

## RISPOSTA ALLE OBIEZIONI

DELLA BIBLIOTECA ITALIANA

SULLA TEORIA DEL MOTO COMPOSTO

## MEMORIA

DELL' ABATE GIUSEPPE ZAMBONI

PROFESSORE DI FISICA

NELL' I. R. LICEO DI VERONA

*Ricevuta adì 23. Settembre 1831.*

Nella Biblioteca Italiana (*Aprile 1829 p. 32.*) si leggono alcune obiezioni contro il mio tentativo pubblicato nel Tomo XX. Fasc. I. di Matematica di questa Società Italiana delle Scienze, diretto a mettere in evidenza geometrica la dimostrazione del Newton sul moto composto. Io debbo ascrivermi a non piccolo onore il parlarsi a dilungo di quella mia produzione in un Giornale riputatissimo, e da un Oppositore, la cui urbanità e modestia vanno del pari coll'ingegno e chiarezza di scrivere in siffatte materie. E però, ove io pur dubitassi, che la soluzione ch'io vengo a dare delle oppostemi difficoltà, anziché soddisfacente, chiarisse vie meglio la cosa contro di me, non serberei tuttavia silenzio, che risponderebbe assai male, e all'altrui gentilezza, e all'amore del vero. A miglior cognizione di causa trascriverò fedelmente ciascuna obiezione.

## OBIEZIONE I.

„ In primo luogo si suppone di già, (nella mia dimostrazione) che l'effetto di due forze contemporanee operanti

„ sul corpo considerato come un punto sia un certo moto  
 „ quale ch' egli poi sia. Ora nell' ignoranza in cui siamo sul-  
 „ l' intima natura delle forze, e sul modo con cui si fondo-  
 „ no, per dir così, le loro azioni, quando più d'una venga ad  
 „ esercitarsi al tempo stesso sopra di un corpo, ne segue, che,  
 „ se si voglia prescindere (notisi bene) dai dati sperimentali,  
 „ non che da tutto ciò, che già suppone il fenomeno in que-  
 „ stione, nulla vi ha, che metta in istato di decidere col so-  
 „ lo raziocinio, se l' applicazione simultanea ad un corpo di  
 „ due potenze convergenti debba aver per effetto il moto o  
 „ l' equilibrio. Niuno infatti potrà negare, che anche ammes-  
 „ se le attuali leggi dell' inerzia della materia, poteva in ori-  
 „ gine la natura essere stata disposta dal suo Autore in mo-  
 „ do, che nel caso contemplato avesse luogo l' equilibrio an-  
 „ zi che il moto. „

## RISPOSTA.

Vuolsi in questa prima obbiezione, che per l' ignoranza  
 in cui siamo dell' intima natura delle forze, il solo raziocinio  
 non valga a decidere, se v' abbia moto od equilibrio nel ca-  
 so di forze convergenti, ma nulla si dice dall' opponente de-  
 caso di forze uguali e contrarie, nè dell' altro di forze cospira-  
 ranti. Il perchè io mi fo qui dapprima a domandare. Quando  
 due forze d' intensità eguale, e diametralmente contrarie agi-  
 scono simultaneamente nel mobile, l' equilibrio che ne risul-  
 ta si può egli dedurre dalle sole leggi attuali dell' inerzia, od  
 è puramente un fatto sperimentale? Così pure, quando due  
 o più forze sollecitano il mobile contemporaneamente per di-  
 rezioni tutte conspiranti, il moto che indi nasce equivalente  
 alla loro somma, viene egli siccome effetto dalle sole leggi  
 dell' inerzia, od è unicamente pure fenomeno dell' esperienza?  
 Se l' equilibrio nel primo caso, ed il moto nel secondo si do-  
 vessero ammettere quai fatti primigenii non dimostrabili col-  
 le leggi dell' inerzia, la discussione è finita; e convergo io

pure col dotto Oppositore, non esser possibile, „ il tessere del „ contrastato teorema una dimostrazione tutta affatto razio- „ nale, cioè prendendo dall' ispezione della natura le sole leg- „ gi dell' inerzia e nulla più. „ La quale dimostrazione tutta razionale mancherebbe eziandio ad ogni altro teorema di Mec- canica bisognevole dei detti principj d' equilibrio e di moto. Ma se l' equilibrio nelle forze contrarie, ed il moto nelle co- spiranti si ammettano quai conseguenze delle sole leggi d' i- nerzia, ne verrà altresì tutta razionale ( se mal non mi ap- pongo ) la dimostrazione del moto composto.

Ed in vero: io premetto la nozion generale ( p. 150 De- fin. I. ) che il moto rispettivo è un cangiamento successivo della distanza del mobile da un punto, linea, o piano che si possono imaginare nello spazio. Dalla qual definizione chiara- mente conseguita 1.° che qualunque moto per retta linea contiene essenzialmente infiniti altri moti rispettivi ad altri pun- ti, linee, o piani. 2.° che il mobile non può avere alcun mo- to rispettivo riguardo alle linee parallele a quella che attual- mente descrive o tende a descrivere ( Assioma I p. 151. ).

Ora di questi moti rispettivi io ragiono cogli stessi prin- cipj, che si adoperano nei due casi sopraccennati delle forze contrarie, e cospiranti; vale a dire, quella ragione medesima che ci fa ammettere l' equilibrio nel caso di forze uguali e contrarie, quella stessa ci obbliga ad ammettere, che il mo- bile non può avere nessuno dei due moti rispettivi cui fosse tratto contemporaneamente quando sono uguali e contrari, e dovrà eseguire nello stesso tempo una somma di moti rispet- tivi quando sieno tutti cospiranti, o non s' impediscano in ve- run modo gli uni gli altri.

Poste le quali cose, la mia dimostrazione ( p. 154. ) sul- la risultante di due forze convergenti sta in ciò; che in una delle forze componenti trovo prima un moto rispettivo ugua- le e contrario ad un moto rispettivo dell' altra; trovo di poi nella prima componente un moto rispettivo cospirante con altro moto rispettivo della seconda. Quindi conchiudo, che il

mobile non potrà fare nessuno dei due primi, e farà invece la somma dei due secondi, descrivendo la diagonale.

Applichiamo adesso il sin qui detto alla dimostrazione Newtoniana.

Quando si domanda la risultante di due forze convergenti, egli è lo stesso che ricercare, se vi sia o no un moto che soddisfi nel medesimo tempo ad amendue le forze. Per ritrovarlo, si osservi, che fatto il parallelogrammo delle forze 1.<sup>o</sup> La forza AB (*fig. 1.*) tende a produrre un moto rispettivo verso il punto B; e l'altra forza AC un moto rispettivo verso il punto C. 2.<sup>o</sup> La stessa forza AB tende a produrre un moto rispettivo verso la retta BD, e la stessa forza AC un moto rispettivo verso la retta CD.

I primi due moti verso i punti B, e C non possono farsi contemporaneamente dal mobile per le rette AB ed AC, e nemmeno un solo di questi può aver luogo; poichè il mobile, che venisse per AB non soddisferebbe in alcun modo all'altra forza AC; giacchè avendo questa il moto rispettivo verso la retta CD, se il mobile venisse per AB parallela alla retta CD, non avrebbe, per l'assioma premesso, alcun moto rispettivo verso questa retta CD, e perciò non soddisferebbe in verun modo alla detta forza AC. Similmente, se il mobile andasse per AC, non soddisferebbe in alcun modo alla forza AB.

Ma gli altri due moti rispettivi, quello cioè della forza AB verso la retta BD, e l'altro della forza AC verso la retta CD possono farsi contemporaneamente senza impedirsi l'un altro. Difatti il moto rispettivo dal punto A verso la retta BD non può essere impedito dalla forza AC, poichè questa forza AC, essendo parallela nella sua direzione alla retta BD, non contiene, per lo stesso assioma, alcun moto rispettivo, che possa deviare il mobile dalla retta BD; e perciò verrà il mobile dal punto A a toccare qualche punto della BD colla stessa velocità, come se non vi fosse l'altra forza AC. Per la stessa ragione il mobile per quest'altra forza AC verrà dal punto

A a toccare qualche punto della CD colla stessa velocità, come se non vi fosse la prima forza AB; il che vuol dire, che il mobile, partendo dal punto A potrà soddisfare ad amendue questi moti rispettivi, cioè ad amendue le forze col venire dal punto A a toccare un punto comune alle due rette BD, CD, qual è il punto D estremità della diagonale AD.

#### OBIEZIONE II.

„ In secondo luogo, ricevuta o come desunta dai fatti, „ o se pur vuolsi, come raggiunta intellettualmente la circo- „ stanza, che il corpo dee mettersi in moto, conviene assi- „ curarsi, che questo accaderà nel piano della direzion delle „ forze: ciò ommettesi dall'Autore come si ommette da altri.,

#### RISPOSTA.

I sopraddetti principj del moto rispettivo applicati alla dimostrazion Newtoniana suppliscono a questa omissione nel modo seguente.

S'immagini un piano parallelo a questo ABDC delle forze. La forza AB, per l'assioma premesso, non può produrre alcun moto rispettivo riguardo alle rette che si trovano nell'immaginato piano parallelo alla AB, e per la stessa ragione l'altra forza AC non può produrre alcun moto rispettivo riguardo alle rette che si trovano nell'immaginario piano parallelo alla AC. Dunque nessuna delle due forze può produrre un moto rispettivo verso l'immaginato piano; e perciò se il mobile debba venire da A in D, dovrà muoversi in maniera da non aver alcun moto rispettivo verso l'immaginato piano: cioè per lo stesso assioma dovrà muoversi in un piano parallelo all'immaginato. Ma tale è il piano ABDC delle forze. Dunque il mobile non potrà muoversi che in questo piano.

## OBIEZIONE III.

„ In terzo luogo il discorso del Sig. Zamboni ha comu-  
 „ ne con altre dimostrazioni il difetto di essere affatto indi-  
 „ pendente da alcuna considerazione derivata dall'essere ( co-  
 „ me almen tacitamente si suppone ) le forze della stessa na-  
 „ tura, cioè o entrambe istantanee , o entrambe continue , e  
 „ in questo caso, o costanti, o conservanti un rapporto costan-  
 „ te. Ma poichè in caso diverso, il moto non è più rettilineo,  
 „ convien dunque che nella omogeneità delle forze sia ripo-  
 „ sto un intrinseco principio, una proprietà, che cooperi a  
 „ produr rettilineo il movimento. Or questo principio intrin-  
 „ seco, questa proprietà come costitutrice essenziale del fe-  
 „ nomeno, dee farsi sentire nella dimostrazione. Eppure quel-  
 „ la del Sig. Zamboni al pari delle altre istituite geometricamente,  
 „ per quanto ci ricordiamo, è parola per parola tut-  
 „ ta applicabile anche nell'ipotesi, in cui una delle forze fos-  
 „ se istantanea, e l'altra continua; o entrambe continue, ma  
 „ variabili senza conservare un rapporto costante: la natura  
 „ delle forze non è in alcun modo interessata nel discorso. „

## RISPOSTA.

Non v'ha dubbio, che il moto composto debba essere o  
 rettilineo o curvilineo, secondo la diversa natura delle forze  
 componenti, com'è saggiamente notato in questa obiezione.  
 Ma però certo è ugualmente, che in qualunque caso il moto  
 considerato farsi in un tempo infinitesimo, è sempre rettili-  
 neo. Ond'è che nella teoria del moto curvilineo prodotto e.  
 g. da due forze, l'una costante, e l'altra istantanea, si pro-  
 cede per via di diagonali infinitesime, le quali esprimono mo-  
 ti rettilinei infinitesimi corrispondenti a infinitesimi tempi, e  
 formanti successivamente la curva parabolica. E però la dimo-  
 strazione del Newton, e quanto io vi aggiungi, per darle, se  
 fia possibile, evidenza geometrica, dovrà intendersi del moto

prodotto da due forze convergenti, di qualunque specie esse sieno, in un tempo infinitesimo; il che basta per l'essenziale della teoria, e perchè il moto sia provato rettilineo qualunque sia l'indole delle forze.

Ma quando si tratti del moto composto durevole per un tempo finito, allora si, che dovremo por mente all'indole particolare di ciascuna forza componente, per indi argomentare o rettilineo o curvilineo il moto che ne risulta.

Nel che giova l'osservare, che la regola per deciderlo ci viene appunto somministrata dalle nozioni premesse sul moto rispettivo. Difatti quando la diagonale  $AD$  (*fig. 2*) è una retta linea, sappiamo dalla Geometria, che presi ad arbitrio sul lato  $AB$  i punti  $F$ ,  $E$ , e condotte per questi le  $FG$ ,  $EM$  parallele al lato  $AC$ , e dai punti  $G$  ed  $M$  condotte le  $GH$ ,  $MN$  parallele al lato  $AB$ , si avranno le  $AF$ ,  $AE$ ,  $AB$  proporzionali alle  $AH$ ,  $AN$ ,  $AC$ . Se dunque in Meccanica le  $AF$ ,  $AE$ ,  $AB$  esprimano gli avvicinamenti o moti rispettivi prodotti dalla forza  $AB$  nel mobile in  $A$  verso la retta  $BD$ , e le  $AH$ ,  $AN$ ,  $AC$  esprimano gli avvicinamenti o moti rispettivi prodotti in tempi rispettivamente uguali nello stesso mobile verso la retta  $CD$ , ne verrà questa regola. *Il moto composto durevole per un tempo finito sarà rettilineo, quando gli avvicinamenti prodotti da una forza componente in dati tempi sieno proporzionali agli avvicinamenti che si producono nei medesimi tempi dall'altra forza componente.*

#### APPLICHIAMO QUESTA REGOLA.

1.º Al caso di due componenti istantanee. Essendo allora uniformi i moti rispettivi prodotti da ciascuna forza, ne viene, che tanto gli avvicinamenti  $AF$ ,  $AE$ ,  $AB$ , quanto gli altri  $AH$ ,  $AN$ ,  $AC$  sono proporzionali ai tempi, e perciò anche gli avvicinamenti prodotti da una forza proporzionali a quelli dell'altra nei medesimi tempi; e quindi il moto da  $A$  in  $D$  rettilineo.

2. Al caso di due forze convergenti l'una AC istantanea, l'altra AB costante. Allora gli avvicinamenti prodotti dall'istantanea AC si mantengono sempre uguali in tempi eguali, mentre quelli prodotti dalla costante AB crescono in tempi eguali nella nota progressione 1, 3, 5, 7 ec. il che farebbe essere le AF, AE, AB ascisse proporzionali ai quadrati delle semiordinate AH, AN, AC, e però il mobile da A in C descriverebbe la semiparabola.

Pertanto io protesto di saper molto grado a queste dotte obbiezioni, siccome quelle che mi condussero a sviluppare, e disporre viemeglio la teoria geometrica del moto composto. Essa dunque dovrà tenere il seguente ordine.

I. Per le cose dette nella risposta alla prima obbiezione si prova che il mobile spinto contemporaneamente da due forze convergenti dee passare da un estremo all'altro della diagonale.

II. Colla risposta alla seconda obbiezione si fa vedere, che il moto da un estremo all'altro della diagonale dee farsi nel piano delle forze.

III. Rispondendo a questa terza obbiezione, si è veduto che qualunque sia l'indole particolare delle forze, il moto da un estremo all'altro della diagonale debb' esser rettilineo, quando si compie in un tempo infinitesimo.

IV. Ma quando il predetto moto sia durevole per un tempo finito, dovrà riuscire o rettilineo o curvilineo secondo la regola poc' anzi dimostrata.

#### OBBIEZIONE IV.

„ Oltre a ciò osserveremo in quarto luogo che il Signor „ Zamboni suppone insieme cogli altri Autori, che le due „ forze conservino nella loro azione combinata quelle proprietà „ che hanno quando sono isolate. Questa circostanza, che „ per noi non è evidente, attesa l'ignoranza dell' essenza delle „ forze, è una delle basi della dimostrazione come lo è del- „ le altre. „



## RISPOSTA.

Nel rispondere alla prima obiezione fu già accordato all'opponente, che se l'equilibrio nel caso di forze uguali e contrarie, ed il moto nel caso delle cospiranti non si possono dedurre dalle sole leggi attuali dell'inerzia, non si può più istituir dimostrazione tutta razionale del moto composto. Ora lo stesso è a dirsi di quest'ultima obiezione. Imperciocchè se quanto essa afferma delle forze convergenti, altrettanto debba dirsi delle contrarie e cospiranti, che cioè, nemmeno in queste sia evidente per pura ragione d'inerzia, che conservino nella loro azion combinata la facoltà di produrre quel moto che hanno, quando sono isolate, allora nè l'equilibrio da forze eguali e contrarie, nè il moto dalle cospiranti, nè altro qualunque teorema meccanico sarebbe giammai suscettibile di dimostrazione al tutto razionale. Laonde qui pure io dirò, doversi ragionare delle forze convergenti, come si ragiona delle contrarie e delle cospiranti. Se nelle contrarie  $v'$  è l'equilibrio, perchè tutti i moti rispettivi conservati in una delle forze sono uguali e contrari ad altrettanti conservati nell'altra, se nelle cospiranti  $v'$  è il moto equivalente alla loro somma, perchè tutti i moti rispettivi dell'una si conservano cospiranti con quelli dell'altra; per la stessa ragione nelle forze convergenti trovo un moto rispettivo dell'una uguale e contrario ad un moto rispettivo dell'altra, e ne conchiudo l'equilibrio; ma trovo insieme un moto rispettivo della prima, cospirante con altro della seconda, e ne deduco il moto comune per la diagonale.

## APPENDICE.

Dalle dottrine del moto composto trae la maggior parte delle sue dimostrazioni la celebre Teoria Elettrodinamica del Sig. Ampere. In quel suo teorema dell'attrazione fra due correnti elettriche, le quali o si avvicinano alla sommità di un

angolo o se ne allontanano; e della ripulsione fra la corrente che si avvicina alla detta sommità, e l'altra che se ne allontana, egli prende a considerare un elemento  $ab$  (fig. 3.) nella corrente  $Ab$ , ed altro  $dc$  nella corrente  $Bc$  amendue egualmente lontani dalla sommità  $O$ ; e scompone ciascun moto  $ab, dc$  in altri due  $ae, eb, df, fc$  ad angolo retto. Quindi argomenta, che non producendosi alcun effetto dai due moti  $ae, df$ , perchè uguali fra loro e contrari, non altro rimane, che o l'azion attracente fra i due moti  $eb, fc$  paralleli fra loro e conspiranti, quando amendue le correnti si avvicinano alla sommità  $O$ , e quando se ne allontanano; o un'azion ripellente, quando il moto  $eb$  risulta parallelo e contrario all'altro  $fc$  nel caso che una corrente si avvicini alla sommità  $O$  e l'altra se ne allontani.

Se non che l'illustre Fisico Sig. Nobili (\*) ebbe a notare in siffatta dimostrazione, che i due moti uguali e contrari  $ae, df$  non producono alcun effetto soltanto nel caso, che venissero applicati allo stesso punto materiale, o allo stesso centro di gravità di un sistema invariabile; ma ciò non si verifica nella dimostrazione Amperiana: perciocchè le due correnti  $Ab, Bc$  camminano per due conduttori distaccati affatto l'un dall'altro in maniera che ciascuno può ubbidir liberamente alla forza che opera sopra di lui.

A togliere questo sconcio, io propongo la seguente dimostrazione del predetto Teorema.

Sieno le correnti elettriche  $AB, CD$  (fig. 4) dirette amendue verso la sommità  $M$  dell'angolo  $AMC$ , e condotta  $BD$ , dal punto  $A$  si abbassi a qualunque punto  $H$  della  $DB$  prolungata la  $AH$ , e si compia il parallelogrammo  $GH$ . Similmente condotta dal punto  $C$  la  $CE$  parallela alla  $GB$ , si compia l'altro parallelogrammo  $EF$ .

Se il primo elemento della corrente  $AB$  venuto in  $A$  per-

(\*) Questioni sul Magnetismo p. 74

corresse il lato AH nel tempo medesimo, che questo lato si trasportasse parallelo a se stesso da AH in GB, il detto elemento per la teoria del moto composto verrebbe a percorrere la diagonale AB. Così pure se il primo elemento dell'altra corrente CD arrivato in C percorresse il lato CE nel tempo stesso che questo lato si movesse parallelo a se stesso da CE in FD, anche questo elemento verrebbe a descrivere la diagonale CD. Dunque fra l'elemento che percorre AB, e l'elemento che percorre CD vi sarà quell'azione reciproca che si avrebbe nel caso che i due elementi si muovessero l'uno per AH, e l'altro per CE paralleli l'uno all'altro e conspiranti. Ma in questo caso i due elementi eserciterebbero fra di se un'azione attraente per la nota legge delle correnti elettriche parallele e conspiranti; e l'avvicinarsi fra loro dei due lati AH, CE altro non farebbe che accrescere la detta attrazione. Dunque fra i due detti elementi, e così tra gli altri che vengono di seguito per le rette AB, e CD vi sarà l'attrazione scambievole.

Collo stesso raziocinio applicato alle correnti che si allontanano dalla sommità M andando l'una da B in A, e l'altra da D in C sarà pure dimostrata l'attrazione scambievole, diminuita però dallo scambievole allontanarsi delle due correnti.

E finalmente fra la corrente mossa da B in A, e l'altra da C in D si proverà allo stesso modo la repulsione propria delle correnti elettriche parallele e contrarie, che si moveranno l'una da B in C, e l'altra da C in E nel tempo medesimo, che il lato GB venisse in AH, ed il lato CE in FD.