
CENNO NECROLOGICO DI ULISSE DINI

Nacque ULISSE DINI in Pisa il 14 novembre 1845, e in questa sua diletta città, le cui grandi memorie fin dai primi anni lo infiammarono di ardente amore del sapere e di ambizioni nobilissime, si svolse la sua gloriosa carriera, che da umili origini lo trasse ai più alti gradi nella scienza, nell'insegnamento e nei pubblici uffici.

Le memorie della sua prima giovinezza lo raffigurano già come uno scolaro che sugli altri di gran lunga si elevava per l'ingegno vivacissimo, così aperto alle bellezze degli studi classici, come ai primi rudimenti nelle scienze. La singolare sua facilità nell'apprendere, l'intenso suo amore agli studi, lasciavano fin da allora riconoscere agli attenti maestri che in quell'esile forma di giovanetto si andava svolgendo un promettente intelletto.

Assoluti rapidamente gli studi secondari, egli entrò, appena sedicenne, nel glorioso Ateneo Pisano per iniziarsi gli studi matematici a cui si sentiva potentemente attratto. Fra i suoi maestri, i due più illustri MOSSOTTI e BETTI ben presto ne riconobbero le straordinarie attitudini matematiche e concepirono per suo avvenire le più alte speranze, di poi così splendidamente attenute.

Le prime ricerche matematiche del Dini, alle quali venne avviato dal Betti, riguardarono quel ramo dell'analisi applicata alla geometria che prese poi il nome di *geometria differenziale*, o infinitesimale. Esse si iniziano colla sua tesi di laurea, composta nel 1864, e concernono la teoria delle superficie applicabili, soggetto che pochi anni prima, messo a concorso dall'Accademia di Parigi, aveva dato luogo a notevoli ricerche di matematici francesi e italiani. Fra i primi il BOUR aveva stabilito l'importante risultato che la ricerca delle superficie applicabili sopra una superficie data dipende da un'equazione alle derivate parziali del secondo ordine in due variabili, e della forma di AMPÈRE. Il Bour si era limitato a formare questa equazione assumendo a linee coordinate le simmetriche immaginarie (o linee di lunghezza nulla). Il Dini trattò la questione in coordinate curvilinee qualunque, e giunse a scrivere l'equazione dell'applicabilità nella forma più generale, ciò che allora, in mancanza degli algoritmi invariantivi, richiedeva una notevole abilità nelle trasformazioni analitiche.

Nell'anno stesso 1864, nel quale il Dini compiva, diciannovenne, il corso degli studi universitari, un altro nostro valente matematico EUGENIO BELTRAMI veniva trasferito all'Università di Pisa alla cattedra di geodesia e col Dini, di dieci anni di lui più giovane, si legava in istretta amicizia avvivata dal comune ardore nella ricerca matematica. Ancora al 1864 risale la seconda dimora in Pisa del sommo matematico tedesco BERNARDO RIEMANN, col quale il Betti ed il Beltrami spesso si ritrovavano in amichevole e scientifico conversare. A queste riunioni di matematici di così alto valore molte volte prendeva parte il giovane Dini, e ben può pensarsi quanto grande e benefica influenza a lui ne derivò nel primo fiorire del suo ingegno.

Nel susseguente anno 1865, conseguito un posto di perfezionamento all'estero, il Dini si recò a Parigi, bene accolto da quegli illustri matematici, e vi continuò i suoi studi di geometria differenziale, con nuove originali ricerche. Fra queste notevole per semplicità ed eleganza la Nota, presentata dal BERTRAND all'Accademia di Francia, nella quale, per la prima volta, vennero osservate quelle singolari superficie pseudosferiche (a curvatura costante negativa) che presero il nome di *elicoidi del Dini*. È noto che il più semplice tipo di superficie pseudosferica si ha nella *pseudosfera*, superficie di rotazione generata dal rotare della trattrice attorno all'asintoto. Il Dini osservò che questa curva genera ancora una superficie pseudosferica (di diversa curvatura) per un qualunque movimento elicoidale attorno all'asintoto.

Compiuto l'anno di perfezionamento, il Dini ritornò a Pisa, e subito cominciò la sua carriera didattica all'Università cogli incarichi degli insegnamenti di algebra complementare e di geodesia.

In un primo periodo di ricerche, che va dal 1865 al 1870, si susseguono rapidamente importanti pubblicazioni originali di geometria differenziale, quali stampate negli « Atti dell'Accademia del XL », quali negli « Annuali di matematica », altre in periodici minori. Nelle prime memorie sono sviluppate le formole generali per la teoria delle superficie, la cui conoscenza era allora poco diffusa, e se ne fanno interessanti applicazioni deducendone nuovamente, in termini finiti, le superficie coi due sistemi di linee di curvatura piane, e quelle notevoli a curvatura costante (positiva o negativa) con un sistema di linee di curvatura piane, che dipendono dalle funzioni ellittiche. Queste ultime superficie erano già state invero, qualche anno avanti, determinate dall'Enneper, all'insaputa del Dini; ma questi vi giunse per altra via ricercando le superficie rigate deformabili in guisa che le generatrici diventino eliche cilindriche. Egli trova che soltanto l'elicoidale rigata ad area minima ammette di tali deformazioni, e allora, pel teorema di Weingarten, le relative superficie evolventi sono appunto superficie a curvatura costante con un sistema di linee di curvatura piane.

Seguono le belle ricerche sulle superficie generali con un sistema di linee di curvatura piane o sferiche, che già avevano formato oggetto di studio di molti geometri. Il Dini completa le ricerche dei predecessori con risultati notevoli, i quali conservano anche oggidi una fondamentale importanza.

Tralasciando di parlare di altre pubblicazioni minori, attinenti a questo periodo della sua opera scientifica, diremo ancora di due Memorie di non grande mole, ma notevoli per risultati raggiunti, pubblicate negli « Annali di matematica ». La prima (« Annali » to. III, 1869) riguarda il problema della rappresentazione *geodetica* di una superficie sopra un'altra, problema sollevato dal Beltrami in una Memoria che preludeva alle sue celebri ricerche sulla geometria non-euclidea. Il Beltrami, ricercando le superficie rappresentabili punto per punto sul piano in guisa che le linee geodetiche della superficie abbiano per immagini piane linee rette, trovò che queste superficie sono tutte e sole le superficie di curvatura costante. E in fine della Memoria poneva il problema generale di trovare le coppie di superficie rappresentate geodeticamente l'una sull'altra. Il Dini risolse il problema nella Memoria in discorso, e il risultato a cui giunse fu altrettanto notevole quanto inaspettato. Era abbastanza naturale di pensare che *qualunque* superficie potesse rappresentarsi geodeticamente sopra un'altra *conveniente*, pur prescindendo dal caso troppo ovvio di superficie simili. Invece il Dini trovò che, trascurando il caso omotetico, l'una e l'altra superficie debbono per ciò appartenere a quella classe particolare di superficie, dette di LIOUVILLE, per le quali il ds^2 ammette quella particolare forma isoterma

$$ds^2 = (U + V) (du^2 + dv^2)$$

che consente l'immediata determinazione per quadrature delle linee geodetiche. Geometricamente tali superficie vennero caratterizzate dal Dini come quelle che ammettono (almeno) un doppio sistema ortogonale ed *isotermo* di ellissi ed iperbole geodetiche. Viceversa ogni superficie di Liouville ammette ∞^1 rappresentazioni geodetiche sopra altre superficie di Liouville. Il teorema, nell'ipotesi di rappresentazioni reali di superficie reali, venne stabilito dal Dini riferendosi alle *linee principali della rappresentazione*, cioè a quel doppio sistema ortogonale di linee che (secondo il teorema di TISSOT) si conserva ortogonale nell'immagine. Queste linee principali debbono appunto costituire un sistema ortogonale *isotermo* di ellissi e iperbole geodetiche. Il risultato del Dini si collega all'esistenza di un integrale primo per l'equazione differenziale delle geodetiche, omogeneo e di secondo grado in $\frac{du}{ds}, \frac{dv}{ds}$; esso si presenta in modo analogo per le rappresentazioni geodetiche degli spazi a più dimensioni, e consente altre notevoli estensioni geometriche.

L'ultima delle Memorie di questo ciclo tratta le formole generali per la rappresentazione sferica di Gauss delle superficie ed è densa di risultati importanti e di notevoli applicazioni. Fra queste ci piace citare la condizione necessaria e sufficiente, affinché un sistema sferico di linee sia l'immagine delle asintotiche di una superficie, risultato che ha molta importanza in geometria differenziale.

Già con questo gruppo di importanti ed originali lavori, compiuto in un quinquennio, il Dini era salito in singolare fama fra i matematici italiani e stranieri.

E benchè, nel seguito, la sua opera scientifica si sia volta ai più alti soggetti dell'analisi, egli serbò sempre una predilezione pel campo delle sue prime ricerche, e coll'insegnamento, e colla scelta degli argomenti di tesi per gli alunni, contribuì ancora efficacemente allo sviluppo in Italia della geometria differenziale.

Prima ancora di iniziare le ricerche, di cui ora diremo più ampiamente, il Dini si era segnalato colla pubblicazione di importanti lavori d'algebra relativi alla convergenza delle serie, in particolare di quelle a termini positivi, con risultati che vanno al di là dei criteri di Kummer, e su questi risultati ritornò ancora in ultime pubblicazioni.

Ma il campo nel quale diede una misura ancora più alta del suo talento matematico, che alla forza inventiva associava un acume critico quale difficilmente può essere superato, è il campo dell'analisi superiore. Egli stesso racconta come fu condotto ai nuovi studi essendo già stato colpito, fin dall'inizio della sua carriera scientifica, dall'osservare che alcuni principii fondamentali dell'analisi apparivano mancanti, e negli enunciati e nelle dimostrazioni, di quell'assoluto rigore che deve essersi nella matematica. E se per un momento potè credere che tali dubbi fossero soltanto nella sua mente, una maggiore riflessione lo convinse della loro perfetta legittimità, talchè appariva necessario riprendere in esame i principii medesimi e dar loro una base veramente solida. Intanto, verso il 1870-71, dalla lettura di Memorie di matematici della Scuola di Weierstrass, apprese che tali dubbi, ed altri maggiori, erano stati sollevati nella cerchia dei matematici tedeschi, e venne a conoscenza di alcune Memorie dello Schwarz e di altri scolari del Weierstrass, nelle quali alcuni di questi dubbi venivano eliminati. Col sussidio di queste poche Memorie egli si diede all'ardua impresa di riedificare sistematicamente, e sopra solide fondamenta, tutti i principii dell'analisi, e dopo avere esposto in successivi corsi universitari, ed in alcune pubblicazioni preventive, i risultati delle sue profonde indagini, potè già nel 1877 raccogliervi nel suo aureo libro: *Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali*. Di questa opera, che rimase per molti anni l'unica esposizione rigorosa e completa dei nuovi principii, fu più tardi, nel 1892, pubblicata una versione tedesca da Lüroth-Schapp.

Parallelamente a quest'opera riformatrice dei principii dell'Analisi il Dini ne condusse a termine un'altra, egualmente sistematica e non meno importante, per l'esposizione dell'ordinario corso di analisi infinitesimale. E già nel 1877-78, anno da cui egli assunse l'insegnamento del calcolo infinitesimale nell'Università di Pisa, dettò quelle celebri lezioni, riprodotte poi in seguito con poche varianti in ripetute litografie, nelle quali tutto il corso di calcolo veniva trasformato ed esposto, la prima volta, secondo nuovi rigorosi principii. Da queste lezioni attinsero largamente italiani e stranieri, e ben si può dire che esse hanno servito e servono tuttora, insieme coi citati fondamenti, alla diffusione della cultura analitica moderna. Frattanto molti trattati di calcolo uscirono in Italia, e fuori, informati ai nuovi principii. Il Dini stesso, impedito da altre cure, soltanto molto dopo, nel 1907, si decise a pubblicare per le stampe quelle lezioni, dapprima col proposito

di riprodurre il corso litografato con piccole aggiunte; ma poi, per necessità di cose, il progetto primitivo si andò allargando sino ad includervi i nuovi progressi della teoria, dovuti a ricerche di altri ed alle sue proprie. Ne uscì per tal modo un trattato completo di calcolo, sostanzialmente in quattro volumi, dedicati i primi due al calcolo differenziale, gli ultimi due al calcolo integrale. Nell'ultimo volume, terminato di pubblicare nel 1915, sono particolarmente notevoli fra i capitoli aggiunti il cap. XXVII, che riproduce le importanti ricerche sulle equazioni differenziali lineari pubblicate in una serie di Memorie degli « Annali di matematica » che vanno sino al 1911 (to. XVIII), e contengono in particolare importanti studi sul comportamento asintotico degli integrali; il cap. XXXII con una rapida esposizione delle teorie delle equazioni integrali secondo le Memorie fondamentali di Volterra e di Fredholm. Questo capitolo contiene inoltre, nella sua seconda parte, notevoli ricerche originali del Dini medesimo sulle equazioni integrali di prima specie a limiti variabili, collegate ad antiche vedute esposte dall'autore in una pubblicazione del 1880 (Annali delle Università Toscane), le quali in certo modo preludevano alla moderna teoria delle equazioni integrali.

In fine il Cap. XXXIII presenta un sunto delle nuove teorie per l'integrazione, collo studio dei gruppi di punti (o di numeri), della loro misura, delle funzioni misurabili e del concetto d'integrale di LEBESGUE. Chiudono il capitolo alcune considerazioni critiche sulla possibilità di infinite altre estensioni del concetto d'integrale che includono quello di Lebesgue, senza neppure introdurre il concetto di misurabilità delle funzioni. Così, in particolare, per le funzioni finite e continue più generali, che ammettono soltanto gli estremi oscillatori dei rapporti incrementali (già introdotti dal Dini nei *Fondamenti*, e chiamati poi in seguito numeri derivati) la formola già stabilita dal Dini nel suo libro che corrisponde alla formola degli incrementi finiti, permette di parlare dell'integrale del numero derivato che si considera.

Oltre ai *Fondamenti*, un altro trattato originale e di grande valore per l'analisi dobbiamo agli studi del Dini. È questo il volume, pubblicato nel 1880, dal titolo: *Serie di Fourier e altre rappresentazioni analitiche delle funzioni di una variabile reale*. In questo campo degli sviluppi in serie delle funzioni per funzioni prestabilite, così interessante per l'analisi come per la fisica matematica, il Dini raggiunse i risultati più cospicui, e in questa, forse ancor più che nelle altre sue pubblicazioni, spiccano la grande forza inventiva dell'autore e l'insuperato acume critico che gli permisero di raggiungere risultati notevolissimi dimostrati con pieno rigore e nella più ampia generalità.

A questo primo volume sulla teoria degli sviluppi in serie doveva seguirne un secondo, di cui già alcuni fogli erano pronti e pubblicati nel 1880 negli « Annali delle Università Toscane ». Ma da questo anno, e per lungo periodo di tempo, cure e doveri di ben altra natura sospesero quasi interamente l'attività matematica del Dini. Soltanto nel 1911, avendo ripreso quegli studi in occasione di corsi universitari, Egli diede un seguito al volume del 1880 con litografie di

un interessantissimo corso di lezioni che insieme agli antichi risultati, nuovi importanti ne aggiungeva, frutto delle sue nuove ricerche. E nonostante le nuove vedute, ed i nuovi mezzi di ricerca forniti frattanto dallo sviluppo della teoria delle equazioni integrali, questi risultati rappresentano ancora quanto di più generale è stato conseguito fin qui in questo importante campo della Analisi.

Oltre questi lavori capitali nella teoria delle funzioni di variabili reali, che costituiscono la parte più cospicua della sua opera scientifica, il Dini rivolse anche con successo le sue ricerche alla teoria delle funzioni di variabile complessa. Dei corsi di lezioni ricordiamo quello più volte litografato sulla teoria delle funzioni ellittiche, svolto nell'indirizzo primitivamente dato dal Betti, e nel quale erano contenute molte pregevoli ricerche del Dini medesimo. Fra le Memorie su questo argomento è da citarsi quella *sopra le funzioni di variabile complessa* (1870-71) del to. IV e V degli « Annali di matematica », concernenti la determinazione di una funzione di variabile complessa in un anello circolare dati i valori della parte reale sul contorno. La soluzione che egli diede allora del relativo problema (di Dirichlet) con sviluppi in serie si trasforma facilmente, come più tardi rilevò in una Memoria del 1913 nel to. 36 dei « Rendiconti » di Palermo, nelle eleganti formole di Villat che utilizzano le funzioni ellittiche. In questa stessa Memoria viene ancora risoluto, con mezzi analoghi, il corrispondente problema di Dirichlet nello spazio fra due sfere concentriche.

Di un altro soggetto della teoria delle funzioni di variabile complessa tratta la Memoria pubblicata nelle *Collectanea mathematica in memoriam D. Chelini*, che dà un interessante contributo alle questioni collegate al (primo) teorema di Mittag-Leffler, il quale non aveva allora raggiunto la forma completa e definitiva.

Anche alla teoria delle equazioni alle derivate parziali il Dini apportò notevoli contributi. In particolare ricordiamo la Memoria pubblicata nel 1902 nel to. 25 degli « Acta mathematica », che si occupa dei teoremi di esistenza, dimostrati col metodo delle approssimazioni successive di Picard, per le equazioni del secondo ordine del tipo ellittico. Il Dini vi espone importanti considerazioni dirette a precisare e a rendere pienamente rigorosi i risultati del metodo stesso.

La serie di lavori di cui abbiamo brevemente discorso costituisce un'opera scientifica del più alto valore per la genialità delle ricerche e per la profonda critica e meritamente assicurò al Dini un'alta fama fra i matematici italiani e stranieri.

Un valore altrettanto alto ebbe l'opera sua didattica, che durò per più di 52 anni; e non soltanto per l'insegnamento diretto da lui impartito nell'Università di Pisa, ma ancora perchè i suoi trattati e le sue lezioni ne diffusero il beneficio in tutte le Università italiane. Insegnante incomparabile per la chiarezza e per la vivacità dell'esposizione, esercitava sugli allievi la più grande

efficacia, e nei migliori destava l'entusiasmo. La sua bontà, la sua affabilità coi giovani lo rendevano sinceramente amato e venerato.

La mirabile attività del Dini non si limitò ai benefici apportati alla scienza ed all'insegnamento, che da soli basterebbero a perpetuarne la memoria; ma ancora buona parte ne fu spesa in altri importanti uffici. Entrato giovanissimo nell'Amministrazione comunale e provinciale di Pisa, vi prese parte attivissima e benefica per la sua città natale, prodigandosi le risorse del suo ingegno coll'affetto di figlio devoto. Per più legislature sedette al Parlamento, chiamato a rappresentare Pisa con votazioni plebiscitarie, e nominato poi senatore, prese parte attiva ai lavori delle due Camere, occupandosi specialmente delle cose che interessavano la pubblica istruzione dove raggiunse un'alta competenza che ne rendeva desiderato e richiesto il consiglio e l'aiuto. Per molti anni fu membro autorevole del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione e per sei anni fu chiamato a presiederne i lavori.

Colla grande autorità acquistatasi in questi alti uffici e colla instancabile sua operosità, Egli contribuì potentemente a procurare alla sua città natale rilevanti benefici e particolarmente al glorioso suo Ateneo, come le nuove esigenze della scienza e dell'insegnamento richiedevano. La fondazione in Pisa della Scuola degli Ingegneri, sorta nel 1913, fu opera sua e di questa Scuola tenne la Direzione per cinque rimanenti anni della sua vita. Ebbe altresì, dal 1900, dopo il ritiro dall'insegnamento di Alessandro D'Ancona, la Direzione della Regia Scuola Normale Superiore, di cui Egli stesso era stato uno degli allievi più insigni, e ad essa dedicò vigili e costanti cure.

Raramente in un solo uomo si accolsero le eccelle qualità che ornarono la mente ed il cuore di Ulisse Dini. Dotato di una prodigiosa potenza di lavoro, di una intelligenza prontissima, che gli permetteva di passare rapidamente e senza sforzo dalle più alte meditazioni scientifiche alle questioni interessanti le pubbliche amministrazioni, in tutte portò la superiorità del suo lucido intelletto e l'ardore del suo animo profondamente buono. Ai suoi concittadini, agli amici e ai conoscenti, e a quanti a Lui ricorrevano fu largo di consigli e di preziosi aiuti con quella costante benevolenza e semplicità di modi che più alto ne rendevano il valore.

E quando, al principio del 1918, si manifestarono i primi sintomi della insidiosa malattia che doveva spegnere quella preziosa esistenza, l'interrogarsi ansioso di tutti, il manifestarsi delle pur timide speranze che la sciagura potesse allontanarsi, dicevano eloquentemente quanto grande tributo di ammirazione, di riconoscenza e d'affetto a Lui da ogni parte saliva. L'inesorabile progresso del male in pochi mesi abbatteva quella fibra fortissima, ma la serenità dello spirito, pur conscio da ultimo della fine imminente, mai non l'abbandonò.

Il 28 ottobre 1918 Ulisse Dini cessava di vivere. A lui che nei lunghi giorni della grande guerra ne aveva seguito le sorti coll'animo trepidante di Italiano, invocando la vittoria finale di cui già apparivano i segni precursori, la sorte

non concesse di vedere i giorni ben vicini nei quali l'annuncio della grande vittoria percorse trionfalmente l'Italia! Una folla di cittadini, di amici e di ammiratori ne accompagnò, fra il più vivo e sincero compianto, la spoglia mortale al Camposanto Urbano, ove la riconoscenza dei suoi concittadini volle fosse accolta a canto a quelle dei grandi. Quattro anni dopo la sua morte l'Università di Pisa commemorò solennemente **ULISSE DINI** scoprendo nell'atrio dell'Ateneo una lapide che ne ricorda le altissime benemerenze.

Il nome di Ulisse Dini, del grande scienziato e maestro, dell'intero e benefico cittadino vivrà sempre nelle menti e nei cuori come fulgido esempio della più nobile vita.

LUIGI BIANCHI.