

Relazione sul conferimento del premio per la Matematica (anno 1924)
presentata dalla Commissione composta dei Soci: L. BIANCHI,
V. VOLTERRA e T. LEVI-CIVITA (relatore).

La recente opera del prof. UMBERTO CISOTTI *Iidrodinamica piana*, di cui sono apparse le prime due parti (Milano, Libreria Editrice Politecnica, 1921 e 1922), è insieme una esposizione larga e sistematica di questo interessante capitolo dell'idrodinamica e una sintesi dei molteplici contributi originali apportativi dell'autore.

I progressi di metodo conseguiti nell'ultimo ventennio consistono, si può dire, nella più razionale impostazione d'ogni singolo problema mercè un'accurata disamina delle circostanze di fatto e un impiego adeguato di rappresentazioni conformi inteso a rendere quanto possibile espressivo ed agevole lo studio delle soluzioni.

Per poterne render conto anche ad un lettore che possiega soltanto le ordinarie nozioni di calcolo, il CISOTTI premette alcuni paragrafi introduttivi di carattere analitico concernenti la rappresentazione mediante integrali definiti di funzioni olomorfe entro un campo, in base a condizioni al contorno; si tratta di formule classiche, che hanno però ricevuto dal BOGGIO e dal VILLATI, complementi assai utili per lo scopo specifico di cui si discorre. Seguono, collo stesso intendimento, nozioni generali ed esempi scelti di rappresentazione conforme; tra cui quella di un poligono semplice (cioè non intrecciato) sopra un cerchio, che viene ripetutamente in uso nel seguito sia in generale, sia attraverso vari casi particolari.

Dopo un breve riassunto dei principi della idrodinamica si entra in materia, opportunamente distinguendo i problemi da discutere in tre classi, secondoche il campo del moto è limitato:

- a) esclusivamente da linee libere;
- b) esclusivamente da pareti rigide;
- c) in parte da linee libere, in parte da pareti.

Ai problemi della classe a) (correnti libere, confluenza di due o più vene) fu condotto il CISOTTI da pochi accenni teorico-sperimentali di LORD RAYLEIGH concernenti l'urto di due vene (eguali ed opposte). Egli indagò anzi tutto i casi possibili di correnti libere, mostrando che possono essere soltanto rettilinee o circolari, e affrontò quindi la confluenza di due vene di sezione e sotto angolo qualsiasi, stabilendo semplici relazioni fra le direzioni asintotiche e le portate

delle vene confluenti e di quelle effluenti, nonchè sull'ubicazione dello spartiacque. BOGGIO e PALATINI aggiunsero interessanti specificazioni ai risultati del CISOTTI, mentre il CALDONAZZO trattò poi il problema della confluenza di quante si vogliono vene, anche con più punti spartiacque o con regioni di acqua morta, riuscendo nitido e conclusivo nonostante questa grande generalità. In siffatti problemi la soluzione (o almeno la via per raggiungerla) si presenta spontanea considerando la corrispondenza conforme fra due piani complessi ausiliari, rappresentativo l'uno delle componenti di velocità, l'altro dei due potenziali associati di velocità e di corrente.

I problemi di classe *b*) (in quanto, come sopra, attinenti a fluidi perfetti in movimento irrotazionale) si possono sempre ricondurre dal punto di vista matematico al così detto problema di NEUMANN, e già da gran tempo alcuni casi di moti di un solido entro un liquido, o, ciò che è lo stesso, di correnti liquide perturbate da ostacoli, avevano provocato classiche indagini e geniali osservazioni e spiegazioni di fatti meccanici da parte di LAGRANGE, STOKES, KELVIN, HELMHOLTZ, KIRCHHOFF e altri ancora. Il CISOTTI vi connette, come è naturale, la sua ben nota, generale constatazione del paradosso di d'ALEMBERT; e, quale criterio risolutivo, applica già a *b*) la trasformazione che, se qui appare vantaggiosa, diviene pressochè indispensabile nel caso *c*). Si ritrovano così, come casi particolari, risultati già noti, risolvendo anche nuovi problemi fisicamente assai diversi. Speciale menzione meritano quelli concernenti la derivazione dei canali, che furono suggeriti all'autore dal desiderio di fornire una norma pratica ai progettisti di tali opere: si arriva infatti fino al numero, offrendo da ultimo anche tabulata la relazione che deve legare, in regime permanente, il rapporto delle portate a quello delle larghezze dei due canali, primitivo e derivato; e ciò per ogni assegnato angolo tra i due alvei.

Ai problemi del tipo *c*) è dedicato il secondo volume. Vi si contempla in primo luogo la teoria della scia facendo debito posto alle condizioni supplementari di realizzabilità fisica indicate dal BRILLOUIN, al metodo di risoluzione approssimata, per profili di forma prestabilita, dovuto al VILLAT e ad esempi illustrativi di varia specie. Viene quindi un'ampia esposizione di ricerche dell'autore sul moto con scia di un solido entro un canale e sull'efflusso delle vene liquide da uno o più orifizi, con particolare riguardo ai vasi di profilo poligonale. Ne rimane l'umeggiamento (per quanto lo consente la limitazione a due dimensioni) sia il comportamento delle azioni dinamiche, sia il tipico fenomeno della contrazione delle vene, che da BORDA in poi ha richiamato in gran copia esperienze e considerazioni teoriche.

Chiudono il volume due densi capitoli in cui si passano in rassegna con unità di procedimento risolutivo questioni disparate, provenienti in parte dallo stesso CISOTTI e da qualche suo scolare, in parte da altri studiosi, quali ad es. la deviazione e la biforcazione di vene libere dovute ad ostacoli, la fusione di due vene forzate, l'efflusso tra pareti che presentano una o più interruzioni.

La terza parte dell'*Idrodinamica piana*, presentemente in preparazione, sarà dedicata alla teoria delle onde, campo in cui pure cadono lavori originali del CISOTTI. Tra questi ci sembrano emergere due note recenti (*Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, 10 semestre 1923) sopra l'influenza della viscosità sulle onde di canale. Esse prendono le mosse dalla seguente osservazione d'indole generale: La condizione di continuità degli sforzi si traduce (nel piano) in due equazioni al contorno tra le derivate delle componenti di velocità, le quali debbono d'altra parte soddisfare in tutto il campo del moto alle equazioni indefinite di Navier. Se si suppone il movimento irrotazionale, le equazioni indefinite si compendiano in una sola, ma non altrettanto avviene, almeno in generale, delle equazioni ai limiti, mentre si ha un'unica funzione incognita. Perciò l'ipotesi che esista un potenziale di velocità, così feconda nel caso dei fluidi perfetti, non dà alcun affidamento di poter essere utilmente mantenuta quando si voglia tener conto della viscosità. Ond'è che nessuno, a quanto pare, ne aveva fatto una discussione accurata. Ora il CISOTTI rileva che, lungo ogni linea di flusso, la componente tangenziale dello sforzo è nulla, anche nei fluidi viscosi. Ne viene che, se il contorno di un liquido naturale è costituito da pareti rigide (perfettamente levigate) ovvero da linee libere (confinanti con un fluido perfetto) annullandosi quivi lo sforzo tangenziale, una delle condizioni al contorno si trova automaticamente verificata; ed esistono quindi soluzioni fornite da movimenti irrotazionali. Un buon esempio è offerto dalle onde in un canale occupato da liquido viscoso. Il CISOTTI ne riconduce in primo luogo lo studio ad una equazione mista (insieme differenziale e alle differenze finite) con una sola variabile indipendente, e ne inferisce poi in particolare che sono ancora possibili onde semplici (di AIRY), salvo un fattore di smorzamento temporale: la relativa costante è direttamente proporzionale al coefficiente di viscosità del liquido e inversamente proporzionale al quadrato della velocità di propagazione.

Come si vede, l'assiduo, perseverante lavoro del CISOTTI (che pur si estende ad altri argomenti di analisi e di meccanica) gli ha consentito di affrontare e risolvere moltissime e svariate questioni di idrodinamica, coordinandole poi in un vero e proprio trattato, il quale, sebbene non sia ancora giunto a compimento, ha già ricevuto, anche all'estero, favorevole accoglienza suscitando ulteriori ricerche.

Per questi motivi la Commissione unanime propone che il premio di matematica per l'anno 1924 venga assegnato al prof. UMBERTO CISOTTI della R. Scuola di Ingegneria di Milano.

La Commissione:

VITO VOLTERRA

LUIGI BIANCHI

TULLIO LEVI-CIVITA (relatore).