

CENNI BIOGRAFICI SU GIOVANNI PLANA

M. Plana était le patriarche de l'Analyse mathématique.

ELIE DE BEAUMONT.

Giovanni Antonio Amedeo Plana nacque in Voghera l'8 Nov. 1781 da famiglia oriunda di Guarene presso Alba. Fece i primi studi a Pavia, e nel 1800 entrò nella scuola politecnica di Parigi, dove gli toccò la fortuna di avere a maestri Monge, Laplace e Lagrange.

Nel 1803 fu mandato Professore di Matematiche alla Scuola imperiale di Artiglieria in Alessandria. Nel 1809 presentò all'Accademia delle Scienze di Torino la sua prima memoria « *Equation de la courbe formée par une lame élastique, quelques que soient les forces qui agissent sur la lame* », che rivelò le sue potenti doti.

Protetto dall'Oriani (il quale anzi largheggiò con lui nel suo testamento), raccomandato dal Lagrange, il Plana nel 1811 ebbe la cattedra di Astronomia alla Facoltà delle Scienze di Torino con la direzione dell'Osservatorio, e fu eletto membro dell'Accademia delle Scienze. Dal Re Vittorio Emanuele I°, che rientrava allora nei suoi stati, ed a cui piacque la vivacità e la dottrina espansiva del giovane astronomo, questi ottenne che all'Osservatorio del Palazzo dell'Accademia ne fosse sostituito uno nuovo eretto su di una torre del Palazzo Madama¹⁾; e quando la Facoltà di Scienze divenne parte dell'Università ricostituita, il Plana ebbe la cattedra di Analisi infinitesimale, cui si aggiunse quella di Meccanica razionale nell'Accademia militare, ove fu anche direttore degli studi. Ed il Plana fu assai abile ed efficace insegnante, la cui calda parola entusiasmava i giovani.

¹⁾ L'Astronomo Barone Von-Zach, con cui il Plana mantenne lunga ed amichevole corrispondenza, congratulandosi con lui, gli augurava che potesse poi far costruire un osservatorio e pian terreno, come assai meglio rispondente allo scopo. L'augurio pur troppo non colse; ma gioia sperare che ad esso corrisponderanno i fatti in un prossimo avvenire, poichè la questione della miglior sede per l'Osservatorio fu recentemente rimessa sul tappeto.

Intanto egli sposava la Alessandra Lagrange, nipote del sommo geometra, la quale fu per lui ottima compagna. Ne ebbe un figlio che gli morì, ed una figlia che sopravvisse al padre.

Nel 1821 al Plana ed al Carlini furono affidate le grandi operazioni astronomiche occorrenti a misurare in Savoia ed in Piemonte un arco del parallelo medio, prolungamento di un altro arco dello stesso parallelo stato misurato in Francia; e i due astronomi assolsero così bene il difficile mandato ¹⁾, che l'Istituto di Francia conferì ad entrambi il premio Lalande nel 1828. Già nel 1826 il Plana era stato eletto corrispondente dell'Istituto per la sezione di Geometria.

Compiuta questa impresa, il Plana si occupò di verificare la misura dell'arco di meridiano tra Mondovì ed Andrate, che il fisico P. Beccaria verso il 1760 aveva trovato di $1^{\circ} 7' 44''$, cioè inferiore all'ampiezza geodetica, che era di $1^{\circ} 8' 14''$ ²⁾. Il Plana trovò $1^{\circ} 7' 31''$, e così purgò il fisico monregalese degli appunti del Cassini, osservando come la differenza fosse dovuta probabilmente alle perturbazioni che le Alpi Marittime da un lato e le Graie dall'altro recavano alla direzione del filo a piombo.

Frattanto il Plana nell'Osservatorio del Palazzo Madama, munito di un cerchio meridiano di 3 piedi di diametro costruito a Monaco dal Reichenbach e simile a quello che serviva a Bessel a Königsberg, iniziava una lunga serie di lavori, che pubblicò col titolo di: *Observations astronomiques faites en 1822-25 à l'Observatoire royal de Turin, précédées d'une Mémoire sur les réfractions astronomiques*. Queste osservazioni ed i relativi calcoli riguardano la distanza al zenith ed il passaggio al meridiano del Sole, di Venere, e di 35 stelle fondamentali; la latitudine dell'Osservatorio è determinata dalle osservazioni della stella polare. La memoria studia le formole adoperate per calcolare gli effetti della rifrazione, e controlla i lavori precedenti, concludendo in favore dell'ipotesi di Ivory sulla costituzione dell'atmosfera cui le formole debbono adattarsi.

Nel secolo scorso Euler e Clairaut avevano sviluppate due teorie della luna fondate sul principio newtoniano, ed una terza ne prepararono D'Alembert, Lagrange, Laplace. A proposta appunto del Laplace e l'Accademia delle Scienze di Parigi aprì verso il 1820 un concorso per la formazione, mediante la sola teoria, di tavole lunari esatte al pari di quelle costruite col soccorso delle osservazioni; ed il premio fu diviso tra un lavoro di Demoiseau ed uno di Plana e Carlini, che non fu pubblicato. Più tardi, nel 1832, il Plana pubblicò in tre grossi volumi la sua celebre « *Théorie du mouvement de la Lune* ». Nel discorso preliminare l'Autore così

¹⁾ I loro lavori furono stampati in francese in due volumi in 4° a Milano, 1825-1827.

²⁾ Beccaria: *Gradus Taurinensis*, 1774.

si esprime: « La théorie du mouvement de la Lune exposée dans cette ouvrage, dérive du seul principe de la gravitation universelle, et n'emprunte de l'observation que les données indispensables, c'est-à-dire les constantes arbitraires du problème. Les trois coordonnées ¹⁾ de cet astre, dont la formation pour un temps indéfini constitue le but que l'on veut atteindre, se trouvent, en dernière analyse, exprimées par des fonctions littérales et explicites, qu'il a suffi de réduire en nombres, pour obtenir les coefficients des inégalités immédiatement comparables avec les résultats des observations astronomiques ».

Così il Plana attuava il concetto di Laplace, completandolo con faticose ricerche accessorie, spingendo l'approssimazione ben oltre i limiti da costui desiderati, e non sgomentandosi innanzi a formole di enorme lunghezza. I dotti accolsero con gran fervore l'opera sua; la Società reale di Londra gli decretò la medaglia di Copley, e la Società astronomica di Londra la gran medaglia d'oro. L'Hansen se ne giovò nelle sue nuove tavole lunari, più esatte di tutte le precedenti di Mason, Burg, Burckadt.

Merito del Plana fu di aver provocato nuovi lavori su un argomento così arduo. Ricordiamo quelli del Poisson, del Lubbock, del Pontécoulant, del Delaunay. Costoro stimarono più naturale di prendere il tempo come variabile indipendente, anziché la longitudine vera della luna adottata dal Plana; anzi il Delaunay trovò un nuovo metodo, che rese più facili le integrazioni occorrenti e fece guadagnare in approssimazione, costituendo così un'altra teoria della luna ²⁾.

¹⁾ Le tre coordinate polari: longitudine, latitudine, raggio vettore (distanza dell'astro dalla terra).

²⁾ La difficoltà massima che presenta la teoria della luna proviene dal numero notevole di equazioni, i cui coefficienti possono acquistare valori non trascurabili. Tutti gli analisti che se ne occuparono, Laplace, Plana, Delaunay fra gli altri, commisero qualche errore, trascurando nelle approssimazioni termini che dovevano essere tenuti in conto. Merito di Plana è, oltre all'aver dimostrato qualche nuovo teorema e fatta notare un'importante inesattezza di Laplace, di aver badato con somma cura a queste cause di errore, calcolando scrupolosamente i differenti termini che entrano nell'espressione del movimento vero della luna. Gli errori di Plana (inevitabili in un'opera così vasta) furono fatti notare da altri; in questi ultimi tempi ferve poi la questione su quelli, ben più gravi, del Delaunay, contro il quale pubblicano lavori critici il Neison e l'Hill.

Ma il passo più grande fatto fare alla teoria in questo decennio, a parte i pregevoli scritti del Newcomb e dell'Adam, è dovuto alla applicazione delle nuove ricerche iniziate dall'Hermite nel 1877, sulla integrazione delle equazioni differenziali lineari a coefficienti periodici. Il direttore dell'Osservatorio di Stoccolma, Ugo Gylden, ha con questo nuovo metodo iniziata una teoria affatto diversa dalle precedenti, che più o meno si modellavano tutte sulle integra-

Il Plana non fu solo insigne astronomo, ma anche valoroso analista. Nel campo della fisica matematica e dell'analisi pura egli non fu un inventore, ma un erudito, sagace ed instancabile illustratore delle opere di Newton, Euler, Clairaut, Lagrange, Laplace, Legendre, Poisson; così nella « *Mémoire sur le mouvement d'un pendule dans un milieu résistant* » egli, con la scorta di Bessel e di Poisson, diede la regola per ridurre la lunghezza del pendolo al vuoto, tenendo conto del suo moto oscillatorio e del moto dell'aria ambiente.

Ricorderò ancora il lavoro *Sulle formole generali dell'urto eccentrico dei corpi duri ed elastici, con la teoria dell'equilibrio, e delle oscillazioni delle sbarre calamitate*; quello sul *calore dei gas permanenti*, sulle *funzioni ellittiche*, sugli *integrali Eulериани di 1ª specie*, sulla *formola sommatoria di Eulero espressa come integrale definito*, ecc. ¹⁾

Il Plana possedeva altresì soda coltura classica e fino gusto letterario.

Lavoratore infessato, spese tutto il suo nobile ingegno e la sua lunga vita di 82 anni in servizio della scienza, ed ebbe la fortuna di vedere l'opera sua degnamente pregiata così dai corpi scientifici ²⁾ come dai governi delle nazioni più colte. Il Re Carlo Alberto gli conferì il titolo di barone.

Morì il 20 gennaio 1864. L'Accademia delle Scienze di Torino, di cui era presidente da 12 anni; quella di Francia, di cui era uno degli otto associati stranieri (succedeva al Lejeune-Diriclet), il Senato del Regno d'Italia, cui apparteneva dalla sua

zioni di D'Alembert e Clairaut. Egli adotta un'orbita *intermediaria*, poco dissimile dalla vera, ma scelta opportunamente in condizioni meno ribelli ai metodi della geometria. Evita così il codazzo delle formole e gli inevitabili errori materiali che hanno infastidito i precedenti calcolatori; ed introduce poi, a calcoli fatti, le piccole correzioni dovute al cambio dall'orbita *intermediaria* nella vera.

In questa via ha fatto grandi passi il giovane dottor Alessandro Shdanow, dell'Università di Pietroburgo, in un suo lavoro, del quale risulta il movimento del perigeo determinato con un'approssimazione assai superiore a quella da altri raggiunta. I numeri a cui giunge lo Shdanow colla sola teoria, sono identici a quelli che Airy dedusse da una magistrale discussione delle osservazioni di Greenwich.

Dobbiamo le notizie contenute in questa nota al Sig. D. P. Porro dell'Osservatorio di Torino.

¹⁾ Notizie abbastanza estese sui lavori del Plana si trovano nei seguenti scritti necrologici: Elie de Beaumont: *Éloge historique de J. Plana, lu dans la séance annuelle de l'Académie des Sciences le 25 Nov. 1872*.

Chiò: *Discorso per l'inaugurazione del busto di G. Plana il giorno 15 novembre 1870 nella R. Università di Torino*.

²⁾ Fu ascritto alla Società italiana delle Scienze l'anno 1815.

fondazione; l'Università di Torino, di cui fu per tanti anni decoro; i molti sodalizi di dotti cui era iscritto, gareggiarono nel rimpiangerne la perdita ed esaltarne il valore ¹⁾. Un busto gli fu posto nell'Università ²⁾, ed una statua sotto l'atrio del Palazzo dell'Accademia delle Scienze ³⁾.

Una lapide, posta su un lato del palazzo medesimo, ricorda che ivi egli abitò e scrisse la Teoria del movimento della Luna.

ENRICO D'OVIDIO

¹⁾ Oltre i citati scritti necrologici del de Beaumont e del Chiò, ricordiamo:

Realis: *Giovanni Plana* ecc. *Nel Bullettino* di B. Boncompagni, t. XIX, 1886, p. 121. Vi si rileva il valore didattico del Plana.

Scelopis: *Della vita di Giovanni Plana*, discorso letto alla R. Accademia delle Scienze di Torino il 31 Gennaio 1864.

²⁾ Ecco l'iscrizione:

GIOVANNI PLANA

DA VOGHERA

MATEMATICO E ASTRONOMO PARI AI GRANDISSIMI

DAL 1803 AL 1864

DUE GENERAZIONI ALL'ARDUE DISCIPLINE EDUCÒ

CON FAMA DURATURA QUANTO LA SCIENZA.

³⁾ Ecco l'iscrizione:

GIOVANNI PLANA

PRESIDENTE DELLA R.^a ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

MAESTRO SOVRANO DEL CALCOLO

PENETRÒ I PIÙ RIPOSTI ARCANI DELL'ASTRONOMIA

FONDÒ SU SOLIDA BASE LA TEORIA DEL MOTO DELLA LUNA

DIEDE OPERA AD ALTISSIME INVESTIGAZIONI

È GLORIA D'ITALIA IL SUO NOME

SON LUME DELLA SCIENZA I SUOI SCRITTI

VISSE ANNI 82 E MESI 2

MORÌ IN TORINO IL DÌ 20 GENNAIO 1864.

Elenco delle pubblicazioni scientifiche di G. Plana ¹⁾.

I. *Opera a parte.*

1. *Théorie du mouvement de la Lune*, avec Supplément. 3 vol. in 4°, 1832.

II. *Mémoires de l'Académie Impériale de Turin. In-4°.*

2. *Equation de la courbe formée par une lame élastique, quelles que soient les forces qui agissent sur cette lame* [1809]. T. XVIII, 1809-1810 (35 p., 1 pl.).
3. *Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles du second et du troisième ordre* [1809]. T. XVIII, 1809-1810 (21 p.).
4. *Mémoire sur divers problèmes de probabilité*. T. XX, 1811-1812 (56 p.).
5. *Observation de l'opposition de Jupiter, faite à l'Observatoire de Turin* [1813]. T. XX, 1811-1812 (6 p.).
6. *Mémoire sur le mouvement d'une ligne d'air et sur le mouvement des ondes dans le cas où les vitesses des molécules ne sont pas supposées très-petites* [1813]. T. XX, 1811-1812 (21 p.).
7. *Sur la latitude et la longitude de l'Observatoire de Turin*. T. XXII, 1813-1814 (55 p.).

III. *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. In-4°.*

8. *Mémoire sur les intégrales définies*. T. XXIII, 1818 (46 p.).
9. *Observations astronomiques faites à l'Observatoire de l'Académie de Turin*. T. XXIII, 1818 (55 p.).
10. *Solution de différents problèmes relatifs à la loi de la résultante de l'attraction exercée sur un point matériel par le cercle, les couches cylindriques, et quelques autres corps qui en dépendent par la forme de leurs éléments*. T. XXIV, 1819 (62 p.).
11. *Note sur la théorie des ondes donnée par Poisson*. T. XXV, 1820 (42 p.).
12. *Note sur une nouvelle expression analytique des nombres bernoulliens, propre à exprimer en termes finis la formule générale pour la sommation des suites*. T. XXV, 1820 (16 p.).
13. *Note sur l'intégration de l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} + gx^m y = 0$* . T. XXVI, 1821 (2 Art. 20-10 p.).
14. *Recherches analytiques sur la densité des couches de l'atmosphère et la théorie des réfractions astronomiques* [1822]. T. XXVI, 1823 (180 p.).
15. *Relazione delle operazioni astronomiche eseguite in Savoia, dai due astronomi Plana e Carlini, per la misura di un parallelo terrestre*. T. XXVIII, 1824.
16. *Rapport sur les travaux entrepris pour comparer avec le mètre l'ancienne coudée trouvée à Memphis, etc.* (avec Bidone). T. XXX, 1826.

¹⁾ Questo elenco è tolto dal *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*, 1^a série, tom. V, 1873, p. 65 a 79, ove fu inserito a cura del compianto Houël e di E. d'Ovidio.

17. Note sur un Mémoire de M. de Laplace, ayant pour titre: « Sur les deux grandes inégalités de Jupiter et de Saturne », imprimé dans la *Connaissance des Temps* pour l'année 1829. — Remarques sur les formules relatives au mouvement du dernier satellite de Saturne, obtenues par M. de Laplace dans la page 13 de son Mémoire « Sur divers points de Mécanique céleste », imprimé dans la *Connaissance des Temps* pour l'année 1829. — Remarque sur l'inégalité de Mercure à longue période. — T. XXXI, 1827 (18-S p.).
18. Sur l'intégration de l'équation linéaire $\frac{dy^n}{dx^n} + \dots$, dans le cas particulier où le polynôme $Z = z^n + \dots$, renferme un nombre quelconque de racines égales [1828]. T. XXXI, 1827 (23 p.).
19. Observations astronomiques faites, en 1822-1825, à l'Observatoire Royal de Turin, précédées d'un Mémoire sur les réfractions astronomiques. T. XXXII, 1828.
20. Méthode élémentaire pour découvrir et démontrer la possibilité des nouveaux théorèmes sur la théorie des transcendentes elliptiques, publiées par M. Jacobi dans le n.º 123 du Journal Astronomische Nachrichten [1828]. T. XXXIII, 1829 (24 p.).
21. Mémoire sur la partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, qui dépend du carré de la force perturbatrice [1828]. — Note relative au cinquième article du Mémoire intitulé « Sur la partie du coefficient de la grande inégalité, etc. ». T. XXXIV, 1830 (43-2 p.).
22. Note sur le calcul de la partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et Saturne, qui dépend du carré de la force perturbatrice [1829]. T. XXXV, 1831 (76 p.).
23. Mémoire sur le développement des termes du cinquième ordre, qui font partie du coefficient de la grande inégalité de Jupiter et Saturne [1832]. T. XXXVI, 1833 (136 p.).
24. Passaggio della cometa di Biela pel suo perielio. T. XXXVII, 1834.
25. Mémoire sur le mouvement d'un pendule dans un milieu résistant. T. XXXVIII, 1835 (167 p.).

IV. Memorie della R. Accademia di Torino. Serie II^a. In-4^a.

26. Mémoire sur la chaleur des gaz permanents. T. V, 1843 (84 p.)¹⁾.
27. Mémoire sur la découverte de la loi du choc direct des corps durs, publiée en 1667 par Alphonse Borelli, et sur les formules générales du choc excentrique des corps durs ou élastiques, avec la solution de trois problèmes concernant les oscillations des pendules; suivi d'un Appendice où l'on expose la théorie des oscillations et de l'équilibre des barreaux aimantés. T. VI, 1844 (212 p.).
28. Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices complètement isolées. T. VII, 1845 (41 p.)²⁾.
29. Sull'eclisse del Sole avvenuto il 25 aprile 1846. T. IX, 1848.
30. Recherches analytiques sur la découverte de la loi de la pesanteur des planètes vers le Soleil, et sur la théorie de leur mouvement elliptique. 1^{re} Partie [1847]. T. IX, 1848 (86

¹⁾ Vedasi il *Rendiconto delle adunanze e de' lavori della Reale Accademia delle Scienze di Napoli*. T. IV, 1845 (in 4^a, 10 p.).

²⁾ Vedansi gli *Atti della sesta Riunione degli Scienziati Italiani*, 1844 (in 4^a, 4 p.).

- p.). — 2^e Partie: Sur les coefficients qui multiplient les termes périodiques dans le développement de plusieurs fonctions des coordonnées du mouvement elliptique. T. X, 1849.
31. Note sur la proposition LXXI du premier Livre des Principes de Newton. T. XI, 1851 (8 p.).
32. Note sur les propositions LXXX et LXXXIV du premier Livre des Principes de Newton. T. XI, 1851 (8 p.).
33. Mémoire sur une nouvelle solution algébrique de l'équation à deux termes $x^n - 1 = 0$, n étant un nombre premier [1850]. T. XI, 1851 (56 p.).
34. Note sur l'expérience communiquée par M. Léon Foucault, le 3 février 1851, à l'Académie des Sciences de Paris [1851]. T. XIII, 1852 (18 p.).
35. Mémoire sur la théorie de l'action moléculaire appliquée à l'équilibre des fluides, et à la pression qu'ils exercent contre les surfaces planes ou courbes [1852]. T. XIV, 1854 (130 p.).
36. Mémoire sur la connexion existant entre la hauteur de l'atmosphère et la loi du décroissement de sa température [1853]. T. XV, 1855 (62 p.).
37. Mémoire sur la formation de l'équation du quatrième et de celle du sixième degré, desquelles dépend la solution littérale de l'équation générale du cinquième degré, suivant la méthode proposée par Lagrange en 1771. T. XVI, 1857 (56 p.).
38. Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface intérieure et sphérique d'une sphère creuse de métal, et à la surface d'une autre sphère conductrice électrisée que l'on tient isolée dans la cavité [1854]. T. XVI, 1857 (40 p.).
39. Démonstration nouvelle de l'équation

$$\varphi(t + \alpha \sqrt{-1}) + \varphi(t - \alpha \sqrt{-1}) = \frac{1}{2} \alpha \varphi'(t) + \alpha^2 [\varphi(t + \alpha) + \varphi(t - \alpha)] \\ + \alpha^3 [\varphi(t + 2\alpha) - \varphi(t - 2\alpha)] \\ + \alpha^4 [\varphi(t + 3\alpha) + \varphi(t - 3\alpha)] + \dots$$

donnée par Lagrange pour exprimer la valeur réelle de la somme de deux quantités imaginaires, en supposant connus les valeurs de $\varphi(t)$ par le moyen d'une courbe. T. XVI, 1857 (14 p.).

40. Mémoire sur l'application du principe de l'équilibre magnétique à la détermination du mouvement qu'une plaque horizontale de cuivre, tournant uniformément sur elle-même, imprime, par réaction, ou à une aiguille aimantée assujettie à lui demeurer parallèle, ou à une aiguille d'inclinaison mobile dans un plan vertical fixe. T. XVII, 1858 (98 p.).
41. Note sur la théorie de la lumière polarisée. T. XVIII, 1859 (1 p.).
42. Mémoire sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune. T. XVIII, 1859 (50 p.).
43. Recherches historiques sur la première explication de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, d'après le principe de la gravitation universelle. T. XVIII, 1859 (77 p.).
44. Note sur le procès de Galilée [1858]. T. XVIII, 1859 (12 p.).
45. Mémoire sur un rapprochement nouveau entre la théorie moderne de la propagation linéaire du son, dans un tuyau cylindrique horizontal d'une longueur indéfinie, et la théorie des pulsions, exposée par Newton dans les deux propositions XLVII et XLIX du 2^e Livre des Principes [1857]. T. XVIII, 1859 (83 p.).
46. Mémoire sur le mouvement conique, à double courbure, d'un pendule simple, dans le vide, abstraction faite de la rotation diurne de la Terre [1857]. T. XVIII, 1859 (36 p.).

47. Note sur les pages 68, 69 et 75 du second Volume des *Opuscula analytica* d'Euler, publié en 1785, T. XVIII, 1859 (4 p.).
48. *Mémoire sur les formules propres à déterminer la parallaxe annuelle des étoiles simples ou optiquement doubles* [1858]. T. XVIII, 1859 (16 p.).
49. Note sur un passage de la Préface à la seconde édition des *Principia mathematica* de Newton, composée en 1713 par Roger Cotes. T. XIX, 1861 (4 p.).
50. *Mémoire sur la célèbre expérience de Newton contre la possibilité de l'achromatisme par la réfraction de la lumière à travers deux substances différentes* [1858]. T. XIX, 1861 (18 p.).
51. *Mémoire sur l'observation de l'éclipse partielle du Soleil du 15 mars 1858* [1858]. T. XIX, 1861 (8 p.).
52. *Sur la Théorie de la Lune*: Lettres à M. Lubbock [1860]. T. XIX, 1861 (24 p.).
53. *Note sur un cas particulier du mouvement elliptique* [1860]. T. XIX, 1861 (14 p.).
54. *Sur les coefficients théoriques déterminés par Tobie Mayer relativement aux deux inégalités lunaires en longitude ayant pour arguments $(2E - 2g + c'm) nt$, $(2E - 2g - c'm) nt$* . T. XIX, 1861 (6 p.)¹.
55. *Nota sull'eclisse parziale del Sole visibile in Torino, nel giorno 18 Luglio 1860*. T. XX, 1863 (2 p.).
56. *Lettre à M. Poisson avec sa réponse* [1823]. T. XX, 1863 (1 p.).
57. *Osservazione del passaggio di Mercurio sul disco del Sole, fatta al R. Osservatorio di Torino, la mattina del 12 Novembre 1861*. T. XX, 1863 (2 p.).
58. *Mémoire sur le mouvement du centre de gravité d'un corps solide lancé vers la Terre, entre les centres de la Lune et de la Terre, supposés fixes immédiatement après l'impulsion* [1859]. T. XX, 1863 (86 p.).
59. *Réflexions sur la Préface d'un Mémoire de Lagrange intitulé: « Solution d'un problème d'Arithmétique »*, publié dans le t. IV des *Miscellanea Taurinensia*. T. XX, 1863 (2 art., 22-4 p.).
60. *Mémoire sur la théorie des nombres* [1859]. T. XX, 1863 (38 p.).
61. *Réflexions sur les objections soulevées par Arago contre la priorité de Galilée, pour la double découverte des taches solaires noires et de la rotation uniforme du globe du Soleil* [1860]. T. XX, 1863 (38 p.).
62. *Mémoire sur la théorie des transcendentes elliptiques* [1860]. T. XX, 1863 (106 p.).
63. *Note sur l'origine de la fonction W définie au commencement du premier paragraphe du « Mémoire sur la théorie des transcendentes elliptiques »*. T. XX, 1863 (8 p.).
64. *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles relatives au mouvement des comètes, établies suivant l'hypothèse de la force répulsive définie par M. Faye, et suivant l'hypothèse d'un milieu résistant dans l'espace* [1861]. T. XXI, 1864 (18 p.).
65. *Mémoire sur un état hypothétique des surfaces de niveau dans les nébulosités qui entourent le noyau des comètes, supposé solide et sphérique* [1862]. T. XXI, 1864 (37 p.).

¹ Questa Memoria e la precedente sono indicate nella Tavola delle materie col titolo comune di:

53-54. *Mémoire sur l'expression analytique des deux inégalités à longue période produites par l'attraction de Vénus sur la longitude de la Lune* (1860). (20 p.).

La memoria 54 era già comparsa nelle *Astronomische Nachrichten*. Vedasi n. 138.

66. *Mémoire sur l'expression du rapport qui (abstraction faite de la chaleur solaire) existe, en vertu de la chaleur d'origine, entre le refroidissement de la masse totale du globe terrestre et le refroidissement de sa surface* [1863]. T. XXII, 1865 (78 p.).
67. *Mémoire sur la loi du refroidissement des corps sphériques et sur l'expression de la chaleur solaire dans les latitudes circumpolaires de la Terre* [1863]. T. XXII, 1865.
68. *Mémoire sur les formules du mouvement circulaire et du mouvement elliptique* [1864]. T. XXIV, 1868 (44 p.).

V. *Memorie di Matematica e di Fisica della Società Italiana delle Scienze, residente in Modena.* In-4°.

69. *Memoria sulla teoria dell'attrazione degli sferoidi ellittici.* T. XV, 1811 (21 p.).
70. *Memoria sopra la costruzione della curva nella quale l'arco s è dato in funzione di $\frac{dy}{dx}$.* T. XVI, 1813.
71. *Soluzione generale di un problema di probabilità.* T. XVIII, 1818 (15 p.).
72. *Sopra il movimento di un punto materiale attratto da due centri fissi, l'uno di questi essendo supposto infinitamente lontano.* T. XIX, 1821 (17 p.).
73. *Memoria intorno al raggio assoluto del circolo osculatore ed alle evolute delle curve a doppia curvatura descritte sopra la superficie della sfera.* T. XXIV, 1848 (19 p.).

VI. *Annales de Mathématiques pures et appliquées, par J. D. Gergonne.* Nîmes. In-4°.

74. *Mémoire sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques homogènes.* T. III, 1812-1813 (7 p.).
75. *Sur le développement des puissances des cosinus en cosinus d'arcs multiples.* T. XI, 1820-1821, (6 p.).
76. *Éclaircissements sur la théorie de l'intégrale $\int \frac{dx}{\log x}$, prise depuis $x = 0$.* T. XII, 1821-1822 (13 p.).

VII. *Journal de l'École Polytechnique.* Paris. In-4°.

77. *Mémoire sur les oscillations des lames élastiques.* T. X, 1815 (2 art., 47-2 p.).

VIII. *Biblioteca Italiana, ossia Giornale di Letteratura, Scienze, ecc.* Milano. In-8°.

78. *Riflessioni sopra la 1ª Parte dell'Opera del Sig. Ant. Tadini intitolata: « Del movimento e della misura delle acque correnti ».* T. III, 1816 (20 p.).

IX. *Zeitschrift für Astronomie, von B. Lindenau und J. G. F. Bohnenberger.* In-8°.

79. *Ueber die durch die Secular-Bewegung der Ebene der Ecliptik bewirkten Veränderungen in der Lage der Fixsterne.* T. IV, 1817 (21 p.).
80. *Sternbedeckungen.* T. V, 1818 (2 p.).

81. *Allgemeine Formeln, um nach der Methode der kleinsten Quadrate die Verbesserungen von 6 Elementen zu berechnen und zugleich das jeder derselben zukommende Gewicht zu bestimmen.* T. VI, 1818 (16 p.).

X. *Effemeridi astronomiche di Milano.* In-4°.

82. *Metodo analitico per determinare la figura apparente dell'anello di Saturno e la configurazione de' suoi satelliti.* 1819 (15 p.).

XI. *Correspondance astronomique, géographique, hydrographique et statistique; par Fr. Von Zach.* Gênes. In-8°.

83. *Résultat des observations solsticiales de l'année 1818.* T. II, 1819 (6 p.).
84. *Lettre; Distances méridiennes du Soleil au zénith observées à Turin, etc.* T. III, 1819 (6 p.).
85. *Note sur la densité et la pression des couches du sphéroïde terrestre.* T. V, 1821 (2 Art., 12-2 p.).
86. *Réflexions sur la théorie de l'équilibre et du mouvement des fluides qui recouvrent un sphéroïde solide à peu près sphérique.* T. V, 1821 (2 A. t., 29-24 p.).
87. *Explication de la méthode du capitaine Elford pour réduire en distances vraies les distances apparentes de la Lune au Soleil ou à une étoile.* T. V, 1822 (10 p.).
88. *Note sur la proposition XLV du 1^{er} Livre des Principes de Newton, où il cherche le mouvement des apsides dans les orbites qui approchent beaucoup des orbites circulaires.* T. IX, 1823 (16 p.).
89. *Remarques sur une formule donnée dans la Mécanique céleste (T. I, p. 262), pour développer les perturbations de la latitude des planètes.* T. XII, 1825 (9 p.).
90. *Démonstration de la formule propre à calculer la latitude d'un lieu par les distances au zénith de la polaire observées dans un point quelconque de son parallèle.* T. XII, 1825 (7 p.).
91. *Intégration des formules propres à déterminer les équations séculaires des éléments des planètes et des comètes produites par la résistance d'un milieu très-rare.* T. XIII, 1825 (19 p.).
92. *Note sur le mouvement sidéral du nœud formé par l'orbite de Vénus et le plan variable de l'écliptique.* T. XIII, 1825 (4 p.).
93. *Note sur une formule publiée dans la page 339 du Livre XV de la Mécanique céleste.* T. XIII, 1825 (6 p.).
94. *Occultations derrière la Lune observées à Turin, depuis 1812 jusqu'à 1817.* T. XIII, 1825 (2 p.).
95. *Lettre sur la question « si la théorie peut établir a priori la division de l'anneau de Saturne en plusieurs anneaux concentriques ».* T. XIII, 1825 (5 p.).
96. *Sur la correction thermométrique de la réfraction moyenne.* T. XIII, 1825 (12 p.).
97. *Note sur les coefficients qui naissent du développement de la fonction $(1 - 2a \cos \varphi + a^2)^{-\frac{1}{2}}$, ordonné suivant les puissances de a.* T. XIV, 1826 (25 p.).
98. *Remarque sur l'expression du mouvement de la Lune dans la Mécanique céleste, Livre XVI, page 373.* T. XIV, 1826 (3 p.).
99. *Note sur la masse de la Lune, conclue de la précession et de la nutation.* T. XIV, 1826 (6 p.).
100. *Note sur un Mémoire imprimé dans les volumes de la Société Astronomique de Londres.* T. XIV, 1826 (8 p.).

XII. *Memoirs of the Royal Astronomical Society of London.* In-4°.

101. *Mémoire sur différents points relatifs à la théorie des perturbations des planètes exposée dans la Mécanique céleste* [1825]. T. II, 1826 (88 p.).
 102. [Vedasi 97]. T. II, 1826 (8 p.).

XIII. *Correspondance mathématique et physique, publiée par MM. Garnier et Quetelet.* Bruxelles. In-8°.

103. *Mémoire sur les caustiques.* T. VII, 1832 (2 Art., 20-34 p.).
 104. *Note sur la théorie du mouvement rectiligne et oscillatoire d'un point matériel* [1833]. T. VIII, 1834 (9 p.).
 105. *Réflexions sur l'erreur échappée à Newton en composant sa première formule pour déterminer la loi de la résistance nécessaire afin qu'un corps pesant décrive librement une courbe donnée.* T. VIII, 1834 (20 p.).
 106. *Mémoire sur une nouvelle manière de déterminer les intégrales définies*

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2m} dx \cos ax}{1+x^{2n}}, \int_0^{\infty} \frac{x^{2m} dx \cos ax}{1-2x^{2n} \cos \theta + x^{2n}}.$$

T. IX, 1837 (26 p.).

XIV. *Bulletins de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles.* In-8°.

107. *Sur le pendule composé dans un milieu résistant.* T. I, 1832-1834 (4 p.).
 108. *Sur plusieurs intégrales définies.* T. III, 1836.
 109. Sur un passage de la *Mécanique analytique* de Lagrange, et sur la page 124 du T. III (Nouvelle Série de la *Correspondance mathématique et physique* de M. Quetelet. T. VIII, 1841 (4 p.).
 110. *Sur la formule d'Euler relative à la transformation des intégrales doubles.* T. 1843 (7 p.).

XV. *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles.* In-4°.

111. *Sur trois intégrales définies.* T. X, 1837.

XVI. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences.* Paris. In-4°.

112. Note sur la page 135 du 1^{er} volume de sa *Théorie de la Lune.* T. II, 1836 (4 p.).
 113. Note sur la page 126 du 1^{er} volume de sa *Théorie de la Lune*, et calcul du terme de la forme

$\Delta m^3 e^3 \gamma^3 \cos(2g - 2c)$ résultant du développement de chacune des deux fonctions

$$\frac{\Delta m^3 \gamma^3}{4\sigma \omega^3} [2ss - 1 - 3 \cos(2v - 2v)], \quad \frac{\Delta}{\sigma} \int \frac{d\Omega}{d\sigma} dv'.$$

T. IV, 1837 (16 p.). T. 1837 (2 Art., 5-2 p.).

114. Note sur la page 533 du 1^{er} volume de la *Théorie de la Lune.* T. IV, 1837 (3 p.).

XVII. *Journal für die reine und angewandte Mathematik; von A. L. Crelle.*
Berlin. In-4°.

115. *Recherches analytiques sur les expressions du rapport de la circonférence au diamètre, trouvées par Wallis et Brouncker, et sur la théorie de l'intégrale eulérienne*

$$\int_0^1 \frac{x^{p-1} dx (1-x^q)^r}{1-x^q}. \text{ T. XVII, 1837. (3 Art., 34-40-7 p.)}$$

116. *Note où l'on explique une remarquable objection faite par Euler, en 1751, contre une règle donnée par Newton dans son Arithmétique universelle, pour extraire la racine d'un binôme réel de la forme $\sqrt[n]{a \pm \sqrt{b}}$, quel que soit le degré impair de la racine demandée, si toutefois elle est possible.* T. XVII, 1837 (7 p.). T. XX, 1840 (2 p.)¹⁾.

117. *Mémoire sur l'expression analytique de la surface totale de l'ellipsoïde dont les trois axes sont inégaux, et sur l'évaluation de la surface d'une voûte symétrique, à la base rectangulaire, retranchée dans la moitié du même ellipsoïde.* T. XVII, 1837 (18 p.).

118. *Mémoire sur différents procédés d'intégration par lesquels on obtient l'attraction d'un ellipsoïde homogène, dont les trois axes sont inégaux, sur un point attiré.* T. XX, 1840 (82 p.). T. XXVI, 1843 (15 p.).

119. *Note sur l'intégrale $\int \frac{dM}{r} = V$, qui exprime la somme des éléments de la masse d'un ellipsoïde divisés respectivement par leur distance d'un point attiré.* T. XX, 1840 (12 p.).

120. *Nouvelle formule pour réduire l'intégrale $V = \int \frac{T dx}{\sqrt{X}}$ à la forme trigonométrique des transcendentes elliptiques, les polynômes T et X ayant cette forme :*

$$T = G + G'x + G''x^2 + \frac{H + H' \sqrt{-1}}{1 + (K + K' \sqrt{-1})x} + \frac{H - H' \sqrt{-1}}{1 + (K - K' \sqrt{-1})x}$$

$$X = x^4 + \lambda x^3 + \Lambda x^2 + Bx + D.$$

T. XXXVI, 1848 (74 p.).

XVIII. *Giornale Arcadico di Scienze, etc.* Roma. In-8°.

121. *Nota sopra lo sviluppo in serie del radicale*

$$[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{-\frac{1}{2}},$$

esprimente il valore inverso della distanza fra due punti situati nello spazio. T. CIV, 1845 (30 p.).

122. *Memoria sulla dimostrazione dell'equazione $1 - n - 2k = 0$, che lega le due n e k nella formula di Ampère, per la quale si esprime la forza motrice fra due elementi di correnti voltaiche. Principali conseguenze inerenti all'esistenza di questa equazione.* T. CX, 1847 (40 p.).

123. *Sopra una nuova serie esprimente la forza motrice fra due correnti voltaiche situate nel medesimo piano per il caso in cui sono entrambe circolari, oppure una ellittica e l'altra circolare.*

¹⁾ Vedi *Nouvelles Annales de Mathématiques*, par TERQUEM et GERONO. Paris in 8°. T. VII, 1848 (3 p.).

XIX. *Raccolta di Lettere, etc., intorno alla Fisica ed alle Matematiche; dal C. Palomba. Roma. In-8°.*

124. *Confronto delle formole pubblicate nel 1751 da Eulero con quelle pubblicate nel 1826, da Legendre, per ridurre la quadratura di una superficie alla rettificazione di una curva piana.* T. II, 1846 (7-7 p.).
125. *Dimostrazione analitica del teorema scoperto da Landen nel 1771, per esprimere la lunghezza di un dato arco iperbolico mediante una linea retta e la differenza fra due archi ellittici di diversa eccentricità.* T. II, 1846 (8 p.).
126. *Riduzione di una data quadratura alla rettificazione della somma di due archi, pertinenti a due curve piane descritte sopra la medesima ascissa con ordinate ortogonali diverse.* T. II, 1846 (4 p.).
127. *Sopra le formole matematiche atte a risolvere i problemi relativi all'azione emanata dalle correnti voltaiche circolari.* T. III, 1847 (4 art., 9-8-7 12 p.).
128. *Intorno alle formole atte a paragonare colla teoria le osservazioni fatte sull'azione che le correnti terrestri esercitano sopra i conduttori voltaici perfettamente mobili nell'ipotesi che queste correnti fossero di figura circolare.* T. III 1847, (12 p.).

XX. *Astronomische Nachrichten. Altona. In 4°.*

129. *Mémoire sur la direction probable que M. Gallo way assigne au mouvement propre du système solaire dans son écrit présenté le 15 avril de l'année 1847 à la Société Royale de Londres.* T. XXXIV, 1852 (26 col.).
130. *Note sur la manière de calculer le décroissement d'intensité que la photosphère du Soleil subit en traversant l'atmosphère qui l'entoure.* T. XXXIV, 1852 (6 col.).
131. *Note sur la densité moyenne de l'écorce superficielle de la Terre.* T. XXXV, 1853 (16 col.)¹⁾.
132. *Note sur la figure de la Terre et la loi de la pesanteur à sa surface, d'après l'hypothèse d'Huyghens, publiée en 1690.* T. XXXV, 1853 (8 col.).
133. *Mémoire sur la théorie mathématique de la figure de la Terre, publiée par Newton en 1687, et sur l'état d'ellipsoïde fluide à trois axes inégaux.* T. XXXVI, 1853 (28 col.).
134. *Mémoire sur la loi des pressions et la loi des ellipticités des couches terrestres, en supposant leur densité uniformément croissante depuis la surface jusqu'au centre.* T. XXXVI, 1853 (22 col.).
135. *Mémoire sur la loi de la pesanteur à la surface de la mer, dans son état d'équilibre.* T. XXXVIII, 1854 (14 col.).
136. *Mémoire sur la théorie du magnétisme.* T. XXXIX, 1855 (16-4 col.). T. XLII, 1856 (44 col.).
137. *Formules relatives au mouvement d'un point soumis à l'action d'une force centrale R, dont la loi, à distance r, est exprimée par $R = \frac{A}{r^2} + Er$. Remarque sur le mouvement du périégée de la Lune calculé par Newton.* T. XLIII, 1856 (8 col.).

¹⁾ *Vedi Monthly Notices of the Royal Astronomical Society of London.* T. XIII, 1852-53 (In-8°, 2 p.). — *The Edinburgh New Philosophical Journal*, by ROB. JAMESON, T. LV, 1853 (In-8°, 2 p.).

138. *Note sur les coefficients théoriques, déterminés par Tobie Mayer, relativement aux inégalités lunaires ayant pour argument $(2E-2g+c'm)nt$, $(2E-2g-c'm)nt$.* T. XLIV, 1856 (4 col.)¹⁾.
139. *Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune.* T. XLIV, 1856 (6 col.).
140. *Mémoire sur les formules propres à déterminer la parallaxe annuelle des étoiles simples ou optiquement doubles.* T. XLIX, 1859 (14 col.).

XXI. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society of London.* In 8°.

141. *Note sur les pages 60 et 61 du 1^{er} volume de sa Théorie du mouvement de la Lune.* T. XVI, 1855-56 (5 p.).

XXII. *Il Nuovo Cimento.* Pisa. In 8°.

142. *Mémoire sur l'application etc.* (Voir n.° 40). T. II, 1855 (20 p.).
143. *Nota sulla probabile formazione della moltitudine di asteroidi che circolano intorno al Sole tra Marte e Giove.* T. III, 1856 (5 p.)²⁾.
144. *Nota sulla formazione probabile della moltitudine degli asteroidi, che tra Marte e Giove circolano intorno al Sole.* T. XIII, 1861 (6 p.).
145. *Nota sulla configurazione originaria degli anelli, la cui materia esiste attualmente nello spazio, trasformata in varii pianeti circolanti attorno al Sole tra Marte e Giove.* T. XIII, 1861 (9 p.).
146. *Nota sulla fulgenterissima Cometa veduta da Torino la notte del 30 Giugno 1861.* T. XIV, 1861 (5 p.).

¹⁾ Voir la Note relative au n. 54.

²⁾ Vedi *Corrispondenza scientifica in Roma per l'avanzamento delle Scienze.* T. IV, 1856 (lu-4, 2 p.).