'orbita della teoria delle funzioni.

Numerosi furono in Italia i cultori della teoria delle forme algebriche, a capo dei quali possono porsi il Battaglini e il D'Ovidio, che seguirono gl'indirizzi di Cayley, Sylvester, Gordan, e interpretarono geometricamente i risultati dell'algebra. I molteplici lavori di varia indole e in diverse direzioni di Capelli e Pascal, del

---

<sup>8</sup> Nota di Volterra: È il programma pubblicato dal prof. Felix Klein, in occasione del suo ingresso nella Facoltà filosofica e nel Senato dell'Università di Erlangen, col titolo: Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen (Erlangen, A. Deichert, 1872). Una buona traduzione italiana fu fatta dal prof. Gino Fano e venne inserita nel t. XVII, s. II, degli Annali di Matematica pura e applicata.



Gerbaldi, del Maisano, del Berzolari, di Armenante e del Pittarelli e di altri ancora provano la larga e feconda attività di questa scuola.

Infine non potrei dimenticare l'indirizzo (che dominò costantemente nella seconda metà del secolo scorso) di risalire verso i fondamenti della geometria sviscerandoli ed assoggettandoli ad una critica profonda, la cui influenza si ripercuote in vario modo anche nell'insegnamento elementare. Questa tendenza si manifesta in un gran numero di ricerche e di libri e sistematicamente si esplica in varie opere, fra cui mi restringo a citare quelle del De Paolis, del Veronese e dell'Enriques.

Ma un'altra specie di ricerche geometriche di diversa natura fu pur coltivata e rigogliosamente prospera in Italia. Intendo parlare di quella geometria che fu detta infinitesimale, la quale si innalzò sulla base delle scoperte di Monge e di Gauss e, mercè una lunga serie di lavori fra i quali primeggia l'opera del Darboux, ha fornito aiuti potenti e metodi fecondi alla dottrina delle equazioni differenziali ed ha arricchito di belle e fondamentali interpretazioni la teoria delle funzioni, mentre è stata di valido aiuto nelle ricerche di fisica matematica e di meccanica.

Già parlando del Beltrami accennai ai suoi primi lavori in questo campo di studi, nel quale il Dini iniziò pure la sua carriera scientifica, ma prima di tutti era stato il Brioschi a diffondere fra noi le feconde idee di Gauss afferrandone tutta l'importanza, merito questo grandissimo che non deve andare dimenticato.

Le ricerche più moderne del Bianchi, che tanti importanti e geniali contributi portò alla teoria delle superficie applicabili ed a quasi tutti i rami della geometria differenziale, quelle del Ricci che ha introdotto procedimenti nuovi ed infine le belle memorie del Cesàro sulla geometria intrinseca, nonchè i lavori degli allievi loro, costituiscono un insieme ricco ed armonico di studi che fanno nobile riscontro alle opere di pura geometria e di geometria algebrica di cui ho innanzi parlato.

\*

\* \*

La corsa veloce attraverso il campo di idee e di studi che io volevo percorrere è giunta al suo termine. Come in ogni rapido viaggio, fu possibile cogliere solo l'aspetto di quelle cose che passarono a volo dinanzi. Insieme colla immagine di esse rimane quindi il rammarico di averne tralasciate molte e di avere osservato in modo fuggitivo quanto sarebbe stato degno di esame accurato e profondo. Ma io spero che la regione percorsa possa avere lasciato nel suo insieme l'impressione di essere rigogliosa e fertile e di promettere un fecondo avvenire.

L'Italia nel giovanile ed ardito suo slancio verso i nuovi ideali non scordò le glorie del passato: gli studi di storia delle matematiche si svolsero accanto alla produzione originale. La pubblicazione del Bollettino del Buoncompagni e del Loria che raccolse le ricerche storiche, mentre i periodici del Tortolini, del Brioschi, del Battaglini e del Guccia riunivano le ricerche originali, provano l'interesse che suscitarono presso di noi le antiche opere.

Ma vi fu una grandiosa impresa di ricostruzione storica che deve essere ricordata con onore speciale. Per un sentimento di alto dovere e come un pegno di gratitudine di tutta la nazione risorta verso colui che insegnò a leggere in caratteri matematici entro il libro della natura, la nuova Italia volle la pubblicazione critica e completa delle opere di Galileo, impresa nobile e vasta, per la quale si rese necessaria la rievocazione di tutta un'epoca e di tutto un mondo, e che si compì sotto gli alti auspici di S. M. il Re, munifico sempre nel promuovere e nell'incoraggiare quanto torna a vantaggio e a

decoro della Patria. Il nome del Favaro<sup>9</sup>, che diresse il lavoro e gli consacrò le amorese cure di lunghi anni, resta legato a questa insigne pubblicazione.

Ho in principio indicato le influenze didattiche che presiedettero il nascere e lo svilupparsi del brillante periodo di ricerche degli ultimi anni. Oggi, col sorgere del nuovo secolo, nuovi bisogni si fanno sentire che determinano più moderni orientamenti dei nostri istituti scolastici ed in special modo delle scuole degli ingegneri; scuole per lunga e costante tradizione collegate presso di noi colle facoltà di scienze. I problemi, i quali interessano tutta la compagine delle discipline matematiche e che oggi si impongono ed urge risolvere, rendono il momento attuale paragonabile a quello trascorso or sono cinquant'anni, allorchè i nostri studi si costituirono nell'assetto attuale.

Ma è con sicura fede che guardiamo in faccia all'avvenire, sperando nel costante ed armonico sviluppo del pensiero matematico italiano unito con quello delle altre nazioni, giacchè non dubitiamo che gli stessi elevati propositi, congiunti alla esatta intuizione dei bisogni più vivi della nazione, guideranno oggi, come ispirarono mezzo secolo fa, gli uomini al cui senno sono affidate le sorti e l'avvenire della Patria.

---

---

<sup>9</sup> Antonio Favaro (1847-1922). Il titolo dell'edizione nazionale è: *Le Opere di Galileo Galilei*, Firenze, Successori Le Monnier, 20 voll., 1890-1909.