

Contributo alla simulazione della cinematica dei meccanismi (*)

Sommario: L'articolo affronta il problema della simulazione di meccanismi, mediante calcolatore analogico. Dopo un richiamo ai principali metodi finora adottati, si prende in considerazione il problema della pre-costruzione di elementi semplici, in base ai quali si possano simulare meccanismi qualsiasi. In tal modo si affronta e si dimostra risolvibile il problema di limitare drasticamente il numero delle connessioni da eseguire volta per volta sul calcolatore analogico, in modo da generalizzare l'uso e minimizzare i tempi di preparazione, problema ritenuto pregiudiziale per garantire la possibilità della simulazione.

Abstract: The paper discusses the simulation of mechanisms, via analog computer. After having mentioned the main methods used up to now, the authors consider the problem of the prepatching of elementary « macros » such that, connected together, enable the designer to simulate any kind of mechanism.

The paper shows that it is possible to greatly reduce the number of patchings to be made for every single problem on the analog computer, in such a way to widen the possibilities of use and to minimize the setting time; this problem must be considered as preliminary to guarantee the possibility of the simulation.

INTRODUZIONE

Di notevole interesse nello studio dell'analisi e della sintesi cinematica è stato il problema di sviluppare tecniche generali per lo studio di meccanismi qualsiasi. Naturalmente, negli ultimi anni, una larga parte di ricerche si è indirizzata all'uso dei calcolatori e numerosi Autori hanno portato contributi a questi studi per quanto attiene sia la simulazione digitale, sia quella analogica.

In particolare, studi sulla simulazione mediante calcolatore analogico sono stati compiuti nel corso degli ultimi dieci anni allo scopo di utilizzare appieno le caratteristiche proprie di tali calcolatori, quali la indipendenza delle velocità di calcolo dalla complessità del meccanismo e la rapidità e semplicità delle variazioni parametriche, contemperandone gli effetti negativi, quali i problemi di stabilità e precisione.

Si possono così riscontrare differenti approcci alla simulazione della cinematica di meccanismi, basati essenzialmente sulla problematica relativa alla risoluzione

(*) Memoria presentata dall'Accademico AGOSTINO CAPOCCACCIA.

delle equazioni algebriche, quali a titolo di esempio quelli di Keller (1), Lenk (2), Rey (3), Timm (4), Bona (5). Più recentemente, l'introduzione del calcolatore ibrido, ha suggerito (6) nuovi sviluppi per le tecniche di simulazione verso il campo della sintesi e ottimizzazione automatica di meccanismi generatori di traiettorie, ove questo tipo di approccio pare rivelarsi particolarmente potente.

Appare pertanto di attualità considerare se e quanto le particolarità proprie del calcolo analogico limitano l'applicabilità di questo nel campo della simulazione della cinematica di meccanismi.

I problemi che condizionano l'uso dei calcolatori analogici nel campo che qui verrà considerato, vengono solitamente ascritti a due categorie: di stabilità e di precisione. È invece solitamente trascurato dagli Autori un aspetto tipico del calcolo analogico quale quello dei collegamenti elettrici fra i componenti di calcolo, che tuttavia riveste, a parer di chi scrive, una fondamentale importanza. È infatti fuori di dubbio che la complessità e la atipicità della programmazione analogica costituiscono un notevole ostacolo alla sua più larga utilizzazione e che un problema di così larga applicazione quale quello dell'analisi e della sintesi di meccanismi non possa prescindere dall'aspetto programmatico. È pertanto scopo di questa nota contribuire ad una chiarificazione del problema e suggerire una strada che semplifichi sensibilmente le operazioni richieste allo studioso, senza pretendere una particolare esperienza nella programmazione analogica.





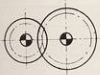
BLOCCHI DI CALCOLO

Lo studio della cinematica dei meccanismi è stato impostato, per quanto sopra, in modo da ottenere la simulazione di elementi meccanici semplici, che consentano, opportunamente collegati fra loro, di realizzare meccanismi qualunque.

Nella tabella 1 è riportato l'elenco di alcuni di tali elementi semplici, accanto al simbolo che lo rappresenta: così, per esempio, il moto del punto di biella P del sistema in fig. 1 può essere individuato posizionando il perno fisso a telaio (1), la manovella (2)-(3), il pattino (4)-(5), la coppia di aste (6)-(7)-(8). Lo schema a blocchi nella figura stessa mostra i collegamenti necessari fra i vari blocchi e la variabile di ingresso. Avendo dunque a disposizione su assegnate porzioni del pannello analogico i quattro blocchi specificati, l'unica operazione richiesta all'utilizzatore consiste semplicemente nel connettere nella maniera specificata i vari blocchi e nell'introdurre poi le desiderate variabili di ingresso. In tal modo è possibile « costruire » un modello del sistema in simulazione nel modo più semplice e rapido, utilizzando sempre gli stessi blocchi di base: così, per es., con gli stessi blocchi della fig. 1 si potrebbe realizzare il meccanismo di fig. 2, solo scambiando alcune connessioni e aggiungendo un altro blocco per individuare un secondo perno fisso a telaio (1').

I blocchi sono dunque realizzati in modo da ricevere in ingresso e da fornire in uscita variabili standard, essendo possibile effettuare al loro interno le variazioni parametriche desiderate. Si noti a questo proposito come le caratteristiche del calcolo analogico consentano di trattare anche i parametri come effettive variabili, ren-

TABELLA 1: elementi meccanici semplici

	Perno
	Manovella
	Coppia di aste incernate
	Pattino
	Rapporto di trasmissione

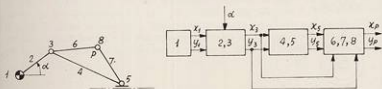


Fig. 1. - Schema a blocchi di un meccanismo.

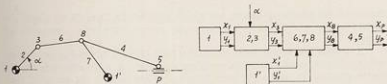

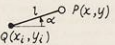
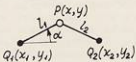
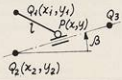
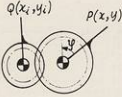


Fig. 2. - Schema a blocchi di un meccanismo.

TABELLA 2: caratteristiche degli elementi semplici

Elemento	Variabili di ingresso	Variabili di uscita	Parametri
 $P(x, y)$	—	x, y	x, y
	x_i, y_i, z	x, y	1
	x_1, y_1, x_2, y_2	x, y, z	l_1, l_2 , segno della soluzione (*)
	x_1, y_1	x, y	x_2, y_2, x_3, y_3 , (5), 1, segno della soluzione (*)
	x_i, y_i	x, y	r, φ

(*) Sono infatti possibili, per i valori assegnati, due soluzioni distinte.

dendo così più generali di quanto non appaia nella tabella i modelli dei singoli elementi: un esempio di quanto affermato può vedersi nel seguito a proposito del pattino.

Il modello matematico della cinematica degli elementi semplici sopra considerati è costituito semplicemente da equazioni algebriche: in tale modo viene direttamente simulato da taluno (2); pare tuttavia più conveniente dal punto di vista della precisione e della stabilità della soluzione, riferirsi ad una tecnica più complessa ma di migliore affidamento, quale riportata, per la soluzione dei sistemi di

equazioni algebriche, da Fifer (?). Così operando le equazioni (differenziali) dei singoli elementi assumono le espressioni riportate in tabella 3.

TABELLA 3

Perno	$x = \text{cost}$	$y = \text{cost}$
Manovella	$l_x = l \cos x$ $\dot{l}_x = -\dot{x} l_y$	$l_y = l \sin x$ $\dot{l}_y = \dot{x} l_x$
Coppia d'aste	$\dot{l}_{xz} = -\dot{x} l_{yz}$ $l_{xz} = x_1 + l_{xz} - x_2$ $\dot{x} = \pm G (P'_{xz} + P'_{yz} - P'_z)$	$\dot{l}_{yz} = \dot{x} l_{xz}$ $l_{yz} = y_1 + l_{yz} - y_2$
Pattino	$\dot{y} = \tan \beta (x - x_2) + \dot{y}_z$ $\dot{x} = \pm G [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 - P]$	

(*) I due segni di \dot{x} e \dot{y} , identificano la soluzione prescelta fra le due definite dai valori assegnati.

Nelle figure 3-4-5 sono riportati gli schemi analogici di massima degli elementi semplici descritti in precedenza: lo schema del perno fisso a telaio non è riportato in quanto costituito da due soli potenziometri. Come si può vedere dalle figure, effettuare il collegamento dei vari componenti ogni volta che si dovesse costruire il modello di un meccanismo, risulterebbe piuttosto complesso e si tradurrebbe in un dispendio di tempo e in una possibile fonte di errori, con conseguente necessità di verifiche statiche e dinamiche del sistema simulato. Sarebbe inoltre neces-

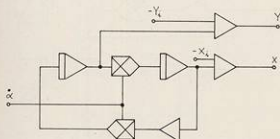


Fig. 3. - Schema analogico della manovella.

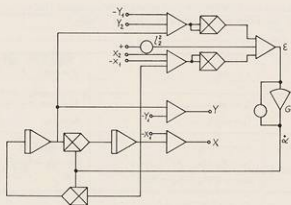


Fig. 4. - Schema analogico della coppia di aste.

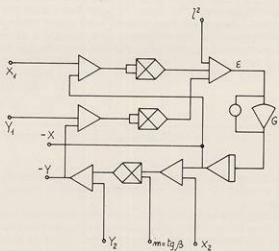


Fig. 5. - Schema analogico del pattino.

saria, da parte dell'operatore, una conoscenza non superficiale dei principali problemi relativi al calcolo analogico. In particolare il problema della determinazione del guadagno G che compare negli schemi e nelle equazioni si presenterebbe ogni volta che si cambiasse il sistema da simulare.

Come si può osservare dalle equazioni (*) della tabella 3, il guadagno G opera in maniera da rendere minima la differenza fra sistema reale e modello simulato: a tale scopo alti valori di G rendono più precisa la soluzione, ma tendono a provocare instabilità. È pertanto necessario determinare un valore ottimo per G , in modo da giungere ad un opportuno compromesso fra i due effetti. Si è potuto osservare che, con la tecnica a blocchi sopra proposta, per ogni blocco può determinarsi un opportuno valore di G , e che questo dipende solo dalla scala dei tempi prescelta per la simulazione.

Viene così evitata un'ulteriore complicazione che renderebbe problematico, se non impossibile, un uso generale della simulazione di questo tipo di problemi; l'adeguamento dei valori di G per i singoli blocchi verrà realizzato molto semplicemente in base alla scala dei tempi prescelta.

A titolo di esempio si consideri il meccanismo rappresentato in figura 6: in essa le manovelle OP e $O'R$ costituiscono gli elementi motori e ruotano con velo-

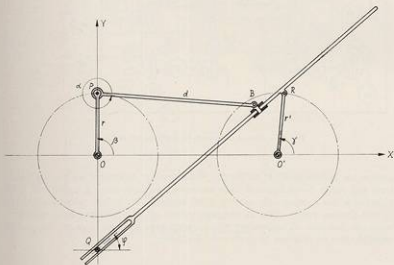


Fig. 6. - Esempio di meccanismo.

cità angolare assegnata. Un meccanismo di questo tipo può essere utilizzato, ad esempio, come perforatore di banda. Lo schema analogico completo del sistema è

riportato in fig. 7; da questo si può vedere la complessità dei collegamenti e la presenza di un guadagno G, con i problemi connessi. Tale schema è tuttavia realizzato in pratica collegando fra loro elementi semplici (3 perni fissi: potenziometri 35, 23; 2 manovre: amplificatori 30, 31, 33 e 00, 01, 04; un pattino) semplificando ra-

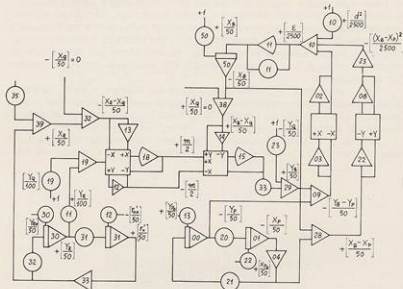


Fig. 7. - Schema analogico del meccanismo in fig. 6.

dicalmente le operazioni di cablaggio. Nella figura 8 sono riportate alcune traiettorie del punto B, in funzione delle variazioni parametriche (in particolare dello sfasamento fra le manovelle motrici e del rapporto fra le loro velocità angolari). Si può dunque vedere come la rappresentazione sia di immediata comprensione e come sia possibile all'utilizzatore effettuare un gran numero di prove con grande rapidità, fino ad ottenere le prestazioni desiderate.

BLOCCHI DI MAGGIORE COMPLESSITÀ

Tra gli elementi semplici elencati nella tabella 1 figura anche il rapporto di trasmissione; inoltre altri elementi potrebbero essere considerati per ampliare le possibilità di simulazione, quali, ad esempio, le camme.

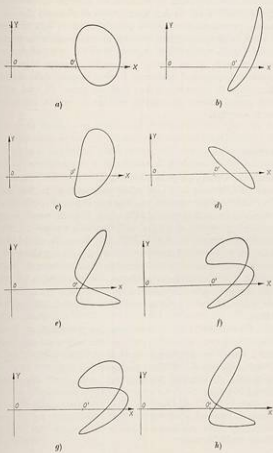


Fig. 8. - Esempi di traiettorie.

Per ottenere la simulazione della cinematica delle camme, si può ricorrere, senza particolari difficoltà, all'uso di generatori di funzioni a diodi, presenti nei moderni calcolatori analogici: in questo caso ogni camma richiede un proprio generatore di funzioni e l'ovvio limite superiore alla complessità del meccanismo da simulare è costituito dal numero di tali generatori presenti nel calcolatore.

La simulazione di un rapporto di trasmissione presenta invece una certa complessità, in dipendenza di quali siano le grandezze assunte come ingresso. Senza entrare nel dettaglio programmatico, per il quale si rimanda alla bibliografia (3), si può osservare come la simulazione non presenti alcuna complessità qualora sia nota la velocità angolare della manovella di ingresso (è in tal caso sufficiente una coppia di potenziometri in serie ad un blocco manovella), mentre il problema diventi più arduo a risolversi quando si conoscano i valori assunti dalle coordinate di un punto della manovella di ingresso e le loro derivate prime. In ogni caso è possibile realizzare anche questo blocco in maniera analoga a quanto descritto sopra per gli altri elementi semplici.

PROBLEMA INVERSO

Appare senz'altro chiaro, da quanto esposto in precedenza, come i blocchi così costruiti, in quanto sfruttano la direzionalità preferenziale dei componenti analogici, abbiano un carattere irreversibile: ad esempio il blocco manovella potrà sempre accettare come ingresso le coordinate del perno al quale essa è connessa e l'angolo che la sua direzione forma con l'asse delle ascisse e fornire in uscita le coordinate del suo secondo estremo, ma non potrà, nella forma in cui è stato concepito, partire, per esempio, da queste ultime per ricavare il valore dell'angolo di ingresso.

Una limitazione di questo genere potrebbe essere eliminata costruendo più blocchi dello stesso tipo, ma ciascuno predisposto in maniera da accettare ingressi differenti, il che comporterebbe la necessità di predisporre un numero troppo elevato di blocchi, complicando la programmazione e richiedendo un numero di componenti proibitivo.

Il problema è stato risolto in maniera semplice e soddisfacente utilizzando le tecniche di simulazione delle operazioni inverse (7): esse sono sostanzialmente ottenute ponendo il blocco di cui si vuole invertire il funzionamento nella catena di retroazione di un amplificatore ad alto guadagno ($\sim 10^7$).

In genere infatti gli elementi semplici dei meccanismi sono rappresentabili mediante relazioni del tipo

$$F(X_1, \dots, X_n, X_0, Z) = 0 \quad (1)$$

simulate in forma esplicita come

$$Z = f(X_1, \dots, X_n, X_0) \quad (2)$$

Volendo ricavare invece la forma

$$X_i = g(X_1, \dots, X_n, Z) \quad (3)$$

è sufficiente utilizzare come ingresso di un amplificatore differenziale ad alto guadagno l'uscita Z^* del blocco (2) e il valore Z (attuale variabile indipendente); l'uscita X_i^* di tale amplificatore sarà utilizzata come ingresso del blocco (2). In tal caso,

a meno degli errori introdotti dal fatto che il guadagno dell'amplificatore è finito, si ha $Z^* = Ze X$ eguaglia il valore assunto dalla (3) in corrispondenza del valore Z : pertanto $X_1^* = X_1$, verificando in definitiva la (1).

Nel caso della simulazione di meccanismi non si hanno difficoltà nell'applicare questa tecnica: le prove condotte hanno confermato la possibilità e la semplicità nelle applicazioni.

CONCLUSIONI

Le principali limitazioni all'uso dei calcolatori analogici nel campo della simulazione della cinematica dei meccanismi sono sostanzialmente dovute ai problemi di stabilità e precisione e alla complessità dei collegamenti fra i vari componenti di calcolo necessari per la risoluzione di problemi anche nei casi in cui i meccanismi siano costituiti da pochi membri. Non si è dunque ritenuta possibile, da parte degli autori, una generalizzazione dell'uso delle tecniche di simulazione da parte di utenti non specialisti di calcolo analogico, senza risolvere preliminarmente il problema della complessità della programmazione; tale problema infatti, malgrado gli studi continuamente sviluppati, non è ancora risolto su scala commerciale a livello hardware, e si è ritenuto pertanto necessario ricorrere ad una simulazione mediante blocchi di calcolo indipendenti, precostituiti sulla macchina.

La condizione necessaria perché la simulazione possa essere effettuata è pertanto assolta, tuttavia è bene rilevare che essa non costituisce nel contempo condizione sufficiente: restano infatti esclusi dalla discussione che si è fatta i problemi di stabilità e di precisione, per i quali si rimanda alla letteratura. Da notare, a proposito delle possibili soluzioni a livello hardware del problema dei collegamenti dei componenti, che, anche in questo caso, potrebbero essere utilizzati gli schemi proposti o potrebbero al limite venir costruiti interi blocchi di componenti, ciascuno rappresentante un elemento semplice, si da costituire un calcolatore « special purpose ». Data la sempre maggiore diffusione di componenti analogici come moltiplicatori, amplificatori operazionali, ecc., di dimensioni estremamente ridotte, basso costo e non richiedenti alimentatori particolarmente sofisticati, sarebbe molto interessante valutare la convenienza economica di utilizzare non un calcolatore analogico « general purpose », ma semplicemente costruirsi un « meccano analogico » realizzando i singoli blocchi con componenti elettronici separati, come quelli forniti da diverse case costruttrici (*).

Genova - Istituto di Meccanica applicata alle macchine - Dicembre 1972.

(*) Tekelec Airtronic, Hybrid Systems Corp., Teledyne Philbrick, ecc.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) KELLER R. E. « The accuracy of one method for Mechanism Simulation by Electronic Analog Computer », *Trans. ASME*, vol. 37, ser. B, n. 2, pag. 235, Maggio 1965.
- (²) LENK E. « Instrumentelle und elektrische Verfahren zur Erzeugung und Aufzeichnung von Koppelkurven », *Konstruktion*, n. 14, pag. 393, 1962.
- (³) REY D. P. « Mechanical Linkage Design using an Analog Hybrid Computer », *EAI Bull.* 853093, 11, 4, 1, Dicembre 1968.
- (⁴) TIMM R. F. « Analog Simulation of Rigid Link Mechanism », *Trans. ASME*, Vol. 89, ser. B, n. 2, pag. 199, Maggio 1967.
- (⁵) BONA C.; BOCCHINO L. « Mechanism Analysis by Analogue and Digital Computers », *Euromech* 22, *Dynamics of Mechanisms*, 1970.
- (⁶) NEDDI A. J. « A Relaxation and Gradient Combination Applied to the Computer Simulation of a Plane Four-Bar Chain », *Trans. ASME*, vol. 93, ser. B, n. 1, pag. 113, Febbraio 1971.
- (⁷) FRER S. « Analogue Computation », *Mc Graw Hill*, New York, 1961.
- (⁸) PIANZOLA B.; ZENINO D. « Rapporto di trasmissione », *Tesi di laurea*, Università di Genova, 1972.
- (⁹) BRÁV V.; VÁCLAVÍK M. « Application of an Analogue Computer to the Synthesis of Plane Jointed Mechanisms », *Journal of Mechanisms*, Vol. 6, n. 1, 1971.