

LUIGI CREMONA

Luigi Cremona fu Presidente della Società Italiana delle Scienze dal 12 luglio 1893 al 10 giugno 1903, giorno della sua morte. Nessuno più di lui fu degno di coprire l'alto ufficio. Le immortali scoperte nel campo della geometria e l'opera fervida, instancabile, a favore della cultura italiana avevano richiamato su di lui l'ammirazione di tutti gli uomini devoti alla scienza. Particolare gratitudine e venerazione a lui portavano i cultori della disciplina che gli fu cara; giacchè a lui e a pochi altri sommi del suo tempo spetta il merito di aver combattuto e vinto lo stato di decadenza in cui le matematiche erano scese in Italia nella prima metà del secolo scorso e di averle sollevate all'alto livello in cui si trovavano alla fine dell'ottocento. Se oggi ancora possiamo onorevolmente competere in questo campo colle nazioni più progredite, dobbiamo ricordare che il lavoro dei discepoli fu agevolato dall'opera dei Maestri, tra i quali primeggiò il Cremona.

Luigi Cremona nacque a Pavia il 7 dicembre 1830. Colà seguì gli studi classici ed iniziò il corso universitario. I moti del 1848 lo tolsero alla scuola. L'animo generoso, aperto ai più nobili sensi di patria e libertà, spinse quel giovanetto diciottenne a prendere, volontario, le armi per cacciare lo straniero dal suolo d'Italia. Inviato dal Governo provvisorio di Milano in difesa di Venezia, combattè sul Piave e sulla laguna durante l'eroica resistenza di quella città, e fu additato dai superiori come modello di virtù militari e civili.

Caduta Venezia, ritornò a Pavia e riprese i corsi universitari, portando negli studi lo stesso ardore che lo aveva spinto e assistito nella guerra. Ottenne la laurea di ingegnere nel 1853, e si diede poi all'insegnamento secondario di matematica. Più che ai maestri insigni, quali il Bordoni e il Brioschi, di cui ascoltò le lezioni, trasse dai libri l'ispirazione alle sue prime ricerche.

La meravigliosa rinascita dei metodi geometrici nella prima metà del secolo scorso infiammò di entusiasmo il suo animo. L'artistica semplicità colla quale il Poncelet e il Chasles in Francia, lo Steiner in Germania, erano riusciti a ricostruire ed ampliare la teoria delle coniche e delle quadriche, e ad iniziare lo studio delle curve e superficie algebriche superiori, lo invogliò a progredire nella

stessa via; e lungo questa egli ottenne i suoi primi successi. Fin dai lavori giovanili egli rivelò qualità eccezionali di ricercatore e di espositore. Non si esitò quindi ad affidargli, nel 1860, la prima cattedra di geometria superiore che, per lui, fu istituita a Bologna.

Oggi ancora, trascorsi 66 anni, non so leggere senza emozione la prolusione che egli pronunziò inaugurando quel corso; tanto è l'entusiasmo per la scienza che palpita in ogni riga! Dopo aver lamentato le condizioni in cui si svolgeva l'insegnamento matematico universitario di quel tempo, non per la insufficienza dei maestri, ma per l'isolamento in cui erano lasciati e per la scarsità delle cattedre e la mancanza di corsi superiori, il Cremona traccia il programma delle lezioni che egli terrà per far conoscere tra noi dottrine pervenute ad un alto grado di sviluppo in Francia e in Germania, e chiude il suo discorso con esortazioni ai giovani che non so trattenermi dal riportare quasi integralmente, perchè, meglio di qualunque mia parola, giovano ad illuminare la figura del grande scienziato.

«Giovani alunni, che vi accingete a seguirmi in questo corso di geometria moderna, non v'accostate che con saldo proposito di studi pertinaci. Senza una incrollabile costanza nella fatica non si giunge a possedere una scienza. Se questo nobile proposito è in voi, io vi dico che la scienza vi apparirà bella e ammiranda, e voi l'amerete così fortemente che d'allora in poi gli studi intensi vi riusciranno una dolce necessità della vita. Me fortunato se poteasi raggiungere lo splendido risultato di invogliare questa generosa gioventù allo studio e al culto di una scienza che ha già procacciato tanta gloria agli stranieri e che tra noi non ha che rarissimi e solitari cultori!

«Respingete da voi, o giovani, le malevole parole di coloro che a conforto della propria ignoranza o a sfogo di irrosi pregiudizi vi chiederanno a che giovino questi ed altri studi e vi parleranno dell'impotenza pratica di quegli uomini che si consacrono esclusivamente al progresso di una scienza prediletta. Quand'anche la geometria non rendesse, come rende, immediati servigi alle arti belle, all'industria, alla meccanica, all'astronomia, alla fisica; quand'anche una esperienza secolare non ci ammonisse che le più astratte teorie matematiche sortono in un tempo più o meno vicino applicazioni prima neppur sospettate; quand'anche non ci stesse innanzi al pensiero la storia di tanti illustri che, senza mai desistere dal coltivare la scienza pura, furono i più efficaci promotori della presente civiltà, ancora vi direi: questa scienza è degna che voi l'amiate; tante sono e così sublimi le sue bellezze che essa non può non esercitare sulle generose e intatte anime dei giovani un'alta influenza educativa elevandole alla serena e inimitabile poesia della verità! I sapientissimi antichi non vollero mai scompagnata la filosofia, che allora era la scienza della vita, dallo studio della geometria, e Platone scriveva sul portico della sua accademia: *Nessuno entri qui se non è geometra*. Lungi dunque da voi questi apostoli delle tenebre; amate la verità e la luce, abbiate fede nei servigi che la scienza rende presto o tardi alla causa della civiltà e della libertà. Credete all'avvenire! questa è la religione del nostro secolo».

La fortuna che egli invocava nelle prime righe di questa chiusa gli arrise, prima forse di quello che egli sperasse. Per opera del suo insegnamento e di maestri e discepoli che ne seguirono i precetti, le dottrine geometriche si diffusero in Italia così rapidamente che la traccia del corso che allora si chiamava di geometria superiore — e noi oggi diremmo di geometria proiettiva — entrò a far parte, diec'anni dopo, dei programmi di matematica degli istituti tecnici, istituti preparatori, in quell'epoca, alle scuole di ingegneria. A questa introduzione della geometria proiettiva nelle scuole medie (che ebbe, a dir vero, breve durata) dobbiamo quell'aureo libretto del Cremona, che raccolse tanta meritata fortuna.

Ben maggiore ampiezza aveva raggiunto nel 1870 la geometria superiore. Il Cremona, quasi solo ancora in Italia, ne aveva allargato i confini, portando progressi essenziali a quella teoria degli enti algebrici che, iniziata in Francia, in Germania, in Inghilterra, trovò poi nel nostro paese l'ambiente più propizio e lo sviluppo più ampio.

Gli anni dal 1860 al 1872 che il Cremona trascorse a Bologna (fino al 1866) e poi a Milano, furono i più fecondi della sua vita scientifica. I lavori si succedevano senza interruzione e portavano tutti nuovi risultati a nuovi metodi, sempre redatti con quello stile lucido e sobrio che può citarsi come modello di eleganza scientifica.

Un esame analitico dei singoli scritti sarebbe qui fuori di luogo. Conviene meglio, per far risaltare l'opera del Maestro ed i progressi a lui dovuti, fermarsi sopra pochi lavori particolarmente significativi, che ebbero la maggiore influenza sulle ricerche proseguite dalla scuola italiana.

Quasi per iniziare l'insegnamento di Bologna il Cremona presenta nel 1861 a quella Accademia delle Scienze la *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane*, a cui fanno seguito nel 1866 i *Preliminari di una teoria geometrica delle superficie*. Son due monografie, destinate ad esporre sistematicamente, coi metodi della geometria pura, la teoria proiettiva delle curve e superficie algebriche. L'autore fu indotto a scriverle, come egli stesso dichiara, dal desiderio di dimostrare alcuni bei teoremi di cui lo Steiner aveva dato i soli enunciati. Ma lo sforzo per rintracciare la via che aveva guidato il geometra svizzero, l'aspirazione ad avvicinare quei risultati ad altri ottenuti con metodi diversi dalle scuole francese ed inglese, la scoperta da parte del nostro di molte altre proprietà interessanti e riposte degli enti in esame, lo conducono a redigere due veri trattati che contengono quasi tutto quello che si conosceva in quell'epoca sulle curve e sulle superficie algebriche. Il metodo, mirabile per unità, è sintetico; la geometria analitica non viene adoperata in modo esplicito. Ma, pur aspirando alla purezza dei procedimenti, il Cremona si guarda dalle esagerazioni in cui cadde taluno dei successori. L'algebra traspare attraverso il ragionamento geometrico, e l'insegnamento che risulta dalla sua opera non è già di bandire lo strumento analitico, ma di guardare in questo più la sostanza e lo spirito che la forma.

Oggi le questioni di metodo hanno perso gran parte dell'interesse che destavano cinquant'anni or sono. Ma questo mutamento di veduta nulla ha tolto al-

l'opera del Cremona. A lui resta sempre il merito di aver arricchito di nuove verità la geometria delle curve e delle superficie algebriche, e di aver affinato gli strumenti di ricerca in guisa da renderli atti ad affrontare anche questioni più ardue, alla cui trattazione procedimenti diversi si son dimostrati sinora meno efficaci.

L'originalità del pensiero del Cremona apparisce pienamente in un secondo gruppo di lavori dedicati alle trasformazioni birazionali del piano e dello spazio, che furono poi dette giustamente *cremoniane*. La ricerca iniziata dal nostro nel 1863 è da lui stesso proseguita in varie Memorie che si succedono per un decennio. L'argomento fu poi affrontato da molti altri cultori della geometria, e non può ancora dirsi esaurito.

Per apprezzar l'interesse della questione occorre ricordare che lo sviluppo della geometria proiettiva nella prima metà del secolo scorso aveva attratto l'attenzione sulle trasformazioni del piano che mutano punti in punti e rette in rette. Di trasformazioni che mutino rette in curve algebriche superiori erano noti solo esempi particolari, ma nessuno aveva tentato di costruire una teoria organica di siffatte corrispondenze. Il Cremona si pone il problema in tutta la sua generalità, fa vedere come esistano trasformazioni mutanti *rette* in curve d'ordine prestabilito, ne fissa le proprietà principali e dà i mezzi per costruire innumerevoli esempi. Passa in seguito a trattare la questione analoga nello spazio, e sebbene l'argomento presenti qui difficoltà molto maggiori, riesce a compiere dei passi notevoli.

Coll'introdurre un nuovo gruppo di trasformazioni si allarga il territorio della scienza, giacchè si fornisce un mezzo per dedurre da enti conosciuti nuovi enti, e trasportare a questi le proprietà di quelli. Di tale mezzo il Cremona ha fatto largo uso, ed uno dei più bei capitoli della Memoria sulle superficie cubiche, di cui poi parlerò, dimostra la fecondità del detto procedimento. Ma la scoperta di un nuovo gruppo di trasformazioni ha un valore anche più elevato per la scienza. Sorge infatti il problema di studiare le proprietà geometriche che non sono alterate dalle trasformazioni del gruppo. Queste proprietà costituiscono, secondo la veduta geniale del Klein, una *geometria*. Il Cremona ha dato dunque l'impulso alla formazione di una *geometria cremoniana*. Se essa fu coltivata, più che dal Maestro, dalla scuola che a lui si riattacca, è giusto attribuirne la paternità al grande geometra, il quale ne presenti l'importanza e ne segui i progressi con interesse ed amore.

Quale valore, quale fecondità abbiano i metodi introdotti dal Cremona ed i risultati a lui dovuti appare chiaramente dall'esame dell'opera *Mémoire de géométrie pure sur les surfaces de troisième ordre*, che egli scrisse nel 1866-67 per prender parte ad un concorso bandito dall'Accademia delle scienze di Berlino (1). In

(1) La Memoria condivise allora il premio Steiner con una Monografia di R. STURM sullo stesso argomento. Una seconda volta nel 1874 fu conferito al CREMONA l'intero premio Steiner come riconoscimento del valore della sua opera geometrica.

quella Memoria, dopo aver riprodotto con qualche complemento i principali risultati contenuti nei *Preliminari ad una teoria geometrica delle superficie*, il Cremona ne fa applicazione al caso relativamente semplice della superficie cubica. Egli trova così le eleganti proprietà, in parte note, in parte nuove, di questa superficie e delle notevoli configurazioni ad essa associate, costituendo una teoria che per la sua armonica bellezza desterà sempre l'ammirazione dei cultori della geometria. In uno dei capitoli più interessanti della Memoria l'Autore fa vedere come una delle generazioni della superficie cubica conduca spontaneamente ad una trasformazione cremoniana dello spazio che muta la superficie in un piano. E da questa *rappresentazione piana* egli ricava un mezzo per dedurre le proprietà dei sistemi di curve algebriche che si possono tracciare sulla superficie. Qui troviamo dunque per la prima volta (dopo il caso immediato e notissimo delle quadriche) studiata sistematicamente una superficie razionale, cioè rappresentabile birazionalmente sul piano. Conviene aggiungere che quasi nella stessa epoca il Clebsch perveniva per via diversa a rappresentar sul piano la superficie cubica, e che fra il 1866 e il 1870 il Clebsch e il Cremona hanno studiato la rappresentazione piana di particolari superficie del 4° ordine e di ordine superiore. Il Cremona condivide adunque col Clebsch il merito di aver iniziato la teoria delle superficie razionali, che, ripresa dal Noether, fu poi ampiamente sviluppata dalla scuola italiana.

Tutti questi bei risultati, succedutisi in un decennio, esposti con rara eleganza, destarono l'ammirazione dei cultori della matematica. Più degli altri ne subirono il fascino i giovani che si avviavano alla scienza, i quali nei lavori del Cremona trovavano soddisfatti ad un tempo l'amore della verità ed il senso artistico, insito in ogni ingegno italiano. Sia per ragioni estetiche, sia per altri motivi che ora sarebbe troppo lungo indagare, l'insegnamento del Cremona, quale risultava dalla sua voce e dai suoi scritti, ebbe nelle menti giovanili una risonanza superiore a quella data da altri sommi maestri italiani che vissero nel suo tempo. Così il Cremona ebbe il conforto, negli ultimi trent'anni della sua vita, di assistere al rigoglioso sviluppo di una fiorente scuola geometrica, sorta in Italia col proposito di proseguirne l'opera e di affrontare problemi sempre più elevati. Fenomeno questo degno di rilievo quando si rifletta come l'individualismo eccessivo prevalente nei paesi latini vi renda difficile la formazione e il progresso di una scuola scientifica.

La fama del Cremona non tardò ad uscire dal cerchio necessariamente ristretto di coloro che erano in grado di apprezzarne i meriti scientifici. Le clette qualità dell'ingegno e del carattere colpivano chiunque si trovasse in sua presenza. La volontà forte, indomabile, traspariva dallo sguardo acuto, dal volto austero. Era severo con se stesso e cogli altri. Ma talora i suoi occhi si illuminavano di un dolce sorriso, quando egli voleva manifestare a qualcuno la sua benevolenza, o il compiacimento per nuove conquiste nella scienza, di cui seguiva sempre i progressi anche quando altre cure lo avevano distratto dalla ricerca.

La integrità della vita, la rigidità del carattere, le facoltà organizzatrici che egli ben presto rivelò, richiamarono su di lui l'attenzione degli uomini di Stato, che gli affidarono delicati incarichi. Ed egli tutti li assolse con alto senso del dovere, con sommo scrupolo, sacrificando occupazioni più serene e gradite al suo spirito.

L'interesse che durante gli anni di insegnamento all'Istituto tecnico superiore di Milano (1866-72) aveva dimostrato per le questioni tecniche, e che si era manifestato nelle due pregevolissime e fortunate pubblicazioni *Le figure reciproche nella statica grafica* ed *Elementi di Calcolo grafico*, metteva in prima vista il suo nome per l'organizzazione della Scuola degli Ingegneri di Roma, alla quale si voleva dare un elevato carattere scientifico e tecnico, degno della nuova Capitale d'Italia. Con questo proposito nel 1873, da Antonio Scialoja, allora Ministro della P. Istruzione, egli fu nominato Direttore della detta Scuola; ed il posto, che accettò nei primi tempi con riluttanza, egli tenne, con pieno successo, fino alla morte. Per merito suo e dei collaboratori che si era scelti la Scuola divenne in pochi anni un istituto modello per severità di studi e ferrea disciplina. Con la stretta unione, da lui voluta, della Scuola e della Facoltà di Scienze, di cui era illustre membro, egli additò quale importanza spetti agli insegnamenti scientifici nella preparazione degli ingegneri.

Chiamato nel 1879 a formar parte del Senato, vi acquistò subito alta autorità, specialmente nelle questioni riguardanti la istruzione pubblica. Nemico delle facili indulgenze, che hanno per molti anni indebolito la scuola italiana, egli fu propugnatore di seri studi e di rigida disciplina. Memorabile è la relazione che egli scrisse per un progetto di legge sulla istruzione superiore; grande fu la parte da lui presa nella discussione su quel progetto, che ebbe luogo nel 1881. Se per le varie vicende della politica italiana parecchie riforme scolastiche da lui proposte non ebbero seguito, è doveroso riconoscere che alla sua autorità e a quella di pochi colleghi è dovuta l'alta posizione fatta alle matematiche nella Università italiana. Anche nel Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, di cui fu membro per molti anni, si adoperò senza posa a tener alto il livello della scuola italiana e il prestigio degli insegnanti.

Se ebbe amici carissimi, la sua tenacia inflessibile non gli risparmiò gli avversari. Ma quando si sparse la notizia della sua morte, tutti furono concordi nel deplorare la perdita dell'uomo insigne che colle opere aveva reso chiaro il nome dell'Italia nel mondo, ed aveva con fermezza combattuto in patria per nutrire la mente dei giovani di studi severi ed educarne l'animo alle civili virtù.

G. CASTELNUOVO.