

SALVO D'AGOSTINO (*)

La matematica e la fisica nelle idee di P. A. M. Dirac

Il saggio di Dirac dal titolo « Quantized Singularities in the Electromagnetic Field » (1) del marzo 1931, presenta anche un punto di vista di un certo interesse per la filosofia e la storia della fisica. Con un procedimento abbastanza inusitato nella prassi compositiva degli articoli scientifici di oggi, che Dirac non ripeterà più (almeno esplicitamente) nel resto delle sue pubblicazioni scientifiche, egli discute a lungo, nell'introduzione, del rapporto tra fisica e matematica, con lo scopo di precisare la strategia che, secondo il suo parere, la fisica teorica dovrebbe seguire nello immediato futuro.

Egli afferma:

il metodo di ottenere le idee necessarie (allo sviluppo della fisica fondamentale) cercando di dare direttamente forma matematica ai dati sperimentali sarà (nel futuro) al di là del potere dell'umana intelligenza.

Dopo questa premessa di sfiducia verso quello che si deve intendere come il metodo induttivo-empirico, egli propone come alternativa « il più potente metodo di avanzamento (della scienza) che al presente si possa suggerire ». Esso consisterebbe nel seguente procedimento:

impiegare tutte le risorse della matematica pura nel tentativo di perfezionare e generalizzare il formalismo matematico che costituisce ciò che è oggi la base della fisica teorica, e dopo ogni successo in questa direzione, cercare di interpretare le nuove forme caratteristiche della matematica in termini di enti fisici.

In breve l'esistenza di « forme caratteristiche » della matematica è considerato un presupposto per postulare l'esistenza di entità fisiche.

I grandi successi precedenti nella fisica del premio Nobel inglese, la teoria relativistica dell'elettrone (1928) e la teoria cosiddetta dei « buchi » (1930-1931), sono considerati come precedenti a riprova della correttezza di questo suo programma, che egli intendeva ora applicare alla teoria del monopolo, l'oggetto appunto della teoria nell'articolo del marzo 1931.

Nell'articolo, Dirac contrappone il ruolo della matematica nella fisica dell'Ottocento a quello che essa deve avere nella fisica moderna. Mentre nello

(*) S. D'AGOSTINO, Dipartimento di Fisica, Università di Roma « La Sapienza ».

(1) P. A. M. DIRAC, « Quantized Singularities in the Electromagnetic Field », *Proc. Royal Soc., A* 133, 1931, 60-72. Vedasi anche: P. A. M. DIRAC « Theory of Magnetic Monopoles », *New Pathways in High-Energy Physics*, L. A. FERMATTER (ed.), Plenum Press, New York 1976.

scorso secolo la matematica richiesta per le teorie fisiche si poteva sviluppare in complessità, ma restando sempre legata « agli stessi assiomi e definizioni » (si trattava sempre in definitiva di sviluppi del calcolo e dell'analisi), oggi, secondo il fisico inglese.

gli sviluppi della fisica moderna hanno richiesto una matematica che cambia continuamente i suoi fondamenti e diventa sempre più astratta. La geometria non euclidea o l'algebra non commutativa che erano state considerate come pure fantasie mentali e giochi logici, sono arrivate ora ad essere strumenti indispensabili [very necessary] per la descrizione di fatti generali del mondo fisico. Sembra ragionevole prevedere che questo processo di crescente astrazione proseguirà nel futuro e che il progresso della fisica sarà associato ad una continua modifica e generalizzazione degli assiomi che sono alla base della matematica piuttosto che ad uno sviluppo logico di un particolare schema matematico basato su dati fondamentali (2).

Su questa premessa di una nuova funzione della matematica nella fisica, che sarebbe una delle caratteristiche salienti della fisica moderna, si inserisce la nuova proposta di Dirac: la fecondità di questa fisica sta proprio in questo rapporto con una matematica che cambia radicalmente i suoi fondamenti, senza limiti verso le concezioni più astratte ed è quindi questo nuovo modo della matematica che va evidenziato nella ricerca, anzi esso viene proposto come il metodo stesso della ricerca.

In breve una nuova matematica propone una nuova fisica. Lo stesso Dirac fa notare (3) che proprio seguendo questo metodo (consistente nella trattazione relativistica della equazione di Schroedinger dell'elettrone) egli, un anno prima, nel suo saggio « Elettroni e protoni » aveva conseguito un successo « un piccolo passo coerente con questo schema generale di sviluppo ». Il « piccolo passo » a cui egli si riferisce è la predizione di una particella con carica positiva, predizione che sarebbe stata confermata da Anderson e da Blackett-Occhialini qualche anno dopo (1932) con la scoperta del positrone.

La filosofia presentata da Dirac non si limita quindi, a ben vedere, a una pura e semplice affermazione esistenziale del tipo « esistono i monopoli perché esiste la loro matematica », ma rende esplicito quello che, per lui, è il nuovo metodo della meccanica quantistica, seguendo il quale essa ha raccolto i primi notevoli successi: inventare nuove matematiche per nuove fisiche. Questo modo di porre il problema costituisce quasi una altra giustificazione metateorica, a monte dello stesso asserto particolare del saggio, « esistono i monopoli, perché esiste la matematica ».

Com'è noto, mentre la teoria di Dirac del positrone fu ben presto confermata dalla scoperta nei raggi cosmici di una particella avente le caratteristiche di massa e carica conformi a quelle previste dalla teoria, e portò a radicali innovazioni con la introduzione delle « antiparticelle » (in tutta la teoria delle parti-

(2) P. A. M. DIRAC, "Quantum...", *ibid.*

(3) P. A. M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc., A124*, 1930, 360.

celle elementari), la teoria del monopolò non incontrò subito un grande favore nelle ricerche e negli esperimenti, e, sino ad oggi, questa particella non è stata « trovata ».

Il tema del rapporto matematica-fisica nella fisica moderna è ripreso più volte in conferenze e conversazioni del grande fisico, specie nel periodo della sua maturità scientifica, come un ripensamento del significato della sua attività, che ripercorre come un « filo-rosso » tutto il corso della sua vita scientifica. È interessante riprenderlo in una conferenza (4) ai Lincei del 1972, quasi una conversazione tenuta sul filo della memoria.

Ripercorrendo l'origine e l'occasione della sua teoria del commutatore quantistico egli racconta che, dopo aver ricevuto le bozze dell'articolo di Heisenberg sulla teoria della matrici, si rese conto che l'idea della esistenza di grandezze non commutanti « which so much disturbed Heisenberg, seemed to me then to be the all-important idea ». Egli infatti si rese conto che la proprietà formale della non-commutatività doveva essere quella proprietà essenziale della « nuova » (per la fisica) matematica, l'algebra delle matrici, la cui interpretazione fisica gli si cominciava appunto in quella occasione a rivelare.

Nessuna novità sorprendente dunque purché si guardasse agli eventi attraverso gli occhiali della sua filosofia:

the connection between the Poisson Bracket and the commutator [...] provided a very close connection between the ordinary classical mechanics which people were used to and the new mechanics [...] there were really no serious difficulties for quite a long time. One could work out the equations of the new mechanics, one just had to make the appropriate generalization in the classical equations expressed in the hamiltonian form (5).

Tutta la storia della meccanica quantistica è vista da Dirac come un precorrimiento della matematica rispetto alla fisica e della fisica come occasione per interpretare la nuova matematica.

A proposito della teoria non-relativistica di Schroedinger che forniva i livelli energetici dell'atomo d'idrogeno, non soltanto nel caso dell'elettrone legato (livello discreto), ma anche dello spettro continuo corrispondente alle energie di scattering, il suo commento è che la teoria di tali livelli di energia, sia nel discreto che nel continuo, esisteva già bell'e pronta, nella teoria degli autovalori di un certo operatore ermitiano che i matematici avevano studiato già da lungo tempo, ma non erano stati capaci di interpretare in termini fisici.

We have here an example of how physics has served mathematics. The whole development of quantum mechanics shows this interplay of physics and mathematics. The physics helps forward the mathematics and mathematics helps forward physics. The two go hand in hand and just form a partnership (6).

(4) P. A. M. DIRAC, « Some of the Basic Ideas in the Development of Quantum Mechanics », *Accademia dei Lincei*, Roma 14/4/72 (per gentile concessione).

(5) *Ibidem*, 5.

(6) *Ibidem*, 7.

In realtà gli esempi che Dirac porta, almeno negli scritti da me consultati, sono tutti del secondo tipo cioè di una matematica che attende l'interpretazione fisica, (sarebbe interessante indagare il pensiero di Dirac a proposito della usuale interpretazione della nascita del calcolo nella scienza di Newton, in cui la fisica porta avanti la matematica).

Questo cenno al potere « illuminante » della matematica, di cui all'articolo già citato del marzo 1931 è nuovamente espresso a proposito della sua unificazione delle teorie di Schroedinger e Heisenberg.

The two theories were essentially just one theory expressed in two different representations. People discovered the basic equation of quantum mechanics before they discovered its interpretation. That was rather a new situation in physics, usually one understands exactly how one's equations are to be interpreted right from the beginning, but here we had equations which, from the way they were connected together, from their beauty, felt sure that they were correct. But still one did not know the general interpretation. One had to proceed from examples, taking first of all some simple examples and then examples like the hydrogen atom and more complicated examples and one would gradually get to the general physical interpretation of quantum mechanics. It was found that this general interpretation had to be of a statistical nature. One could calculate the probability of dynamical variables having specified values.

Nell'ultima parte della conferenza Dirac esprime la sua credenza che l'interpretazione statistica della meccanica quantistica non sia quella definitiva, e, sull'esempio della strada percorsa, si dovranno ancora scoprire (o inventare) nuove teorie matematiche che rivelino quale dovrà essere la nuova fisica.