

Relazione sul conferimento del premio di Matematica per l'anno 1933, presentata dalla Commissione composta dei Soci: G. CASTELNUOVO, F. SEVERI, T. LEVI-CIVITA (relatore).

Si impose alla attenzione della Commissione il cospicuo gruppo di ricerche sulla serie di Dirichlet e sulla teoria delle funzioni analitiche, compiute nell'ultimo quinquennio dal prof. VLADIMIRO BERNSTEIN, incaricato all'Università di Pavia. Si tratta di ricerche, pubblicate in numerosi periodici, segnatamente « Rendiconti dell'Istituto Lombardo », « Rendiconti dei Lincei », « Annali di Matematica », e, per buona parte, già raccolte in apposito volume intitolato: *Leçons sur les progrès récents de la théorie des séries de Dirichlet* (Paris, 1933).

In questi lavori il BERNSTEIN, con larghezza e perspicuità di concezione e con sagace impiego dei mezzi più adeguati, ottenne risultati importanti sul comportamento delle funzioni definite da serie di Dirichlet, stabilendo così anche proprietà di queste serie, intrinsecamente considerate, e trovando d'altra parte incentivo a proporre e risolvere penetranti questioni sulla crescenza delle trascendenti intere, indipendentemente dalla loro rappresentabilità mediante serie di Dirichlet o altro algoritmo.

Circa la serie di Dirichlet è appena necessario ricordare che il loro termine generale ha la forma

$$a_n e^{-\lambda_n z} \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

dove z designa una variabile complessa, i coefficienti a_n e gli esponenti λ_n si intendono costanti, complesse le prime, positive le seconde e costituenti una successione crescente indefinitamente. Queste serie comprendono come caso particolare la serie di potenze; apparvero inizialmente in connessione colla funzione $\zeta(s)$ di Riemann e la distribuzione dei numeri primi; trovarono applicazione nelle equazioni alle differenze finite, e, più generalmente, funzionali, ed ebbero, anche recentemente, ulteriore valorizzazione nell'opera del Bohr sulle funzioni quasi periodiche, consentendo tra altro di ben precisare punti delicati di meccanica celeste.

Si deve al BERNSTEIN una estensione, che si rivelò assai feconda, della nozione di densità. L'estensione, intesa ad abbracciare i casi tipici di lacune nella successione $\{\lambda_n\}$ degli esponenti, consiste nel far intervenire, accanto alla $\{\lambda_n\}$, tutte le successioni $\{\lambda_n\}$ comprendenti $\{\lambda_n\}$ come successione parziale.

Se esiste per qualche $\{I_n\}$ ed è finito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{n},$$

l'estremo inferiore D di tali limiti si chiama *densità massima* della successione degli esponenti. La serie di Dirichlet, dotate di densità massima, sono in certo senso le più affini alle serie di Taylor. Si può in particolare affermare che (se la somma della serie non rappresenta una trascendente intera), sulla retta parallela all'asse immaginario, che limita il campo di olografismo, cadono certamente punti singolari; anzi ve n'è almeno uno in ogni tratto di lunghezza superiore a $2\pi D$.

Esistono invece altre classi di serie di Dirichlet dotate di proprietà che quasi non hanno riscontro, perchè vi si presentano in forma assai meno efficiente, nelle serie di Taylor. Tale l'*ultra convergenza*, cui il BERNSTEIN ha dedicato pregevoli lavori. L'ultraconvergenza non è altro che un ampliamento (che può anche invadere l'intero piano complesso) del campo di convergenza mediante opportuni raggruppamenti dei termini della serie. Ad essa si riattaccano numerose questioni che il BERNSTEIN ha lumeggiate con genialità e sicura padronanza della complessa materia. Queste qualità, brillantemente affermatesi fin dalle prime Memorie, gli valsero nel 1921 un lusinghiero invito da parte del Collège de France: quello di tenervi il corso (semestrale) della Fondazione Peccot. Egli ha raccolto, con qualche complemento, il suo corso nel volume (già citato) della collezione Borel, veramente encomiabile sotto il duplice aspetto del contenuto e della forma. L'Hadamard ne ha scritta la prefazione, in cui si legge tra altro, a proposito dell'Autore: « nul n'était plus qualifié que lui pour apporter à cette œuvre de mise à point une contribution utile et féconde. Les belles propriétés de prolongement analytique qu'il a découvertes ont fixé sur lui l'attention de tous ceux qui s'adonnent à cette théorie, l'un des plus beaux monuments de la science mathématique ».

Per le considerazioni di merito sopra esposte la Commissione unanime propone che il premio di Matematica pel 1933 venga assegnato al prof. VLADIMIRO BERNSTEIN.

La Commissione:

GUIDO CASTELNUOVO
FRANCESCO SEVERI
TULLIO LEVI-CIVITA (relatore).