Relazione sul conferimento del premio di Matematica per l'anno 1918, presentata dalla Commissione composta dei Soci: BERTINI, VOLTERRA *e* BIANCHI (relatore).

La sottoscritta Commissione, nominata dalla Società dei XL. per riferire sul conferimento del premio per la matematica, ha l'onore di sottoporre alla Presidenza le sue proposte per il premio dell'anno 1918.

La nostra attenzione si è diretta quest'anno sull'opera matematica che nella teoria dei gruppi continui di trasformazioni va svolgendo ormai da molti anni, e con importanti successi, il prof. UGO AMALDI dell'Università di Modena. Entra qui particolarmente in considerazione il recente ed ampio lavoro dal titolo: *Sulla classificazione dei gruppi continui di trasformazioni di contatto nello spazio*, accolto nell'ultimo volume [tomo XX (1917)] della nostra Società, che riassume e completa, in modo molto importante, una serie di ricerche precedenti dell'AMALDI stesso e di altri matematici.

La particolare importanza che hanno le trasformazioni di contatto, pel loro significato fondamentale nelle teorie di integrazione delle equazioni a derivate parziali, impone la risoluzione di un primo problema che si presenta per assicurare ai metodi d'integrazione tutta la possibile estensione, e cioè quello di conoscere e classificare in tipi *tutti* i gruppi effettivamente esistenti di siffatte trasformazioni, gli infiniti come i finiti. È noto che pei gruppi finiti di trasformazioni di contatto del piano, la classificazione completa venne già data dal LIE, il quale avverte anche di avere risoluto *in principio* il problema analogo per lo spazio, problema che egli stesso indica come *difficile*, pur limitato ai gruppi finiti. Successivamente importanti contributi vennero recati alla questione da ENGEL, SCHEFFERS, KOWALEWSKI, OSEEN e dall'AMALDI stesso, che fecero conoscere estese categorie di questi gruppi in aggiunta a quelle già osservate dal LIE. Mancava però ancora una ricerca esauriente sul problema che, abbracciando insieme i gruppi finiti e gli infiniti, assicurasse l'enumerazione completa di tutti i tipi possibili, ed è appunto questo il problema che le ultime ricerche dell'AMALDI vengono a risolvere completamente.

I gruppi continui di trasformazioni di contatto dello spazio ordinario S_3 sono da distinguersi anzitutto in gruppi *primitivi* od *imprimitivi*, secondo che, riguardati come gruppi di trasformazioni sugli elementi piani (o faccette) dello spazio, operano primitivamente o imprimitivamente sull'S_5 delle faccette. Per i gruppi della prima categoria (primitivi) la classificazione completa era già stata ottenuta dal KOWALEWSKI, e rimaneva pertanto il problema analogo per gli imprimitivi.

L'AMALDI, basandosi sui risultati conseguiti dall'OSEEN pel caso dei gruppi finiti, opportunamente estesi dall'A. anche ai gruppi infiniti, pone il concetto fondamentale del relativo sistema *completo* d'imprimitività, il cui grado d'infinità serve appunto alla classificazione in tipi. Per due di questi tipi il problema rimaneva già risoluto da ricerche anteriori di SCHEFFERS, OSEEN ed AMALDI, sicchè tutto il problema si riportava ormai su due ultimi tipi *a*) e *b*), caratterizzati rispettivamente da un sistema completo d'imprimitività ∞^4 nel caso a) ed ∞^3 nel caso b), il cui studio viene compiuto separatamente dall'A. nella Parte prima e nella seconda dell'ampia Memoria.

I mezzi principali che servono all'Amaldi nella lunga ricerca sono sempre quelli forniti dai concetti fondamentali del Lie, e cioè lo studio delle trasformazioni infinitesime generatrici del gruppo cogli sviluppi in serie nell'intorno di un punto di regolarità. Conveniva però, nel corso della ricerca, adattare questi mezzi alle singole questioni e vincere una serie di difficoltà con opportuni artifici analitici e geometrici e colla introduzione di teorie secondarie interessanti per sè, e per la maggiore estensione del campo in cui risultano applicabili. Così la discussione delle condizioni d'integrabilità porta l'A. a costruire campi interessanti ed istruttivi di quei sistemi *chiusi* di equazioni a derivate parziali, che tante volte si presentano in questioni d'analisi e di geometria, e alla cui teoria generale è dedicato un noto trattato del Riquier.

Ma la più importante di queste teorie sussidiarie, per la risoluzione dell'attuale problema, è quella dei prolungamenti *oloedrici* e *meroedrici* dei gruppi a cui l'A. dedica l'intero Cap. V della Parte prima, e che serve poi anche coi prolungamenti oloedrici dei gruppi continui (finiti od infiniti) a due, a tre o a quattro variabili nella Parte seconda.

Servendosi dei mezzi indicati, e di altri ancora, sui quali sarebbe qui inutile trattenersi, l'A. giunge alla risoluzione completa del problema che si era proposto. Egli trova che, per i gruppi della classe a), i tipi esistenti si riducono a quelli già noti per le ricerche precedenti, e quanto a quelli della classe b), trova che non esistono tipi appartenenti *in proprio* a questa classe, presentandosi qui nuovamente il fatto, già constatato dall'Oseen pei gruppi finiti, che essi si riducono tutti a gruppi di trasformazioni di punto, ovvero a gruppi che posseggono anche un sistema ∞^1 di imprimitività e rientrano quindi nelle classi già prima note.

La ricerca condotta a termine dall'Amaldi, se anche ha dato in parte risultati negativi, quanto alla esistenza di nuovi tipi di gruppi, non era per questo meno necessaria, poichè tali risultati non erano affatto prevedibili *a priori* e vennero appunto soltanto messi in chiaro dall'abile ricerca.

Concludendo, la Commissione riconosce nel prof. Amaldi uno dei pochi e valenti cultori fra noi della teoria dei gruppi continui, alla quale egli ha dedicato lunghe e meditate ricerche, riuscendo a completare singole parti con importanti contributi. Particolarmente è da segnalarsi l'estensione delle sue ricerche ai gruppi continui *infiniti*, teoria che le pubblicazioni del Lie lasciarono incompiuta ed attende ancora, nonostante le importanti ricerche posteriori di altri autori, la sua sistemazione definitiva.

La Commissione conclude proponendo che al prof. Ugo Amaldi venga conferito il premio per la matematica dell'anno 1918.

La Commissione:

Vito Volterra
Eugenio Bertini
Luigi Bianchi (relatore).