

E S A M E

DELL' OSSERVAZIONE DEL PASSAGGIO DI VENERE SUL DISCO SOLARE,
FATTA IN ROMA NEL 1761.

DAL CELEBRE PADRE AUDIFREDI DOMENICANO
NEL CONVENTO DI SANTA MARIA SOPRA MINERVA

DEL SIG. ANDREA CONTI ASTRONOMO

Ricevuto adì 14. Dicembre. 1825.

La favorevole opinione, che vivente procacciassi il P. Audifredi Domenicano, (a) e che dopo la morte lo ha reso pur celebre nella repubblica delle lettere, non fu soltanto il frutto delle teologiche e bibliografiche sue cognizioni, le quali a dovizia possedeva; ma di quelle altresì molteplici e non comuni, che si acquistò nello studio dell' Astronomia. Senza altro stimolo che di un particolar genio per questa scienza, vi si applicò indefessamente, ed oltre l' applicazione procurò a proprie spese di fornirsi di quei mezzi, senza de' quali poco si può progredire nella detta scienza. Fra gli altri, circa la metà del secolo passato preparossi, ad alimento della sua nobile passione, un conveniente Osservatorio nel Convento di S.^a Maria sopra Minerva, il quale forni di

(a) Il Padre Audifredi nacque a Saor-
gio il dì 2. febbrajo del 1714. entrò
nell' ordine di S. Domenico nel 1730;
e nel 1759. ottenne in Roma il posto
di primo bibliotecario della Casanatense.
Niuno al par di Lui meritava un posto
si onorevole per aver in se riunite con
mirabile armonia molte cognizioni dispa-
ratissime, teologiche cioè, matematiche,
astronomiche, antiquarie, di storia na-
turale, critiche, bibliografiche, e la

profonda conoscenza delle lingue lati-
na e greca. Quest' uomo raro, nato e vi-
suto alle lettere ed alla pietà, ai tan-
ti varii suoi studii seppe unire una
esatta osservanza del profesato Istituto,
fu sempre fervoroso negli atti del Divin
culto; umile e tenerissimo verso i po-
veri. Morì l' Audifredi in Roma nel dì
3. Luglio del 1794, superato avendo di
cinque mesi ed un giorno l' ottantesi-
mo anno di sua età.

macchine opportune, onde con frutto occuparsi nella scienza degli astri. All'instancabile assiduità congiunse il nostro celebre Domenicano tutte quelle cautele, che la sua perizia gli suggeriva, per ottenere dalle sue occupazioni plausibili risultati; e gli Astronomi non tardarono a conoscere i frutti di tante di Lui fatiche nelle diverse interessanti raccolte di osservazioni pubblicate dal 1753. al 1770.

Fra queste osservazioni trovasi anche quella del passaggio di Venere sul disco solare accaduto nel 1761., che unita ai risultati che ne dedusse, pubblicò nel 1762. senza apporvi il suo nome (come comunemente soleva praticare) in un opuscolo che porta il titolo *Transitus Veneris ante Solem observati Romae apud P. P. S. Mariae super Minervam VI. Junii 1761. Expositio Historico-Astronomica.*

Peraltro questa osservazione del passaggio di Venere non incontrò il favore del P. Pingré ch. Astronomo francese, il quale in una Memoria che ha per titolo *Observations Astronomiques pour la détermination de la Parallaxe du Soleil...* inserita fra quelle dell'Accademia di Parigi dell'anno 1761. alla pag. 474. parlando dell'osservazione fatta a Roma dal nostro Audifredi così si esprime = La longitude de Saint-Pierre de Rome est, selon la *Connoissance des temps*, de 40' 37". orientale; mais cette ville est d'une grande étendue. Est-ce a Saint-Pierre même, ou du moins sous le même méridien, que le passage de Venus a été observé par un Anonyme, qui fixe le commencement de la sortie a 21.^{es} 9'. 36"? C'est dit-on au Couvent de Sainte-Marie sur la Minerve. Je crois que l'église de Saint-Pierre est à une extrémité de la ville... et que le Couvent de S. M. sur la Minerve est vers le milieu de la ville... Pour faire usage de l'observation Romaine il faudroit connoître avec précision cet intervalle en latitude, e surtout en longitude =. In seguito in altra Memoria che porta il titolo *Nouvelle recherche sur la détermination de la Parallaxe du Soleil...* ec. che trovasi fra quelle dell'Accademia di

Parigi del 1765. alla pag. 15. così si esprime il Pingré. = L'observation de Rome est faite par un Anonyme; il est donc impossible de juger quel est le degré de précision qu'on peut y supposer: pour moi j'y présume au contraire de l'imperfection.... En comparant l'observation qui y a été faite avec celle de Paris, telle qu'elle a été choisie par l'auteur, la parallaxe du Soleil n'est que de 6'.16; et si pour l'observation de Paris on prend celle de M. Maraldi la parallaxe est restreinte a 2'.55; la même observation de Rome comparée avec celle de Greenwich, donne pour parallaxe 5'.32. La prudence auroit dû conseiller la suppression totale de cette observation , , .

Convieni osservare, che secondo Pingré la longitudine di S. Pietro rispetto all'Osservatorio di Parigi è di 40'.37"; onde quella del Convento della Minerva sarebbe di 40'.42". Il P. Audifredi poi alla pag. 33. dell'opuscolo sopra citato la pone di 40'.20"; ed in altro opuscolo pubblicato nel 1766. che ha per titolo *De Solis Parallaxi commentarius* alla pag. 54. la fissa di 40'.16". Ci sia permesso fra queste longitudini produr anche quella che ottenemmo dai risultati di una triangolazione da noi eseguita, la quale ebbe per iscopo di fissare la posizione geografica de' principali luoghi di Roma. Tali risultati sono inseriti nell'ottavo tomo degli opuseoli Astronomici pubblicati nel 1824.

Posta la longitudine della Specola del Collegio Romano dal meridiano di Parigi di 40'.33", come costa da un gran numero di osservazioni, e la latitudine geografica di 41°.53'.51".9; la longitudine del Convento di S.^a M.^a sopra Minerva si trova (a) di 40'.32".5. dal meridiano dell'Osservatorio di Parigi, e la latitudine di 41°.53'.52". La longitudine dunque da noi trovata sensibilmente differisce da quella stabilita da Pingré, ed

(a) Opuscoli Astronomici di Giuseppe Calandrelli, Andrea Conti e Giacomo Ricchebœch An. 1824. pag. 136.

anche da quella fissata dall' Audifredi. Quindi è che posta anche esatta l'osservazione del passaggio di Venere fatta dall' Audifredi, i calcoli ed i risultati fondati sopra un elemento essenziale, ma inesatto, non possono essere che erronei.

Giustamente riflette dunque il Sig. Barone di Zach nel tomo 2.^o della corrispondenza astronomica pag. 376. trattando dei risultati non soddisfacenti che Pingré deduce dall'osservazione dell' Audifredi = . . . il m'est impossible de sup-
 25 poser, *così si esprime il ch. Barone di Zach*, qu'un astrono-
 25 me aussi sage, aussi intelligent que le P. Audifredi, ait
 25 pu faire et produire une aussi mauvaise observation. La
 25 longitude du Convent de la Minerve est-elle bien déter-
 25 minée? Nous ne la connaissons pas; mais nous sommes per-
 25 suadés, que lorsqu'on voudra recalculer cette observation
 25 sur des élémens vérifiés, et rectifiés, on trouvera le preu-
 25 ves qui confirmeront et augmenteront la juste réputation,
 25 dont a toujours joui ce savant astronome, qui au reste a
 25 bien d'autres titres encore à sa juste célébrité si bien ac-
 25 quise et si bien méritée = .

Sottomettendo ad un esatto esame l'osservazione del passaggio di Venere fatta dall' Audifredi, introducendo ne' calcoli precisi elementi su' quali si può senza alcun dubbio fondarsi, mi lusingo di far conoscere in questo scritto, quanto mal si convenga a questa osservazione la taccia d'inesatta datale dal ch. Pingré. Che anzi si vedrà palesemente che dall'osservazione del nostro Audifredi, e precisamente da quella del secondo contatto interno de' lembi del Sole e di Venere, si ottengono plausibili risultati, e non diversi da quelli che gli astronomi han dedotti dal paragone delle osservazioni fatte nel passaggio di Venere del 1769.

Nel tomo 2.^o dell' Astronomia Teorico-pratica del ch. Delambre, alla pag. 473. si pone la congiunzione di Venere col Sole nel 1761. il dì 6. Giugno alle 5.^h 44'. 34". tem. med. al meridiano di Parigi. Per questo istante ho trovata dalle tavole dello stesso Delambre la longitudine

del Sole di	=	2°. 15' 36" 30". 4;
onde longitudine della Terra	=	8°. 15' 36". 30". 4.
logaritmo del raggio vettore = log. R.	=	0,0066604
Moto orario del Sole	=	2'. 23". 38.
Semidiametro del Sole	=	15. 46. 81.

Inoltre dalle tavole di Venere calcolate dal Sig. Rebol
Sugli elementi del Sig. De Lindenav, pubblicate a Marsiglia
nel 1811, ho tratto pel medesimo istante

Longitudine eliocentrica di Venere	=	8°. 15'. 36". 28." 7
Latitudine eliocentrica aus.	=	3. 44. 2
Moto orario in longitudine eliocen.	=	3. 57. 91
Moto relativo	=	1. 34. 53
Moto orario in latitud. eliocen.	=	14. 10
Logaritmo del raggio vettore	=	9.8611401.
Log. della distanza accorciata = log. r =	=	9.8611399

Ora è evidente, che essendo la longitudine della Terra più
grande della longitudine eliocentrica di Venere di 1", 7, la
congiunzione deve esser stata il dì 6. Giugno alle 5.^{re} 44'. 34"
+ 1'. 4", 7, ossia alle 5.^{re} 45'. 38", 7. tem. med. al meridiano di
Parigi; pel qual tempo si trova

Longitudine della Terra	=	8°. 15'. 36". 33", 0
Longitudine eliocentrica di Venere	=	8. 15. 36. 33, 0
Latitudine eliocentrica di Venere	=	3. 44. 46.
Dunque la longitudine geocentrica del Sole e di Venere nel tempo della congiunzione sarà di 2°. 15'. 36". 33". 0; e le lon- gitudini affette dall'aberrazione per l'ora della congiunzione saranno per Venere	=	2°. 15'. 36". 36". 74
Sole	=	2. 15. 36. 13, 04
Diff.	=	23. 70

Inoltre col sussidio delle note formole si ha

Moto orario in latitudine geocen. di Venere	=	0'. 35." 42
Moto orario in longitudine geocentrica	=	- 1. 34. 17
Moto relativo	=	- 3. 57. 55.

Ciò premesso, essendo la longitudine apparente di Ve-
nere maggiore di quella del Sole di 23." 70, riflettendo

che il moto geocentrico di Venere è retrogrado, la congiunzione apparente di Venere e del Sole sarà stata alle

$$5^{\circ}.45'.38'',7 + \frac{60'.23''.7}{257,55}, \text{ cioè alle } 5^{\circ}.45'.38'',7 + 5'.59'',1 =$$

$5^{\circ}.51'.37'',8$ tem. med. ovvero $5^{\circ}.53'.31'',2$ tempo vero al meridiano di Parigi pel quale istante si trova

Longitudine del Sole = $2^{\circ}.15'.36'.27'',3$

Longitudine geocen. di Venere = $2^{\circ}.15'.36'.27'',3$

Latitud. geocen. appar. in congiun. = $9.25.92 \text{ Aus.}$

Finalmente si ha

Moto orario sull' orbita relativa = $240'',18$

Semidiametro di Venere = $28,52$

Obliquità dell' eclittica = $23^{\circ} 28',16''.$

Premessi questi elementi, passiamo ora ad esporre la formula di cui ci siam serviti per calcolare l' effetto della parallasse nella distanza de' centri. Suppongasi dunque

La distanza vera de' centri di Venere e del Sole = D

La distanza apparente = Δ

La parallasse orizzontale equatoriale del Sole alla distanza media dalla Terra = π

Il rapporto del raggio della Terra per una latitudine data al raggio dell' equatore = ρ .

Onde sarà

La parallasse orizzontale del Sole per una latitudine

data nel tempo dell' osservazione = $\frac{\pi}{k} \rho$

La parallasse orizzontale di Venere nel tempo dell' os-

servazione = $\frac{\pi}{k-r} \rho$

Inoltre sia

L'angolo fatto dal verticale del Sole coll' eclittica = ξ

L'angolo fatto dall' eclittica, e dalla linea che unisce i centri del Sole e di Venere = σ

L'arco che unisce lo zenit vero dell'osservatore col centro del Sole = f

Si avrà l'effetto della parallasse nella distanza de' centri per mezzo dell'equazione seguente

$$\begin{aligned}
 D - \Delta = \Pi = \pi \{ (m-1) \rho \text{sen. } f \cos (\zeta - \sigma) - m \rho \text{sen. } D \cdot \cos f \\
 (a) \qquad \qquad \qquad - \frac{(m-1)^2}{2} \frac{\pi}{\Delta} \text{sen.}^2 f \text{sen.}^2 (\zeta - \sigma) \\
 \qquad \qquad \qquad + \frac{m^2-1}{2} \text{sen. } \pi \text{sen. } 2f \cos. (\zeta - \sigma) \}
 \end{aligned}$$

nella quale π è la parallasse orizzontale equatoriale del Sole, ed $m\pi$ quella di Venere. Questa formola è stata proposta dal ch. Lexel nell'Effemeridi di Berlino per l'anno 1777. pag. 159. della quale in seguito Trembley ha data una elegante dimostrazione (a). Riducendo l'espressione di $D - \Delta$ al nostro caso si ottiene

$$\begin{aligned}
 D - \Delta = \Pi = \pi [2,4732 \cdot \rho \text{sen. } f \cos. (\zeta - \sigma) - 3,4580 \cdot \rho \text{sen. } D \cos. f \\
 - 0,0288 \cdot \text{sen.}^2 f \text{sen.}^2 (\zeta - \sigma) \\
 + 0,0002 \cdot \text{sen. } 2f \cos. (\zeta - \sigma)].
 \end{aligned}$$

Applichiamo questa formola all'osservazione del passaggio di Venere del 1761 fatta in Roma dal P. Audifredi.

Il contatto interno de' lembi nell'egresso fu osservato in Roma il dì 6. Giugno del 1761. alle 9.^{or} 9'. 36"; qual tempo corrisponde a Parigi alle 8.^{or} 29'. 3". 5. Dal tempo in cui fu osservato il secondo contatto interno, si deduce l'angolo orario = $O = 42^\circ. 36'. 0''$. Inoltre essendo la latitudine geografica del luogo dell'osservazione di $41^\circ. 53'. 52''$, si avrà la distanza dello zenit dal polo dell'equatore, corretta dall'angolo della verticale, di $48^\circ. 17'. 8''$. Si consideri ora un triangolo sferico, di cui i tre angoli sieno al polo dell'equatore, allo zenit, ed al centro del Sole. In questo triangolo essendo cognito l'angolo al polo = $O = 42^\circ. 36'. 0''$, il complemento alla latitudine geografica = $48^\circ. 17'. 8''$, ed il complemento alla declinazione del Sole = $67^\circ. 17'. 40''$, si trova colle note formole $f = 40^\circ. 12'. 15''$; e l'angolo al Sole fatto dal verticale e dal

circolo di declinazione di $51^{\circ} 30' 35'' = S$. Inoltre essendo la differenza fra il tempo dell'osservazione ridotto al meridiano di Parigi, ed il tempo della congiunzione, eguale ad $8^{\text{or}} 29' 3'' 5 - 5^{\text{or}} 53' 31'' 2 = 2^{\text{or}} 35' 32'' 3$; e la latitudine di Venere in congiunzione di $9' 25'' 92$; sarà la latitudine nel tempo dell'osservazione $9' 25'' 92 + 1' 31'' 81 = 10' 57'' 73 = 657'' 63 = L$. Similmente pel medesimo istante si troverà la differenza fra la longitudine di Venere e del

Sole = $615'' 72 = E$; onde essendo $\text{tang. } \sigma = \frac{L}{E}$

si avrà $\sigma = 133^{\circ} 6' 40''$. Finalmente essendo l'angolo dell'eclittica col meridiano di $83^{\circ} 50' 25''$, si otterrà $\zeta - \sigma = 91^{\circ} 32' 20''$.

Cogniti dunque i valori di f , $\zeta - \sigma$, e ρ , di cui il logaritmo è $9,9993540$, mediante la formola (a) di sopra esposta, si ottiene l'effetto della parallasse nella distanza de' centri

$$\Pi = -0,043\pi - 0,012\pi - 0,015\pi = -0,070\pi$$

trascurando l'ultimo termine perchè insensibile; e sommando il logaritmo del coefficiente di π con $1,2775971$, si avrà l'effetto della parallasse nell'orbita ridotto in tempo, di $-1,32\pi$. Essendo dunque il momento dell'osservazione ridotto al meridiano di Parigi eguale a $8^{\text{or}} 29' 3'' 5$, si avrà il tempo del secondo contatto interno de' lembi ridotto al centro della Terra, ed al meridiano di Parigi eguale a

$$8^{\text{or}} 29' 3'' 5 + 1,32\pi$$

Con un metodo analogo all'esposto ho calcolate le osservazioni dei due contatti interni fatte a Cajanebourg, Stockholm, ed Upsal; ed inoltre le osservazioni del secondo contatto interno fatte a Parigi, Greenwich, ed al Capo di Buona Speranza. Dalla Memoria sopra indicata di Pingré, inserita fra quelle dell'Accademia di Parigi per l'anno 1765, pag. 30. ho tratte le osservazioni di questi contatti, e dalle conoscenze de' tempi pubblicate a Parigi per l'anno 1825,

ho dedotte le posizioni geografiche dei luoghi delle osservazioni. I risultati che ho trovati sono i seguenti.

P A R I G I

Contatto interno nell' egresso.

Il secondo contatto interno fu osservato a Parigi da diversi Astronomi. Di tutte le osservazioni, ridotte al meridiano dell' Osservatorio, ho preso un medio, da cui ho ottenuto $8^{\circ} 28' 30''$. Gli elementi pel calcolo della parallasse sono $O = 52^{\circ} 52' 30''$; $f = 48^{\circ} 53' 0''$; $S = 44^{\circ} 22' 0''$; $\sigma = 133^{\circ} 1' 40''$; $\zeta - \sigma = 98^{\circ} 45' 55''$, col sussidio de' quali ho dedotto l'istante del contatto geocentrico a Parigi

$$8^{\circ} 28' 30'' + 5,87\pi.$$

G R E E N W I C H

Contatto interno nell' egresso.

GREENWICH

PARIGI

$$8^{\circ} 19' 0''$$

$$8^{\circ} 28' 21''$$

Angolo orario = $O = 55^{\circ} 15' 0''$; $f = 50^{\circ} 56' 50''$
 $S = 41^{\circ} 25' 25''$; $\sigma = 132^{\circ} 59' 55''$; $\zeta - \sigma = 101^{\circ} 44' 15''$;
 contatto geocentrico ridotto al meridiano di Parigi

$$8^{\circ} 28' 21'' + 7,89\pi$$

C A P O D I B U O N A S P E R A N Z A

Contatto interno nell' egresso

CAPO DI B. S.

PARIGI

$$9^{\circ} 39' 52''$$

$$8^{\circ} 35' 37''$$

$$O = 35^{\circ}. 2'. 0''; f = 65^{\circ}. 33'. 30''; S = 31^{\circ}. 37'. 33''$$

$$\sigma = 134^{\circ}. 7'. 45''; \zeta - \sigma = 6^{\circ}. 20'. 40''$$

$$8^{\circ}. 35'. 37'' - 42, 44.\pi$$

CAJANEBOURG

Primo contatto interno

CAJANEBOURG PARIGI

$$4^{\circ}. 18'. 5'' \qquad 2^{\circ}. 36'. 24''$$

$$O = 115^{\circ}. 28'. 45''; f = 80^{\circ}. 1'. 20''; S = 23^{\circ}. 37'. 30''$$

$$\sigma = 29^{\circ}. 56'. 45''; \zeta - \sigma = 137^{\circ}. 24'. 40''$$

$$2^{\circ}. 36'. 24'' - 34, 18.\pi$$

Secondo contatto interno

CAJANEBOURG PARIGI

$$10^{\circ}. 7'. 59'' \qquad 8^{\circ}. 26'. 18''$$

$$O = 28^{\circ}. 0'. 15''; f = 45^{\circ}. 18'. 50''; S = 16^{\circ}. 46'. 55''$$

$$\sigma = 132^{\circ}. 40'. 35''; \zeta - \sigma = 126^{\circ}. 43'. 5''$$

$$8^{\circ}. 26'. 18'' + 20, 25.\pi$$

STOKHOLM

Primo contatto interno.

STOKHOLM PARIGI

$$3^{\circ}. 39'. 26'' \qquad 2^{\circ}. 36'. 33''$$

$$O = 125^{\circ}. 8'. 30''; f = 86^{\circ}. 37'. 7''; S = 24^{\circ}. 49'. 10''$$

$$\sigma = 29^{\circ}. 57'. 50''; \zeta - \sigma = 138^{\circ}. 37'. 25''$$

$$2^{\circ}. 36'. 33'' - 35, 28.\pi$$

Secondo contatto interno

STOCKHOLM

PARIGI

9^{or}. 30'. 8"8^{or}. 27'. 15"

$$O = 37^{\circ}. 28'. 0''; f = 45^{\circ}. 2'. 20''; S = 26^{\circ}. 8'. 20''$$

$$\sigma = 132^{\circ}. 49'. 35''; \zeta - \sigma = 117^{\circ}. 11'. 40''$$

$$8^{\text{or}}. 27'. 15'' + 15, 55.\pi$$

U P S A L

Primo contatto interno

UPSAL

PARIGI

3^{or}. 37'. 43"2^{or}. 36'. 28"

$$O = 125^{\circ}. 34'. 15''; f = 86^{\circ}. 26'. 22''; S = 24^{\circ}. 16'. 50''$$

$$\sigma = 29^{\circ}. 57'. 15''; \zeta - \sigma = 136^{\circ}. 4'. 30''$$

$$2^{\text{or}}. 36'. 28'' - 34, 97.\pi$$

Secondo contatto interno.

UPSAL

PARIGI

9^{or}. 28'. 9"8^{or}. 26'. 54"

$$O = 37^{\circ}. 57'. 45''; f = 45^{\circ}. 33'. 20''; S = 25^{\circ}. 46'. 10''$$

$$\sigma = 132^{\circ}. 46'. 20''; \zeta - \sigma = 117^{\circ}. 37''. 5.$$

$$8^{\text{or}}. 26'. 54'' + 15, 80.\pi$$

Tutti i contatti geocentrici trovati, ridotti al meridiano di Parigi, sono dunque

*Primo contatto interno.*CAJANEBOURG . . . 2.^o 36'. 24" - 34, 18. π STOKHOLM . . . 2. 36. 33 - 35, 28. π UPSAL 2. 36. 28 - 34, 97. π *Secondo contatto interno.*ROMA 8.^o. 29'. 3" + 1, 32. π PARIGI 8. 28. 30 + 5, 87. π GREENWICH . . . 8. 28. 21 + 7, 89. π CAPO DI B. S. . . 8. 35. 37 - 42, 44. π CAJANEBOURG . . 8. 26. 18 + 20, 25. π STOKHOLM 8. 27. 15 + 15, 55. π UPSAL 8. 26. 54 + 15, 80. π .

Per altro è necessario riflettere, che il valore dell' angolo σ incluso nell' espressione della parallasse nella distanza de' centri, dipende come vedemmo, dalla latitudine e longitudine di Venere; quindi è, che se gli errori delle tavole fossero sensibili, l'angolo σ , e per conseguenza anche i coefficienti di π non si avrebbero con sufficiente esattezza. Per questa ragione dunque ho creduto conveniente dalle osservazioni complete di Cajanebourg, Stokholm, ed Upsal dedurre sei equazioni, onde ottenere gli errori delle tavole sì in longitudine che in latitudine geocentrica.

A questo fine pongasi come sopra, la differenza fra la longitudine geocentrica di Venere e quella del Sole = E; e la latitudine geocentrica di Venere = L; inoltre la correzione delle tavole in longitudine = x , ed in latitudine = y .

Essendo σ un angolo che ha per tangente $\frac{L}{E}$, la distanza vera de' centri del Sole e di Venere, che abbiamo espressa per D , sarà eguale ad $\frac{L}{\text{sen.}\sigma} = \frac{E}{\text{cos.}\sigma} = \sqrt{E^2 + L^2}$; onde la correzione di D dipendente dagli errori x , ed y sarà

$$d.D = \frac{E}{D} x + \frac{L}{D} y = x \cos.\sigma + y \text{sen.}\sigma$$

Se dunque l' effetto della parallasse nella distanza de' centri si esprima per Π , l' equazione superiore (a) si ridurrà alla seguente

$$D + d. D - \Delta = \Pi$$

ovvero

$$\Delta - D + \Pi = x \cos.\sigma + y \text{sen.}\sigma$$

dalla quale ho dedotte le sei seguenti equazioni per ottenere le correzioni x , ed y .

Primo contatto interno.

CAJANEBOURG

$$-1,62 = 0,8665.x + 0,4992.y$$

STOKHOLM

$$-1,72 = 0,8663.x + 0,4995.y$$

U P S A L

$$-1,80 = 0,8664.x + 0,4993.y$$

Secondo contatto interno

CAJANEBOURG

$$+13,01 = -0,6779.x + 0,7352.y$$

STOCKHOLM

$$+12,31 = -0,6798.x + 0,7334.y$$

UPSALA

$$+13,20 = -0,6791.x + 0,7341.y.$$

Dalla somma delle prime tre equazioni si ottiene

$$-5,14 = 2,5992.x + 1,4980.y$$

dalla somma delle tre ultime

$$+38,52 = -2,0368.x + 2,2027.y$$

onde

$$-1,9775 = x + 0,5763.y$$

$$+18,9120 = -x + 1,0815.y$$

per conseguenza

$$+16,9345 = 1,6578.y$$

e finalmente

$$y = + 10'', 22$$

$$x = - 7, 86.$$

Dall' errore delle tavole in longitudine di $-7'',86$ si deduce facilmente, che la congiunzione di Venere col Sole deve esser stata alle $5^{\text{or}} 49' 37''$, 8 tem. med., ovvero alle $5^{\text{or}} 51' 31''$, 2 tempo vero al meridiano di Parigi (a).

(a) Corretta la longitudine di Venere e del Sole dall' aberrazione, e la longitudine di Venere dall' errore trovato delle tavole; si avrà la congiunzione alle $5^{\text{or}} 43' 38''$, 7. tem. med. al meridiano di Parigi; e la longitudine del Sole in congiunzione a. $15^{\circ} 36' 25''$, 2,

e la latitudine eliocentrica $3'. 48''. 5$. Onde posta l' inclinazione dell' Orbita di Venere all' eclitica di $3^{\circ} 23'. 35''$, sarà l' arco eliocentrico fra il nodo e la congiunzione di $1^{\circ} 4' 14'' 5$; e finalmente la longitudine del nodo ascendente di Venere a. $14^{\circ} 32'. 14''$.

Introducendo ora nel calcolo dell'angolo σ la longitudine e latitudine geocentrica di Venere corretta dagli errori trovati delle tavole, si avranno i seguenti contatti geocentrici corretti, e ridotti al meridiano di Parigi.

*Primo contatto interno.*CAJANEBOURG $2^{\circ} 36.24'' - 34,65.\pi$ STOKHOLM $2.36.33 - 35,72.\pi$ UPSAL $2.36.28 - 35,45.\pi$ *Secondo contatto interno.*ROMA $8.29.3,5 + 1,39.\pi$ IPARIGI $8.28.30 + 5,95.\pi$ IIGREENWICH $8.28.21 + 7,97.\pi$ IIICAP. DI B. S. $8.35.37 - 42,45.\pi$ IVCAJANEBOURG $8.26.18 + 20,31.\pi$ VSTOKHOLM $8.27.15 + 15,62.\pi$ VIUPSAL $8.26.54 + 15,97.\pi$ VII

Prendiamo in primo luogo a considerare le osservazioni del secondo contatto interno de' lembi fra le quali è inclusa l'osservazione romana.

È palese, che tutti i tempi dei secondi contatti geocentrici I, II, III. ec. devono essere fra loro eguali, prescindendo da qualche leggiera incertezza nelle longitudini geografiche, e dagli inevitabili errori delle osservazioni. Combinando dunque tra di loro l'espressioni superiori dei secondi contatti geocentrici, e specialmente con quella del Capo di Buona speranza, si avranno delle equazioni, dalle quali potrà dedursi il valore di π .

Dall' equazione dunque

$$IV = I \text{ si ottiene } \dots \pi = 8', 98$$

$$IV = VII \dots \pi = 8, 94$$

$$IV = VI \dots \pi = 8, 65$$

$$IV = V \dots \pi = 8, 91$$

$$IV = II \dots \pi = 8, 82$$

$$IV = III \dots \pi = 8, 64$$

$$V = I \dots \pi = 8, 74$$

$$VI = I \dots \pi = 7, 62$$

$$VII = I \dots \pi = 8, 88.$$

Escludendo i risultati che dipendono dall' osservazione romana, si ha il medio di $\pi = 8'', 79$; ed i soli risultati nei quali è inclusa l' osservazione fatta dall' Audifredi in Roma, danno per medio $\pi = 8'', 55$; e qualora si volesse escludere l' ottavo risultato, in cui l' osservazione romana è paragonata con quella di Stokholm si otterrebbe $\pi = 8'', 85$. Dal medio poi delle nove combinazioni si ha $\pi = 8'', 69$. Se si combinasse la I. colla II. si avrebbe $\pi = 7'', 35$, e minor valore di π si otterrebbe dalla combinazione della I. colla III. Ma a motivo dei piccoli coefficienti di π , ossia del poco sensibile effetto della parallasse nell' osservazione di Parigi e di Greenwich, e molto meno sensibile in quella di Roma, è palese, che le osservazioni dovrebbero godere di una estrema precisione per ottenere un plausibile valore di π . Ma

come esser sicuri di tanta esattezza nelle osservazioni, quanto nel nostro caso se ne esigerebbe? È noto che per la lentezza del moto relativo di Venere è ben difficile cogliere il vero momento in cui i lembi del Sole e di Venere sono a perfetto contatto; Onde, è, che fra le osservazioni fatte da ch. Astronomi situati in un medesimo luogo, trovansi talvolta differenze di circa 15, ed anche 20 secondi, se trattasi di contatti interni, e differenze anche maggiori se trattasi di esterni.

Per giudicare in qualche modo della esattezza di quelle osservazioni le quali abbiamo sottomesse a calcolo, nelle espressioni dei secondi contatti geocentrici I, II, III . . . ec. ho sostituito in luogo di π il valor medio trovato di sopra, cioè 8', 7, ed in questa ipotesi di parallasse ho trovato il tempo del secondo contatto geocentrico ridotto al meridiano di Parigi per

ROMA eguale ad 8.^{or} 29.' 15." = IV

PARIGI . . . 8. 29. 22 = IV

GREENWICH . . 8. 29. 30

CAPO DI B. S. 8. 29. 28

CAJANEBOURG . 8. 29. 15

STOKHOLM . . 8. 29. 31

UPSAL . . . 8. 29. 13.

L'osservazione romana combina dunque con quella di Cajanebourg, e differisce di soli 2" da quella di Upsal: Quelle pel Capo di Buona Speranza, Stokholm, e Greenwich prossimamente combinano fra loro; e quella di Parigi è quasi la media di tutte le altre. Ma le osservazioni però pre-

sentano differenze di 17. ed anche 18. secondi; differenze che si notarono ancora nell'osservazione fatta a Parigi da esercitissimi astronomi. Basterà solo indicare, che La Lande osservò il secondo contatto interno de' lembi alle 3^{ore}. 28' 25", e Maraldi alle 3^{ore}. 28'. 42", cioè 17". più tardi di Lalande.

Da tutto ciò rendesi dunque manifesto, che per ottenere un plausibile valore di π , è necessario mettere a confronto quelle osservazioni nelle quali la differenza fra i coefficienti di π è molto sensibile, onde supplire nella miglior maniera possibile agli inevitabili errori delle osservazioni. Non deve dunque far meraviglia, se dal confronto dell'osservazione romana con quella di Parigi, e di Greenwich non abbia il ch. Pingré ottenuti plausibili risultati; mentre oltre aver Egli supposta una longitudine geografica dell'Osservatorio del P. Audifredi di 11" maggiore della vera, ha inoltre paragonata l'osservazione romana, in cui la parallasse appena si manifesta, con quella di Parigi, e di Greenwich, nelle quali è anche poco sensibile l'effetto della parallasse. Ciò non ostante se Pingré ne' suoi calcoli avesse introdotta un' esatta longitudine geografica, e quindi fatto avesse il confronto dell'osservazione dell'Audifredi con quella del Lalande, avrebbe ottenuta una parallasse di 3", 5, che differisce appena di una o due decime di secondo da quella, che comunemente è adottata dagli Astronomi.

Vediamo ora qual parallasse del Sole risulti dall'osservazione dell'Audifredi, mettendo a calcolo la durata geocentrica. A questo fine dai contatti interni ridotti al centro ed al meridiano di Parigi, di sopra esposti, ho dedotte le seguenti durate geocentriche. A quelle che risultano dalle complete osservazioni di Cajanebourg, Stokolm, ed Upsal, ho anche unite quelle di Pekino, e Tobolsk, che ho calcolate sulle osservazioni riportate da Pingré nella Memoria sopra indicata. In tal guisa si avranno cinque espressioni della durata geocentrica, indipendenti da qualche piccola incertezza nelle longitudini geografiche.

		Durata geo- centrica posto $\pi = 8^{\circ} 7'$
(1)	Cajanebourg 5. 49. 54" + 54, 96. π	5. 57. 52"
(2)	Stokolm 5. 50. 42 + 51, 34. π	5. 58. 9
(3)	Upsal 5. 50. 26 + 51, 42. π	5. 57. 53
(4)	Pekino 5. 49. 32 + 57, 23. π	5. 57. 50
(5)	Tobokls 5. 48. 50 + 61, 48. π	5. 57. 45
(6)	Roma, Cajan. 5. 52. 39, 5 + 36, 04. π	5. 57. 53
(7)	Roma, Stokolm 5. 52. 30, 5 + 37, 11. π	5. 57. 53
(8)	Roma, Upsal 5. 52. 35, 5 + 36, 84. π	5. 57. 56
(9)	Capo di B. S. Cajan. 5. 59. 13 - 7, 80. π	(A)
(10)	Capo B. S. Stok. 5. 59. 4 - 6, 73. π	
(11)	Capo B. S. Upsal 5. 59. 9 - 7, 00. π	
(12)	Green. Cajan 5. 51. 57 + 42, 62. π	
(13)	Green. Stok. 5. 51. 48 + 43, 69. π	
(14)	Green. Upsal 5. 51. 53 + 43, 42. π	
(15)	Parigi, Cajane. 5. 52. 6 + 40, 60. π	
(16)	Parigi, Stok. 5. 51. 57 + 41, 67. π	
(17)	Parigi, Upsal. 5. 52. 2 + 41, 40. π	
(18)	Upsal Cajan. 5. 50. 30 + 50, 62. π	
(19)	Cajan. Stok. 5. 49. 45 + 56, 03. π	
(20)	Stok. Upsal 5. 50. 47 + 51, 07. π	

Escludiamo primieramente dalle combinazioni l'osservazione romana, ed avremo

da (1) e (10)	$\pi = 8'', 91$
(1) (11)	$\pi = 8, 95$
(2) (9)	$\pi = 8, 64$
(2) (11)	$\pi = 8, 68$
(3) (9)	$\pi = 8, 89$
(3) (10)	$\pi = 8, 90$
(4) (9)	$\pi = 8, 93$
(5) (9)	$\pi = 8, 99$
(10) (12)	$\pi = 8, 69$
(9) (16)	$\pi = 8, 81$
(9) (13)	$\pi = 8, 48$
(9) (14)	$\pi = 8, 60$
(9) (15)	$\pi = 8, 85$
(9) (20)	$\pi = 8, 59$
(11) (20)	$\pi = 8, 64$
	$\text{Medio } \pi = 8, 77$

Introducendo ora nelle combinazioni l'osservazione romana si ottiene

da (6) e (10)	$\pi = 8'', 99$
(6) (11)	$\pi = 9, 05$
(7) (9)	$\pi = 8, 88$
(7) (11)	$\pi = 9, 03$
(8) (9)	$\pi = 8, 90$
(1) (7)	$\pi = 8, 77$
(1) (8)	$\pi = 8, 91$
(3) (6)	$\pi = 8, 68$
(4) (6)	$\pi = 8, 85$
(4) (7)	$\pi = 8, 87$
(5) (6)	$\pi = 9, 02$
(6) (18)	$\pi = 8, 88$
(8) (19)	$\pi = 8, 88$
(6) (20)	$\pi = 7, 48$
(8) (20)	$\pi = 7, 62$

Le prime cinque combinazioni includono l'osservazione del Capo di Buona Speranza, ed il medio di queste ci dà $\pi=8^{\circ}, 97$; le altre dieci combinazioni danno per medio $8^{\circ}, 60$; il medio poi di tutte è di $8^{\circ}, 72$, che differisce da $8^{\circ}, 77$, medio dei risultati indipendenti dall'osservazione romana, di sole cinque centesime di secondo. I risultati poi che più si discostano dagli altri sono quelli che dipendono dalla (2c), in cui la durata geocentrica risulta dal confronto del secondo contatto interno osservato a Stokolm col primo osservato ad Upsal.

Peraltro cade qui in acconcio una osservazione, cioè, che posta la parallasse del Sole di $8^{\circ}, 7$, il medio delle tre durate geocentriche, che risultano dal confronto del secondo contatto interno osservato in Roma col primo osservato a Cajanebourg, Stokolm, ed Upsal è di $5^{\circ} 57' 54''$, come può osservarsi di sopra (A). Inoltre il medio delle durate geocentriche, che risultano dalle osservazioni complete di Cajanebourg, Upsal, Pekino, e Tobolsk, che poco differiscono fra di loro, è di $5^{\circ} 57' 50''$, minore soltanto di $4''$ del superiore; quella poi di Stokolm è di $5^{\circ} 58' 9''$, onde maggiore dell'antecedente di $19''$. Altronde osservo, che l'osservazione del contatto interno nell'ingresso, ridotta al centro ed al meridiano di Parigi, è molto uniforme nelle osservazioni di Cajanebourg, Stokolm, ed Upsal. Infatti posto $\pi=8^{\circ}, 7$ si trova

Cajanebourg	$2^{\circ} 36' 24''$	$- 34,65 \cdot \pi = 2^{\circ} 31' 23''$
Stokolm	$36. 33.$	$- 35,72 \cdot \pi = 2. 31. 22.$
Upsal	$36. 28.$	$- 35,45 \cdot \pi = 2. 31. 20.$

Sembra dunque che possa con qualche fondamento sospettarsi, che l'eccesso di $19''$ nella durata geocentrica di Stokolm, debba in gran parte attribuirsi all'osservazione del contatto interno dei lembi nell'egresso; ossia che il tempo di questa osservazione debba diminuirsi almeno di una buona diecina di secondi; diminuzione, che in questo caso richiederebbe anche l'osservazione del Capo di Buona Speranza, e di Greenwich; diminuzione, che renderebbe l'osserva-

zione del secondo contatto interno fatta da Lalande più precisa, e preferibile alle altre fatte a Parigi; diminuzione infine, che avvicinerrebbe le Osservazioni di Stokolm, del Capo di Buona Speranza, e di Greenwich all'osservazione romana.

Non credo però dovermi maggiormente inoltrare in queste riflessioni, non potendosi verificare questo mio benché fondato sospetto, che calcolando ed insieme combinando un maggior numero di osservazioni. Altronde il mio scopo non è di analizzare le osservazioni fatte da Astronomi di fondata riputazione, ma soltanto di difendere quella fatta in Roma dal Cel. P. Audifredi ingiustamente tacciata d'inesatta. A questo fine ho paragonata questa osservazione con quelle fatte nei luoghi ben conosciuti quanto alla loro posizione geografica; e delle osservazioni fatte a Pekino, e Tobolsk non ho fatto altro uso, che per la sola durata geocentrica la quale non è alterata da una leggiera incertezza nella longitudine.

Le osservazioni del secondo contatto interno, ridotte al centro ed al meridiano di Parigi, ci han fatto palesemente conoscere, che l'osservazione romana combina con quella di Cajanebourg e di Upsal, ed anche con quella fatta da La Lande a Parigi. Inoltre il confronto fra le osservazioni del secondo contatto interno fatte al Capo di Buona Speranza, Cajanebourg, Stokolm, ed Upsal, con quella fatta in Roma, ci han manifestato un valor della parallasse del Sole di $8''$, 6; ed il paragone fra le durate geocentriche di $8''$, 7, ovvero anche di $8''$, 6, qualora dalle combinazioni si volessero togliere quelle che includono l'osservazione del Capo di Buona Speranza. Quindi può francamente conchiudersi, che l'osservazione del Passaggio di Venere fatta dal Cel. P. Audifredi, in luogo di manifestare essenziali difetti, e meritare per conseguenza una total soppressione, come pretende il Ch. Pingré, ha invece contribuito a confermare il valore della parallasse del Sole stabilito dagli Astronomi col confronto delle migliori osservazioni fatte nel passaggio di Venere del 1769.