

Relazione sul conferimento di due medaglie d'oro per lavori nelle scienze matematiche, relative agli anni 1893 e 1894.

La sottoscritta Commissione, cui venne deferito l'onorevole incarico di aggiudicare le due medaglie d'oro delle quali la Società italiana del XL può disporre in quest'anno a vantaggio delle scienze matematiche, ha portato la sua attenzione sulle più importanti produzioni dei giovani italiani cultori di queste scienze ed in primo luogo sui non pochi lavori che negli ultimi anni si vennero fra noi pubblicando nel campo geometrico.

L'odierna geometria è indirizzata alla ricerca ed allo studio di quelle proprietà degli enti geometrici che si conservano invarianti rispetto alle trasformazioni birazionali. La considerazione delle così dette curve (o superficie) aggiunte ad una curva data e delle involuzioni di punti in cui questa è segata da un sistema lineare di quelle, ha aperto nuove vie alla teoria delle curve algebriche. Dopo i lavori fondamentali di RIEMANN, CLEBSCH, NOETHER e BRILL, si sono segnalati in queste ricerche parecchi geometri, anche italiani: fra questi segnatamente SEGRE, BERTINI, CASTELNUOVO.

L'analogo metodo per le superficie algebriche consiste nell'uso delle superficie aggiunte ad una data e dei sistemi di curve risultanti dall'intersezione di quelle con questa: ma il campo è qui incomparabilmente più vasto, i problemi più ardui, le soluzioni più riposte. Anche qui le Memorie fondamentali di NOETHER sono state seguite da lavori di geometri delle diverse nazioni: fra gli italiani si sono già distinti CASTELNUOVO ed ENRIQUES.

Qui dobbiamo parlare soltanto di lavori più recenti del dott. GUIDO CASTELNUOVO, professore straordinario di Geometria nell'Università di Roma, di quelli cioè pubblicati negli anni 1890 e seguenti negli Atti e nelle Memorie dell'Accademia di Torino, nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, dell'Istituto Lombardo e del Circolo matematico di Palermo, negli Annali di Matematica di Milano e nei *Mathematische Annalen* di Lipsia; e di due lavori ancora manoscritti presentati alla Società Italiana.

Debbono al CASTELNUOVO importanti e decisivi risultati intorno al problema di determinare tutte le superficie algebriche che sono *razionali*, cioè rappresentabili punto per punto sul piano. Il CASTELNUOVO (insieme coll'ENRIQUES) dimostrò che tutte le superficie non rigate le cui sezioni piane sono curve ellittiche od iperellittiche sono razionali. Lo stesso CASTELNUOVO determinò, fra le superficie segate da piani in curve di genere 3, quelle che sono razionali. Fece conoscere utili esempi e larghe categorie di superficie per le quali i così detti *genere geometrico* p_g e *genere numerico* p_n (che primo NOETHER aveva segnalati come suscettibili di valori non identici) sono numeri differenti. Determinò il genere minimo (raggiungibile) della curva variabile intersezione d'una data superficie d'ordine n e genere p , con una superficie aggiunta d'ordine $n - 4$, pel quale numero il NOETHER aveva assegnato un limite

inferiore più basso. Determinò pure la dimensione massima (raggiungibile), o indice d'infinità dei sistemi lineari di curve piane di dato genere.

Mise in piena luce la fecondità del metodo che consiste nell'uso di certi enti (serie caratteristica, serie canonica) collegati con un sistema lineare di curve piane e invarianti rispetto alle trasformazioni birazionali. Ed insieme col sig. ENRIQUES estese il detto metodo ai sistemi lineari di curve tracciate sopra una superficie algebrica.

Devesi al CASTELNUOVO l'importantissimo teorema potersi sempre stabilire una corrispondenza algebrica biunivoca fra gli ∞^3 gruppi d'involuzione in un piano ed i punti singoli d'un altro piano (od in altre parole, essere razionale una superficie se le coordinate d'un suo punto generico sono funzioni razionali di due parametri), e l'altro strettamente convesso che ogni involuzione di dimensione > 1 su di una curva algebrica è lineare.

Le due Memorie manoscritte, che si trovano stampate in questo tomo X della Società Italiana, sono pure importanti contributi alla geometria sulle superficie algebriche, considerate come varietà ∞^3 , cioè astrazione fatta dalla loro rappresentazione nello spazio. La prima di esse contiene risultati, in parte perfezionati, in parte del tutto nuovi, sui sistemi lineari di curve appartenenti ad una superficie algebrica: i quali risultati svelano le proprietà che dipendono dalla differenza (o come caso particolare dall'eguaglianza) dei due generi p_g e p_n . Fra quei risultati notasi la condizione necessaria e sufficiente affinché i due generi d'una superficie sieno eguali.

Nella seconda delle predette Memorie il dott. CASTELNUOVO considera le superficie per le quali $p_g = p_n = 0$ e cerca le condizioni per la razionalità d'una superficie. Trova che le condizioni $p_g = p_n = 0$ sono bensì necessarie ma non sufficienti; deve inoltre essere $P = 0$, dove P è un nuovo carattere invariante. Le condizioni $p_g = 0$, $p_n = 0$, $P = 0$ non sono però indipendenti; la prima è conseguenza delle altre due, che sono indipendenti fra loro.

Il risultato è dall'autore enunciato in diversi modi, uno dei quali è il seguente: Affinchè una superficie algebrica d'ordine n sia razionale, è necessario e sufficiente che, oltre ad avere il genere p_n nullo, non esistano superficie biaggrigate d'ordine $2(n-4)$: astrazione fatta da quelle che fossero composte della superficie data e d'una superficie d'ordine $n-8$.

Non è a tacersi che, e per il metodo e per le conclusioni, il CASTELNUOVO non si tiene legato allo spazio ordinario, ma abbraccia gli spazi ad un numero qualunque di dimensioni (ibridamente chiamati *iperspazi*). Pertanto così l'intrinseca importanza dei soggetti, come la loro difficoltà e la generalità dei procedimenti dimostrativi fanno di questi lavori del dott. CASTELNUOVO un ragguardevole contributo al progresso degli studi geometrici.

Da questi studi, che in Italia hanno numerosi ed egregi cultori, la Commissione è passata ad occuparsi d'altri, disgraziatamente assai meno coltivati, e cioè a quelli che concernono l'applicazione della matematica alle scienze meccaniche e fisiche.

Fra i giovani matematici che in questi ultimi anni si sono fatti onorevolmente conoscere in Italia, il dott. CARLO SOMIGLIANA, professore straordinario di fisica ma-

tematica nell'Università di Pavia, è uno dei pochissimi che hanno rivolto i loro studi alle non facili ricerche della fisica matematica.

Ecezione fatta da alcuni pregevoli scritti d'argomento puramente analitico (nei quali tuttavia prevalgono egualmente le tendenze ed i metodi che fecero prova di singolare fecondità in fisica matematica), tutti gli altri lavori del SOMIGLIANA riguardano la teoria dell'elasticità, considerata così nei suoi capitoli più classici, come in quelli che le più recenti indagini hanno aggiunto, e vanno continuamente aggiungendo al corpo di scienza primitivamente costituito da POISSON, da CAUCHY e da LAMÉ.

Allievo del nostro compianto collega BETTI, il dott. SOMIGLIANA si è impo-
sato a fondo dei nuovi metodi analitici escogitati da quell'illustre Maestro per la soluzione del difficile problema dell'equilibrio elastico nei corpi isotropi, e fin dai suoi primi lavori si è adoperato a farli oggetto di interessanti applicazioni e soprattutto a svolgerli ed a perfezionarli nella sostanza e nella forma. Questi perfezionamenti, da lui ridotti in progresso di tempo a sempre maggiore precisione e semplicità, si possono specialmente riconoscere nella Memoria del 1888: *Sulle equazioni dell'elasticità* (Annali di Matem.) ed in quella del 1894: *Sugli integrali delle equazioni dell'isotropia elastica* (Nuovo Cimento). Questi lavori recano un positivo e ragguardevole contributo alla teoria dell'elasticità, poichè somministrano formole esplicite per la rappresentazione analitica degli spostamenti elastici, in funzione delle forze esterne e degli spostamenti superficiali (in analogia alla celebre formola di GREEN) e perchè, inoltre, stabiliscono, rispetto agli integrali dell'equilibrio elastico, una teoria analoga a quella delle funzioni armoniche.

Nè le ricerche del SOMIGLIANA si sono limitate al caso dei corpi isotropi, poichè già nella Nota del 1891 *Intorno all'integrazione per mezzo di soluzioni semplici* (Atti dell'Ist. Lomb.) egli aveva mostrato, merco un'opportuna estensione del concetto di soluzione semplice, come l'accennato metodo d'integrazione fosse applicabile a certi sistemi d'equazioni a derivate parziali, ch'egli chiama simmetrici, nei quali sono comprese le equazioni generali dell'elasticità. Lo studio di questi sistemi, limitatamente al caso di due variabili indipendenti, è stato dal SOMIGLIANA ripreso in un posteriore lavoro del 1893: *Sui sistemi simmetrici d'equazioni a derivate parziali* (Annali di Matem.), ove egli mostra essere applicabile alle nuove soluzioni anche il metodo di rappresentazione per integrali definiti e dove espone un procedimento generale per la costruzione di quell'integrale, cosiddetto caratteristico (analogo alla funzione di GREEN), ch'egli aveva già determinato anteriormente, in un caso particolare, nella notevole Memoria del 1890: *Sopra un'equazione a derivate parziali del 4.º ordine* (Annali di Matem.). Anche nella prima parte della Memoria del 1892: *Sulla deformazione e sui fenomeni piezoelettrici in un cilindro cristallino* (Annali di Matem.) il SOMIGLIANA si è abilmente occupato di problemi che escono dall'ordinario campo dell'isotropia assoluta, o di quella che DE SAINT VENANT chiama isotropia trasversale, per istudiarne coi metodi usati dal testè citato autore e dal CLEBSCH, l'equilibrio d'un cilindro le cui basi sieno esenti da forze e la cui superficie laterale sia soggetta a forze date.

Nella seconda parte di questo medesimo lavoro l'autore si addentra in uno di quei nuovi capitoli a cui fu fatta allusione più sopra, invocando i risultati ottenuti

nell'anzidetto caso d'equilibrio per fare una nuova applicazione della teoria di VOIGT sui fenomeni piezoelettrici nei cristalli. E dell'accurato studio che il SOMIGLIANA si è trovato per tal guisa condotto ad intraprendere delle correlazioni fra le dottrine dell'elasticità e le proprietà cristallografiche fanno prova due altri recenti ed egregi lavori del 1894 e 1895, l'uno: *Sulla legge di razionalità rispetto alle proprietà elastiche dei cristalli* (Rendiconti della R. Acc. dei Lincei), dov'egli dimostra l'importante teorema che un asse di simmetria elastica, il cui periodo non sia 2, 3 o 4, non differisce da un asse d'isotropia, e l'altra: *Sugli invarianti ortogonali di deformazioni* (Rendiconti idem), dove la precedente dimostrazione è resa ancora più semplice colla determinazione degli invarianti ciclici di grado minimo.

Sono ancora degni di menzione due altri scritti del dott. SOMIGLIANA, l'uno del 1887: *Sulla dilatazione cubica d'un corpo elastico in uno spazio di curvatura costante* (Annali di Matem.), l'altro del 1891: *Sulle formole generali per la rappresentazione d'un campo di forza mediante forze elastiche* (Atti del R. Istit. Lomb.), il soggetto del quale si collega con un punto importante e molto discusso della teoria elettromagnetica di MAXWELL.

Dall'insieme di questi lavori, ai quali, come si disse, sono da aggiungere alcune interessanti ricerche d'analisi pura, manifestamente suggerite all'autore dai suoi studi sull'integrazione delle equazioni differenziali della fisica matematica, risulta che il dott. SOMIGLIANA ha recato cospicui contributi al progresso della teoria dell'elasticità, promovendo singolarmente l'indirizzo in cui questa è entrata per opera del compianto BETTI e dando prova di non comune cultura matematica, come pure d'una notevolissima attitudine a far convergere i più svariati sussidi dell'analisi alla migliore e più elegante trattazione dei problemi fondamentali che si presentano nell'anzidetta teoria.

In seguito alle precedenti considerazioni circa l'indole ed i pregi dei lavori del sigg. CASTELNUOVO e SOMIGLIANA i sottoscritti unanimemente deliberano di aggiudicare ad essi le due medaglie d'oro che sono disponibili per le scienze matematiche.

Roma, 16 giugno 1895.

La Commissione:

F. BRIOSCHI.
L. CREMONA.
E. BELTRAMI.

*All'illmo sigg. Presidente della Società italiana
delle scienze (detta dei XL).*

Napoli, 17 giugno 1895.

Sigg. Presidente,

La Commissione che ebbe dalla nostra Società l'incarico di scegliere le migliori Memorie delle scienze fisiche e naturali, cui si dovranno conferire i premi relativi agli anni 1893 e 94, si riuniva il giorno 8 del volgente mese in una sala della R. Accademia dei Lincei.