SULLA LEGGE
DELLE VARIAZIONI ORARIE DEL BAROMETRO
MEMORIA
DELL' ASTRONOMO FRANCESCO CARLINI

Ricevuta adì 5. Novembre 1827.

1. Dopo l'invenzione del tubo Torricelliano molte e molte ipotesi sono state proposte per ispiegarne i diversi fenomeni, e quello specialmente delle continue ed irregolari oscillazioni dell' altezza del mercurio in esso contenuto. Non v' ha dubbio che le cause che lo producono debbono essere in gran numero ed assai complicate, e per ciò non è meraviglia se tutte quelle ipotesi che si sono fondate sopra un solo principio non hanno potuto reggere al paragone de' fatti. Se in simil genere di ricerche riuscirà mai ai fisici di fare qualche passo, non sarà già coll' immaginare degli ingegnosi sistemi, ma col separare quant' è possibile i diversi termini, dei quali compongonsi quelle variazioni, onde poterli esaminare disgiuntamente gli uni dagli altri. Nel far ciò dobbiamo proporci per norma la strada che è stata battuta dagli antichi astronomi nello studiare i fenomeni del moto degli astri. Questi, sebbene ignari del vero sistema della natura, erano pur arrivati a forza d' osservazioni e di ragionati confronti a riconoscere, almeno prossimamente, le principali ineguaglianze del moto del Sole, della Luna e de' pianeti.

2. L' analogia che sussiste fra i moti dell' Atmosfera ed altri fenomeni naturali già conosciuti deve servirci di guida, onde presupporre i periodi che possono avere alcune delle ineguaglianze che si vogliono esaminare, prese separatamente dalle altre. Stabiliti poi questi periodi basterà prendere

delle quantità medie fra un gran numero di altezze barometriche osservate per rispetto a ciascuno di essi in circostanze pari, ed allora si verrà a separare il coefficiente dell'ineguaglianza cercata dalla riunione complicatissima di tutte le altre.

3. Il fenomeno che ha una maggiore analogia con questo delle oscillazioni atmosferiche si è quello delle ondulazioni del mare, le quali si compongono del flusso solare che ha un periodo medio di 12 ore, del flusso lunare che ha un periodo medio di $12^h\ 25'$, e finalmente delle ondulazioni che per la loro apparente irregolarità chiameremo, sebbene impropriamente, accidentali. Nei movimenti dell' atmosfera debbon sussistere delle analoghe variazioni; ed infatti oltre le ondulazione accidentali sono già state avvertite quelle più regolari che dipendono dall' azione del Sole e della Luna. Una essenziale differenza però ha luogo fra i fenomeni dell' aria, e quelli dell' Oceano che sopra abbiamo accennati: ed è che in questo le oscillazioni accidentali sono generalmente meno estese, e di periodo più breve che le regolari; mentre ne' moti atmosferici le ineguaglianze accidentali sono le più notabili, e le regolari appena si rendono percettibili nel medio di un gran numero d' osservazioni.

4. Un' altra circostanza che è particolare ai fenomeni atmosferici e che ha giovato assai a metter gli osservatori sulla via di studiarne le leggi, si è che le variazioni accidentali le quali ne' nostri climi sono considerabilissime ed assorbono, per così esprimerci, quelle regolari, divengono affatto nulle nelle vicinanze dell' equatore, cosicchè le ineguaglianze orarie ivi si presentano quasi spontanee all' attenzione dell' osservatore.

5. Il Cel. (Humboldt), che nel suo viaggio alle regioni equinoziali (Rélation historique T. III. pag. 270.) ha tessuta la storia di ciò che è stato osservato e scritto intorno a questo fenomeno, osserva che la prima scoperta è dovuta ai Sigg. Varin des Hayes e de Glos. In un viaggio alle isole dell' America che essi fecero per ordine del Re di Francia

nell' anno 1682. (vedi Mèm. de l' Acad. des Sciences Tom. VIII. pag. 452.) lo accennarono, sebbene in termini non del tutto precisi, dicendo „ che a Gorea il barometro è generalmente più basso, quando il termometro „ è più alto, e generalmente più alto la notte che il giorno, di 2 fino a 4 linee e che questo istrumento fa maggior variazione dalla mattina alla sera, che dalla sera alla mattina. „ Ad un' indicazione vaga ed inesatta si riducono del pari le osservazioni del P.e Bozè, al quale alcuni Fisici attribuiscono a torto il merito d' avere scoperto nel 1690. a Pondicheri ed a Batavia la regolarità delle variazioni orarie nei paesi posti fra i due tropici. In una lettera inserita nel Giornale letterario dell'Aja anno 1722. trovasi per la prima volta una descrizione abbastanza precisa di coteste variazioni „ In questa parte della Guiana Olandese, dice l' anonimo autore della lettera suddetta, il barometro sale ogni giorno regolarmente dalle ore nove, sino alle undici e mezzo della mattina, indi discende sin „ verso le due o le tre della sera per ritornare all' altezza „ di prima. Nelle corrispondenti ore poi della notte le variazioni si ripetono nell' ordine medesimo „.

6. Le leggi stabilite dall' osservatore Olandese furono confermate dal P.e Boudier alle Indie Orientali, dagli Accademici Francesi al Perù, dal Sig. Tibault de Chassalon alle Antille, dal Sig. Adanson al Senegal, e da altri in diversi luoghi posti in vicinanza della linea. Nelle zone nostre temperate era cosa assai più difficile il riconoscere, in mezzo alle tante perturbazioni atmosferiche, queste piccole variazioni periodiche del barometro; eppure esse non isfuggirono all' attenzione del diligentissimo Ab. Chiminello già Astronomo di Padova. Le sue prime ricerche su questo fenomeno trovansi in una dissertazione letta il 20. Gennajo 1780. ed inserita nel volume primo dei Saggi dell' Accademia Patavina. L' autore comincia dall' annunciare che col considerare alcune serie di osservazioni barometriche agevol-

mente si rileva un doppio flusso e riflusso quotidiano dell' atmosfera non modificato in varii tempi dell' anno che dalla differente temperatura delle stagioni „. Nei primi giorni, „ egli dice, delle mie osservazioni un semplice passeggiero „ confronto mi fece vedere confusamente il fenomeno, e mi „ si avvalorò subito l'opinione della sua esistenza per l' as- „ serzione di alcuni recenti Fisici, i quali sospettano che qual- „ che causa generale non per anche conosciuta faccia alle „ volte comparire l'accidentale variazione del barometro tut- „ to all' opposto di quello che vorrebbe l' alterato peso dei „ vapori „. In un altro luogo poi si studia di dedurre dalle sue proprie osservazioni e da alcuni vaghi raziocinj quale dovrebb'essere sotto l' equatore la quantità della diurna variazione; il che mostra ad evidenza ch' egli non avea alcuna notizia delle analoghe osservazioni ch' erano già state fatte in America.

7. Non seguiremo l' autore nei tentativi poco felici fatti per dare una spiegazione teorica del fenomeno; ma non lasceremo di rilevare ch' egli nella descrizione di esso ha fatto qualche passo di più degli altri osservatori; avendo scoperto non solo la diversità che passa fra i massimi e minimi diurni e i notturni, ma ben anche la notabile varietà sull' ora in cui hanno luogo nelle diverse stagioni i due minimi; il che meglio apparirà dai calcoli che verremo esponendo in questa Memoria.

8. Troppo difficile impresa sarebbe il cercare per via teorica la legge delle oscillazioni dell'atmosfera, le quali dipendono da tante e diverse cause fra di loro combinate e confuse. Perciò il cel. Laplace nella sua Meccanica celeste si è ristretto alla considerazione delle oscillazioni che chiameremo dinamiche, e che dipendono unicamente dalle attrazioni della Luna e del Sole sulle molecole dell' aria che ci circonda. Le limitazioni però ch' egli ha dovuto porre al problema per facilitarne la soluzione e l' incertezza che rimane sopra diversi essenziali elementi, non gli permisero di giungere ad es-

pressioni dalle quali si possa dedurre con sicurezza l'assoluta grandezza delle oscillazioni, e i tempi del loro massimo e minimo. Ciò nulla ostante le indicazioni del calcolo possono utilmente servire di guida nelle ricerche da istituirsi col sussidio delle immediate osservazioni.

9. Il flusso atmosferico che abbiamo chiamato dinamico è prodotto dalle tre cause seguenti 1.° dall' azione diretta del Sole e della Luna; 2.° dall' elevazione ed abbassamento periodico dell' Oceano che è la base mobile dell' atmosfera; 3.° dalla variazione nella forza attrattiva esercitata dalla massa delle acque in conseguenza del cambiamento che succede nella loro figura. Non è cosa facile il riconoscere separatamente l'effetto di ciascheduna di queste tre cause; il Sig. Laplace è però d'opinione che la seconda sia quella che vi ha maggiore influenza. Nei calcoli esposti dall' autore nella sua Meccanica celeste, T. I. pag. 105. e T. II. pag. 294, egli fa astrazione dalla variazione del calore a differenti latitudini ed a differenti altezze, e suppone la densità dell' aria in ciascun punto semplicemente proporzionale alla forza comprimente; fra le diverse ipotesi poi che possono farsi sulla profondità media del mare, e sull' altezza media dell' atmosfera, egli ritiene per maggior comodo del calcolo la prima d' $\frac{1}{7^{2a}}$ del raggio terrestre e la seconda del doppio maggiore, poste le quali cose giunge ad esprimere l' altezza b del barometro sopra la media B per mezzo d' una formula che dipende dalla latitudine del luogo, dagli angoli orarj del Sole e della Luna, e dalle rispettive loro declinazioni. Per la latitudine di 45° questa formula darebbe

$$b = B - \overset{\text{mill.}}{0,\ 013279}\,(\cos.^2 v + e.\cos^2.v')$$
$$- \overset{\text{mill.}}{0,\ 011544}\,(\cos.^2 v \cos.2h + e \cos.^2 v' \cos.2h');$$

dove v e v' sono le declinazioni dei due astri suddetti, h ed h' gli angoli orarj ed e il rapporto delle forze rispettive colle quali tendono a sollevare le molecole dell' atmosfera. Da ciò con-

chiude che il periodo del flusso atmosferico prodotto dal Sole debb'essere della metà d'un giorno solare, e il periodo del flusso prodotto dalla Luna la metà d'un giorno lunare. In un altro luogo poi (Connaissance des tems pour 1826.) ritornando su quest' argomento, osserva che „ la hauteur du baromètre due „ au flux solaire redevenant chaque jour la même à la mê„ me heure, ce flux se confond avec la variation diurne „ qu' il modifie et il ne peut être distingué par les obser„ vations faites à l' observatoire royal. „

10. Questo passo può dar luogo ad alcune speciali considerazioni. È chiaro che qui l' autore oltre il flusso dinamico, ossia prodotto dalle attrazioni celesti, riconosce l' esistenza di altre variazioni diurne, le quali ritornano le stesse alle medesime ore solari, e che per conseguenza debbon essere prodotte anch' esse dall' azione del Sole. Ora, per quanto noi sappiamo, quest' astro non agisce sul nostro pianeta che in due modi; cioè per mezzo dell' attrazione e per mezzo de' raggi calorifici e luminosi. Ciò adunque che l' autore chiama variazione diurna e che noi chiameremo flusso fisico dell' atmosfera, deve necessariamente dipendere dal calor solare, il quale su di essa agisce, sia direttamente dilatandola e facendola più leggiera, sia indirettamente rendendola idonea a contenere in maggior copia i vapori. Ma comunque ciò avvenga, poichè le vicende del calor solare hanno per noi un periodo di 24 ore, anche le variazioni barometriche che ne dipendono, od almeno la parte principale di esse, avrà un eguale periodo; dunque le variazioni orarie del barometro saranno composte di due termini, l' uno che abbiamo chiamato dinamico (*) il cui periodo sarà di 12 ore, l'altro che abbiamo detto fisico il cui periodo sarà di 24 ore. Ora an-

(*) Le variazioni del barometro dipendenti dall' angolo orario della Luna formano anch' esse parte del flusso dinamico. La loro influenza però si elide quasi interamente allorchè si paragonano le altezze medie orarie risultanti da uno o più mesi d' osservazione.

corchè questi due termini si combinino continuamente fra di loro e ritornino gli stessi alle medesime ore, sarà sempre possibile, dacchè hanno un periodo differente, il disgiungerli l' uno dall' altro; nel modo appunto con cui nella teoria della Luna si arriva a separare i coefficienti di due termini d' una ineguaglianza che dipendono da argomenti l' uno multiplo dell' altro. Questa separazione dei due termini che compongono la variazione oraria o variazione solare del Barometro è l' oggetto che mi sono specialmente prefisso nella presente Memoria.

11. Nella state dello scorso anno ho procurato di riunire un buon numero di altezze barometriche osservate ad intervalli eguali di tempo, e combinate con quelle del termometro interno e dell'igrometro, affine di riconoscere le relazioni che possono sussistere nelle variazioni atmosferiche indicate da ciascuno di questi stromenti. Le mie osservazioni cominciarono il dì 28 Maggio e furono continuate, colla sola interruzione di tre giorni, fino al 29 Giugno; esse venivano ripetute, sì di giorno che di notte, di quattro in quattro ore; avendole poi sottomesse ad un esame preliminare mi accorsi che volendo riconoscere con più sicurezza l' andamento delle oscillazioni barometriche, conveniva che le osservazioni si succedessero a minore intervallo ed almeno di due in due ore. Cominciai per ciò tosto una nuova serie su tale sistema, e la continuai fino alla metà di Luglio. Per trarre poi partito anche dalle osservazioni precedenti pensai di collegarle fra loro in questo modo. Per le ore 0, 4, 8, 12, 16, 20 ritenni il medio di tutte le osservazioni in numero di 50 per ciascun ora; indi calcolati i medii delle ultime 20 fatte di due in due ore cercai la differenza fra le semisomme delle altezze barometriche corrispondenti alle ore suddette, e quelle corrispendenti alle ore intermedie. Questa differenza, che è quantità molto piccola, applicata alla semisomma delle altezze che risultano dal medio di tutte le 50 altezze, hanno dato con molta approssimazione quelle

che sarebbero risultate nelle ore intermedie se fossero state determinate con altrettante osservazioni. Questa specie d'interpolazione è stata eseguita dopo che furono applicate a ciascuna quantità media le correzioni necessarie per ridurle alla temperatura del ghiaccio.

12. Poichè qui si trattava di ricercare, non le altezze assolute, ma le piccole variazioni delle altezze medesime, ho giudicato conveniente di non toccare mai il galleggiante per ricondurlo alla coincidenza, riducendo così l'error proprio di ciascuna osservazione a quello solo che può commettersi nel collimare coll'anello scorrevole che porta l'indice e il nonio, ponendolo tangente alla superficie convessa del mercurio nella canna. Questa collimazione poi si faceva sempre coll'occhio armato di lente, e traguardando contro il lume.

13. Per riconoscere l'influenza che la variazione di livello del mercurio entro il pozzetto può avere sui risultati finali del calcolo supponiamo che in origine l'indice del galleggiante sia stato posto al punto di coincidenza, mentre l'altezza del mercurio nella canna riferita alla divisione della scala fissa fosse $= p$ e la temperatura del mercurio fosse $= o$; supponiamo inoltre che successivamente venga a crescere prima la pressione atmosferica, poi la temperatura; è chiaro che nell'un caso e nell'altro le altezze del mercurio varieranno tanto nella canna quanto nel pozzetto, con questa differenza che nel primo crescerà l'una e diminuirà l'altra, e nel secondo cresceranno tutte e due. Per convincerci di ciò facciamo da prima che la pressione barometrica p si aumenti di n rimanendo costante la temperatura; una porzione di mercurio dal pozzetto passerà nella canna, e ne passerà tanta che basti a far sì che la differenza d'altezza de' due livelli sia $= p + n$; se dunque il livello non si rimette a sito, l'altezza p' del barometro riferita alla scala fissa sarà $p' = p + n - nr^2$, chiamando r il rapporto fra il diametro della canna e quello del pozzetto che supporremo di figura cilindrica.

14. Fingiamo ora che tale essendo la pressione barometrica cresca la temperatura sino a t gradi, la massa del mercurio rimarrà la medesima nei due tubi comunicanti; ma dilatandosi essa crescerà proporzionalmente in ciascuno. Sia q l'altezza del mercurio nel cilindro quando la temperatura è eguale a zero e la pressione $= p$; divenuta la pressione $= p + n$ l'altezza q si cangerà, per quel che s'è detto, in $q - nr^2$, e portato il mercurio alla temperatura t l'altezza medesima diverrà $(q - nr^2)(1 + kt)$, indicando con k la dilatazione del mercurio per ogni grado del termometro di Reaumur. L'altezza del mercurio nella canna al di sopra del livello sarà allora $= (p + n)(1 + kt)$, e l'altezza apparente segnata sulla scala fissa sarà

$$p'' = (p + n)(1 + kt) - nr^2(1 + kt) + qkt;$$

d'onde si deduce $p + n(1 - r^2) = \frac{p''}{1+kt} - \frac{qkt}{1+kt}$, che porremo $= b$.

15. Nel nostro barometro si ha il diametro della canna $=$ linee 3, il diametro del pozzetto $=$ linee 18, onde $r = \frac{1}{6}$, $r^2 = \frac{1}{36}$; e l'altezza media del fluido nel pozzetto $q =$ linee 18, 2. Il valore di k si ritiene comunemente $= \frac{1}{4330}$. Per ridurre adunque le fatte osservazioni, prese da prima le rispettive quantità medie delle altezze p'' corrispondenti, separatamente, a ciascun'ora d'osservazione, e prese pure le rispettive quantità medie delle temperature t indicate dal termometro unito al barometro, ho calcolato il valore del termine $\frac{p''}{1+kt}$, che è l'altezza barometrica ridotta colla solita regola alla temperatura del ghiaccio. A quest'altezza ridotta ho poi applicata la piccola correzione $-\frac{18,2\,kt}{1+kt}$, onde avere il valore di b. Calcolando allora coi metodi che verranno esposti in

appresso i coefficienti delle ineguaglianze orarie, invece delle ineguaglianze assolute, mi risultarono le apparenti, rappresentate da $n(1-r^2)$; divise poi queste per $1-r^2=0,9722$ ottenni le ineguaglianze assolute n che si volevano determinare.

16. Ommettendo di scrivere quì le singole osservazioni che occuperebbero troppo spazio, riferiremo le sole quantità medie del barometro, e del termometro competenti a ciascun' ora.

Altezze barometriche osservate di due in due ore dal 29 giugno al 19 luglio 1826; medio di 20 osservazioni.

Ore di t vero astron.	Barom. osservato $=p''$	Term. unito $=t$	Barom. ridotto $=b$	Semisomma del preced. e del seg.	Differenza
	lin.		lin.	lin.	lin.
0	334,580	21°,28	332,8547		
2	334,438	21, 57	332,6898	332,6752	+0, 0147
4	334,270	21, 91	332,4957		
6	334,188	21, 65	332,4346	332,5347	—0, 1001
8	334,278	21, 04	332,5738		
10	334,335	19, 96	332,7173	332,7097	+0, 0076
12	334,416	19, 37	332,8457		
14	334,366	18, 85	332,8379	332,8401	—0, 0022
16	334,340	18, 57	332,8346		
18	334,384	18, 65	332,8716	332,9091	—0, 0375
20	334,565	19, 50	332,9836		
22	334,635	21, 21	332,9154	332,9191	—0, 0037.

Altezze barometriche osservate di quattro in quattr'ore dal dì 28 maggio al 19 luglio; medio di 20 osservazioni. (*)

(*) Le altezze barometriche delle quali si tratta in questa Memoria essendo tutte espresse in linee e frazioni decimali di linea del piede francese, tralasceremo d'ora in avanti d'apporre la parola *linee* al di sopra di ciascun numero.

Ore	p''	t	b	Ore	Semi-somma	Differenza	b interpolato
0	334,4008	19,282	332,8375	2	332,6835	+0,0147	332,6982
4	334,1088	19,496	332,5296	6	332,5399	—0,1001	332,4398
8	334,1566	18,882	332,5502	..10	332,6981	+0,0076	332,7057
12	334,2998	17,930	332,8461	..14	332,8296	—0,0022	332,8247
16	334,1984	17,154	332,8078	..18	332,8811	—0,0375	332,8436
20	334,4090	17,936	332,9544	..22	332,8960	—0,0037	332,8923

I valori di b dati nella 4ª e nella 8ª colonna della seconda tabella sono quelli di cui faremo uso nelle seguenti operazioni.

17. Prima di accingerci a dedurre dalle osservazioni che abbiamo raccolte l' espressione delle periodiche variazioni dell' atmosfera, conviene assicurarci se il numero delle osservazioni medesime sia sufficiente a fare quasi interamente sparire dalle quantità medie l' influenza delle alterazioni accidentali. Per riconoscere se ciò si verifica non possiamo qui valerci del solito criterio delle differenze di diversi ordini, il quale trova la sua applicazione allorchè si tratta dell' esame d' una funzione rappresentante una curva del genere parabolico, od allorchè la funzione stessa, sebbene di tutt' altra natura, sia calcolata per diversi valori della variabile assai vicini fra loro. Nel caso nostro la funzione che rappresenta le variazioni delle altezze barometriche debb' essere composta d' una serie di seni di archi, i quali nei successivi intervalli di due ore possono variare di 30° o di 60° o d' un maggior numero di gradi, e quindi convien far uso d' un altro metodo per riconoscerne le regolarità.

18. L' analisi delle differenze successive delle serie di simil genere forma il soggetto d' una Memoria dell' illustre Lagrange inserita nel volume delle Effemeridi astronomiche di Berlino per l' anno 1783. pag. 41. della quale riferiremo qui

quella parte che è necessaria all' intelligenza delle applicazioni che ne faremo in appresso.

L' autore considera una serie il cui termine generale sia della forma

$$A_n = a\sin.(\alpha + n\phi) + b\sin.(\beta + n\theta) + c\sin.(\gamma + n\psi) + \text{ecc.}$$

e dando successivamente ad n i valori -3, -2, -1, 0, $+1$, $+2$, ecc. suppone che siano noti i valori corrispondenti di A_n, cioè

$$A_{-3}, A_{-2}, A_{-1}, A_0, A_1, A_2 \text{ ec.}$$

Se, per cominciare da un caso più semplice, si ritiene che A_n non sia composto che del solo termine $a\sin.(\alpha + n\phi)$, si avrà

$$A_{-3} = a\sin.(\alpha - 3\phi) \qquad A_0 = a\sin.\alpha \qquad A_1 = a\sin.(\alpha + \phi)$$

$$A_{-2} = a\sin.(\alpha - 2\phi) \qquad A_2 = a\sin.(\alpha + 2\phi)$$

$$A_{-1} = a\sin.(\alpha - \phi) \qquad A_3 = a\sin.(\alpha + 3\phi).$$

Rappresentando ora con B_{-3}, B_{-2}, B_{-1}, B_1, B_2, B_3 ecc. le successive differenze fra A_{-3}, A_{-2}, A_{-1} ecc., si avrà

$$B_{-3} = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(\alpha - \tfrac{5}{2}\phi), \quad B_1 = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(\alpha + \tfrac{1}{2}\phi)$$

$$B_{-2} = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi.\cos.(\alpha - \tfrac{3}{2}\phi), \quad B_2 = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(\alpha + \tfrac{3}{2}\phi)$$

$$B_{-1} = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi.\cos.(\alpha - \tfrac{1}{2}\phi), \quad B_3 = 2a\sin.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(\alpha + \tfrac{5}{2}\phi)$$

19. Siano ora C_{-2}, C_{-1}, C_0, C_1, C_2 ecc. le differenze seconde

D_{-2} D_{-1} D_1 D_2 ecc. le differenze terze,

ecc.

sarà

$$C_0 = -4\,a \sin.^2 \tfrac{1}{2}\phi \sin.\, a$$

$$C_{-2} = -4a\sin^2.\tfrac{1}{2}\phi.\sin.(a-2\phi),\quad C_1 = -4a\sin^2.\tfrac{1}{2}\phi\sin.(a+\phi)$$

$$C_{-1} = -4a\sin^2.\tfrac{1}{2}\phi\sin.(a-\phi),\quad C_2 = -4a\sin^2.\tfrac{1}{2}\phi\sin.(a+2\phi)$$

ecc.

e successivamente

$$D_{-2} = -8a\sin^3.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(a-\tfrac{3}{2}\phi),\ D_1 = -8a\sin^3.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(a+\tfrac{1}{2}\phi)$$

$$D_{-1} = -8a\sin^3.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(a-\tfrac{1}{2}\phi),\ D_2 = -8a\sin^3.\tfrac{1}{2}\phi\cos.(a+\tfrac{3}{2}\phi)$$

ecc.

20. Facciasi per analogia nella serie delle differenze d'ordine dispari,

$$B_0 = \tfrac{1}{2}(B_{-1} + B_1),\quad D_0 = \tfrac{1}{2}(D_{-1} + D_1)\quad \text{ecc.}$$

si avranno i valori seguenti, che procedono con una notabile regolarità

$$A_0 = \quad a\sin.a \qquad = +2^0 a \sin.\, a \sin.^0 \tfrac{1}{2}\phi.$$

$$B_0 = \quad 2a\cos.a\sin.\tfrac{1}{2}\phi\cos.\tfrac{1}{2}\phi \qquad = +2^0 a\cos.\, a \sin.^0 \tfrac{1}{2}\phi.\sin.\phi$$

$$C_0 = -4a\sin.a\sin.^2\tfrac{1}{2}\phi \qquad = -2^2 a \sin.\, a \sin.^2 \tfrac{1}{2}\phi.$$

$$D_0 = -8a\cos.a\sin.^3\tfrac{1}{2}\phi\cos.\tfrac{1}{2}\phi \qquad = -2^2 a\cos.\, a \sin.^2 \tfrac{1}{2}\phi.\sin.\phi$$

$$E_0 = \quad 16a\sin.a\sin.^4\tfrac{1}{2}\phi \qquad = +2^4 a \sin.\, a \sin.^4 \tfrac{1}{2}\phi.$$

$$F_0 = \quad 32a\cos.a\sin.^5\tfrac{1}{2}\phi\cos.\tfrac{1}{2}\phi \qquad = +2^4 a\cos.\, a \sin.^4 \tfrac{1}{2}\phi\sin.\phi.$$

ecc.

21. Ora è facile il vedere che se nell'espressione di A_n si conservano molti termini, come $a\sin.(\alpha+n\varphi)+b\sin.(\beta+n\theta)+$ ec. le serie A_0, C_0, E_0, ecc., B_0, D_0, ecc. consisteranno d'altrettante progressioni geometriche, quanti sono i termini considerati, e quindi verranno a costituire due serie del genere di quelle dette ricorrenti. Ora per la nota proprietà di queste serie se si cercheranno i valori successivi dei rapporti $\frac{C_0}{A_0}$, $\frac{E_0}{C^0}$ ecc.; $\frac{D_0}{B_0}$, $\frac{F_0}{D_0}$, ecc., dovranno questi rapporti convergere verso un valore costante, e questo valore sarà in entrambe le serie $= -2^2\sin.^2\frac{1}{2}\varphi$, supponendo che il coefficiente a di $\sin.(\alpha+n\varphi)$ sia il maggiore fra i coefficienti che entrano nell' espressione di A_n.

22. Viceversa se i valori di A_n si suppongono dati in numeri, e se prendendo le differenze successive nell'ordine precedentemente indicato si giunga ad una serie di rapporti $\frac{C_0}{A_0}$, $\frac{E_0}{C_0}$, ecc., $\frac{D_0}{B_0}$, $\frac{F_0}{D_0}$, ecc., i quali convergano verso un medesimo numero costante, si avrà un indizio che il valore generale A_n può rappresentarsi per mezzo d' una funzione della forma

$$a\sin.(\alpha+n\varphi)+b\sin.(\beta+n\theta)+\text{ecc.}$$

23. Per applicare questo criterio alla nostra serie dei valori di b ottenuti al n.° 16. cominceremo dal ridurli alla sola parte variabile sottraendo da ciascuno il medio aritmetico di tutti; stabiliremo inoltre l'indice $n=0$ a 12^h, ossia a mezzanotte, l' indice $n=1$ a 14^h, l' indice $n=2$ a 16^h, e retrocedendo, l' indice $n=-1$ a 10^h, l' indice $n=-2$ ad 8^h, ecc.; ciò posto si avrà

n	A	B	C	D	E	F	G	H	I
−5	−0,0460								
		−1686							
−4	−0,2146		+ 788						
		− 898		+1214					
−3	−0,3044		+2002		−2765				
		+1104		−1551		+3714			
−2	−0,1940		+ 451		+ 949		−5528		
		+1555		− 602		−1814		+11337	
−1	−0,0385		− 151		− 865		+5809		−25452
		+1404		−1467		+3995		−14115	
0	+0,1019		−1618		+3130		−8306		+27654
		− 214		+1663		−4311		+13539	
+1	+0,0805		+ 45		−1181		+5233		−22137
		− 169		+ 482		+ 922		− 8598	
+2	+0,0636		+ 527		− 259		−3365		
		+ 358		+ 223		−2443			
+3	+0,0994		+ 750		−2702				
		+1108		−2479					
+4	+0,2102		−1729						
		− 621							
+5	+0,1481								

d'onde risultano le due serie

$$A_0 = +0{,}1019 \qquad B_0 = +0{,}0595$$

$$C_0 = -0{,}1618 \qquad D_0 = +0{,}0098$$

$$E_0 = +0{,}3130 \qquad F_0 = -0{,}0158$$

$$G_0 = -0{,}8306 \qquad H_0 = +0{,}0288$$

$$I_0 = +2{,}7654 \qquad K_0 = +0{,}1657.$$

La prima procede con termini alternativi, e somministra i

rapporti $\frac{A_0}{C_0} = -1,6$, $\frac{E_0}{C_0} = -1,9$, $\frac{C_0}{E_0} = -2,7$, $\frac{I_0}{G_0} = 3,3$, i quali procedono con una certa regolarità; la seconda poi è composta di termini tanto piccoli che non può trarsi da essa un indizio nè favorevole nè contrario alla forma che volevamo attribuire alla funzione esprimente i valori di b.

24. Possiamo dunque con qualche fondamento ritenere che questi valori dovranno rappresentarsi per mezzo di un termine costante e di alcuni termini variabili della forma $a \sin.(\alpha_1 + n\varphi) + b \sin.(\beta + n\psi) +$ ecc. In conseguenza poi delle considerazioni esposte al n.° 10, supponendo che il primo di questi termini rappresenti il flusso dinamico ed il secondo il flusso fisico dell'atmosfera, esprimeremo il valore generale di b corrispondente all' ora H di tempo vero astronomico con

$$b = x + a\sin.(\alpha + 15.^\circ\mathrm{H}) + b\sin.(\beta + 30.^\circ\mathrm{H});$$

oppure con quest' altra equivalente all' esposta, ma più comoda all' eliminazione delle incognite nella quale abbiamo fatto $15^\circ\mathrm{H} = h$,

$$b = x + y\sin.h + y'\cos.h + z\sin.2h + z'\cos.2h.$$

Diamo ora successivamente ad h i valori 0, 2, 4, ... 22, e siano b^0, b'; b''. . . . . b^{xi} i corrispondenti valori di b risultanti dal medio delle altezze osservate; avremo dodici equazioni della forma

$$\begin{array}{llllll}
x + y\sin.0^\circ & + y'\cos.0 & + z\sin.0^\circ & + z'\cos.0^\circ & = b^0 \\
x + y\sin.30 & + y'\cos.30 & + z\sin.60 & + z'\cos.60 & = b' \\
x + y\sin.60 & + y'\cos.60 & + z\sin.120 & + z'\cos.120 & = b'' \\
\vdots & & & & \vdots \\
x + y\sin.330 & + y'\cos.330 & + z\sin.300 & + z'\cos.300 & = b^{xi}.
\end{array}$$

25. Essendo le equazioni da risolversi in maggior numero delle incognite ci serviremo nella risoluzione del metodo de' minimi quadrati, il quale oltre al somministrare il valor

più probabile delle quantità che si cercano, ci condurrà in questo caso a cinque equazioni nelle quali le incognite saranno già da se stesse separate, e ci risparmierà il lavoro della eliminazione. Infatti secondo i principj di questo metodo cominciando dalla prima delle cinque equazioni composte si otterrà essa riunendo in una somma le dodici equazioni date. Ora indicando col segno Σ la somma dei termini analoghi delle dodici equazioni si avrà, per rispetto all' incognita x, $\Sigma x = 12x$; indi sommando i coefficienti di y ed osservando che gli angoli di cui debbono sommarsi i seni si stendono per intervalli eguali ad un' intera circonferenza, si otterrà $\Sigma \sin. h = 0$. Allo stesso modo si troverà che si annullano nelle somme i coefficienti di y', z, z'; la prima equazione composta risulta adunque

$$12x = \Sigma b.$$

26. La seconda delle equazioni composte si ottiene moltiplicando ciascuna delle date pel coefficiente rispettivo di x; cosicchè sarà della forma

$$x\Sigma \sin. h + y\Sigma \sin.^2 h + y'\Sigma \sin. h \cos. h$$

$$+ z\Sigma \sin. h \sin. 2h + z'\Sigma \sin. h \cos. 2h = \Sigma b \sin. h.$$

Ossia

$$x\Sigma.\sin.h + y\Sigma.\frac{1}{2} + \frac{1}{2}y'\Sigma \sin. 2h + \frac{1}{2}z\Sigma \sin. h - \frac{1}{2}z'\Sigma.\sin.h$$

$$-\frac{1}{2}y\Sigma \sin. h \qquad + \frac{1}{2}z\Sigma \sin. 3h + \frac{1}{2}z'\Sigma \sin. 3h$$

$$= \Sigma. b \sin. 2h.$$

Ma poichè le somme di $\sin. h$, $\sin. 2h$, $\sin. 3h$, riduconsi tutte a zero, si avrà semplicemente

$$y\Sigma \frac{1}{2} = 6y = \Sigma. b \sin. h.$$

Componendo allo stesso modo le altre equazioni troveremo

agevolmente che le cinque equazioni risultanti dal metodo de' minimi quadrati sono

$$12x = \Sigma\, b$$

$$6y = \Sigma . b \sin . h$$

$$6y' = \Sigma . b \cos . h$$

$$6z = \Sigma . b \sin . 2h$$

$$6z' = \Sigma . b \cos . 2h\,;$$

cosicchè non rimane che da formare i secondi termini delle equazioni sommando prima i valori di b: sommandoli poi di nuovo dopo averli moltiplicati rispettivamente per sin. 0°, sin. 30°, sin. 60°, ecc., per cos. 0°, cos. 30°, cos. 60° ecc., per sin.0°, sin.60°, sin.120°, ecc., per cos.0°, cos.60°, cos.120° ecc.

27. Se nell' eseguire le accennate moltipliche si fa attenzione al ritorno de' medesimi seni e coseni nei diversi punti della circonferenza si vedrà agevolmente che il valore di $\Sigma . b \sin . h$ è espresso da

$$6y = \Sigma . b \sin . h = \tfrac{1}{2}\left(b' + b^{v} - b^{vii} - b^{xi} \right)$$

$$+ \tfrac{\sqrt{3}}{2}\left(b'' + b'^{v} - b^{viii} - b^{x} \right)$$

$$+ 1 . \left(b''' - b'^{x} \right),$$

e colla medesima avvertenza si troverà

$$6y' = \Sigma . b \cos . h = 1 . \left(b^{0} - b^{vi} \right)$$

$$+ \tfrac{\sqrt{3}}{2}\left(b' - b^{v} - b^{vii} + b^{xi} \right)$$

$$+ \tfrac{1}{2}\left(b'' - b'^{v} - b^{viii} + b^{x} \right)$$

$$6z = \Sigma b \sin. 2h = \frac{\sqrt{3}}{2}(b' + b'' - b'^{\circ} - b^{\circ} + b^{\circ\prime} + b^{\circ\prime\prime} - b^{\times} - b^{\times\prime})$$

$$6z' = \Sigma b \cos. 2h = 1.(b^{\circ} - b'' + b^{\circ\prime} - b^{\text{IX}})$$

$$+ \frac{1}{2}(b' - b'' - b'^{\circ} + b^{\circ} + b^{\circ\prime\prime} - b^{\circ\prime\prime\prime} - b^{\times} + b^{\times\prime}).$$

28. Nel caso nostro prendendo i valori di b ritrovati al N.° 16, avremo

H =	0,	$b^{\circ} = 332,8375$
	2	$b' = 332,6982$
	4	$b'' = 332,5296$
	6	$b'^{\prime\prime} = 332,4398$
	8	$b'^{\circ} = 332,5502$
	10	$b^{\circ} = 332,7057$
	12	$b^{\circ\prime} = 332,8461$
	14	$b^{\circ\prime\prime} = 332,8247$
	16	$b^{\circ\prime\prime\prime} = 332,8078$
	18	$b^{\text{IX}} = 332,8436$
	20	$b^{\times} = 332,9544$
	22	$b^{\times\prime} = 332,8923$

fatta la somma e dividendola per 12 sarà dunque

$$x = 332,7442.$$

Formando successivamente i valori delle altre somme avremo

$$\Sigma.b\sin.h = -\frac{1}{2}.0,3131 - \frac{\sqrt{3}}{2}0,6824 - 0,4038 = -1,1513$$

$$\Sigma.b\cos.\ h = +\frac{1}{2}.0,1256 + \frac{\sqrt{3}}{2}0,0601 - 0,0086 = +0,1062$$

$$\Sigma.b\sin.2h = -\frac{\sqrt{3}}{2}0,2423 \qquad = -0,2098$$

$$\Sigma.b\cos.2h = +\ 0,4002 + \frac{1}{2}0,2789 \qquad = +0,5397$$

onde risulta

$$x = 332{,}7442, \quad y = -0{,}1919, \quad y' = +0{,}0177$$
$$z = -0{,}0350, \quad z' = +0{,}0900$$

e quindi

$$b = 332{,}7442 - 0{,}1919 \sin.h + 0{,}0177 \cos.h$$
$$- 0{,}0350 \sin.2h + 0{,}0900 \cos.2h.$$

29. Vediamo ora sino a qual segno la nostra formula corrisponda alle singole osservazioni. Sostituendo in essa successivamente gli archi 0°, 30°, 60°, ec. in luogo di t, si ottiene

h	y sin. h	y' cos. h	z sin. $2h$	z' cos. $2h$	valore di b calcolato	valore di b osservato	differenza
0°	−0,0000	+0,0177	−0,0000	+0,0900	332,8519	332,8375	−0,0144
30	−0,0960	+0,0153	−0,0303	+0,0450	332,6782	332,6982	+0,0200
60	−0,1662	+0,0088	−0,0303	−0,0450	332,5115	332,5296	+0,0181
90	−0,1919	+0,0000	−0,0000	−0,0900	332,4623	332,4398	−0,0225
120	−0,1662	−0,0088	+0,0303	−0,0450	332,5545	332,5502	−0,0043
150	−0,0960	−0,0153	+0,0303	+0,0450	332,7082	332,7057	−0,0025
180	−0,0000	−0,0177	+0,0000	+0,0900	332,8165	332,8461	+0,0296
210	+0,0960	−0,0153	−0,0303	+0,0450	332,8396	332,8247	−0,0149
240	+0,1662	−0,0088	−0,0303	−0.0450	332,8263	332,8078	−0,0185
270	+0,1919	−0,0000	−0,0000	−0,0900	332,8461	332,8436	−0,0025
300	+0,1662	+0,0088	+0,0303	−0,0450	332,9045	332,9544	+0,0499
330	+0,0960	+0,0153	+0,0303	+0,0450	332,9308	332,8923	−0,0385

Il massimo errore non arriva a 5 centesimi di linea, ed il minimo non arriva a 2 centesimi; possiamo dunque sperare che anche i coefficienti delle ineguaglianze sieno determinati entro questo limite di esattezza.

30. Si potrà ora ridurre il valore di b ad una forma più compendiosa riunendo i seni e i coseni del medesimo angolo, e si avrà

$$b = 332{,}7442 + 0{,}1927 \sin.(174.44' + h) + 0{,}0965 \sin.(111.°15' + 2h).$$

Ma per ciò che si è avvertito al n.° 15 i coefficienti delle trovate ineguaglianze debbono dividersi per $1 - r^2 = 0,9722$, oppure moltiplicarsi per $\frac{36}{35}$ onde ottenere il loro valore assoluto; avremo dunque infine

$$b = 332,7442 + 0,1982 \sin.(174^\circ.44' + h) + 0,0993 \sin.(111^\circ.15' + 2h).$$

31. Dall' esame delle osservazioni fatte di due in due ore, e meglio ancora dalla formula precedente che le rappresenta, si scorge che l' altezza del barometro nel corso della giornata ha due massimi e due minimi. Infatti eguagliando a zero il differenziale del valore di b si ha

$$+0,1982 \cos.(174^\circ.44' + h) + 0,1986 \cos.(111^\circ.15' + 2h) = 0.$$

Poichè questa equazione non può risolversi per via diretta, cominciamo dal supporre che i coefficienti dei due coseni siano eguali, si avrà allora

$$\cos.(174^\circ.44' + h) = -\cos.(111^\circ.15' + 2h) = \cos.(291^\circ.15' + 2h),$$

e si otterrà una delle radici cercate ponendo

$$174^\circ.44' + h = 291^\circ.15' + 2h, \quad \text{e quindi } h = 243^\circ.29'.$$

Le altre radici si avranno mettendo successivamente

$$174^\circ.44' + h = 360^\circ - 291^\circ.15' + 2h \qquad h = -35^\circ.20' = 324^\circ.40'$$

$$174.44 + h = 2 \times 360 - 291.15 + 2h \text{ onde } h = 84.40$$

$$174.44 + h = 3 \times 360 - 291.15 + 2h \text{ risulta } h = 204.40.$$

32. Sia ora h' uno di questi valori approssimati di h; cosicchè si abbia $h = h' + \theta$, e siano i due coefficienti dell' espressione di b l' uno $= p - \omega$, l' altro $= p + \omega$, essendo p il loro valor medio ed ω una quantità molto piccola; facciasi inoltre l' angolo $174^\circ.44' = m$, l' angolo $291^\circ.15'. = n$, si avrà l' equazione

$$(p - \omega) \cos.(m + h' + \theta) = (p + \omega) \cos.(n + 2h' + 2\theta).$$

Svolgendo e trascurando le quantità di second' ordine per rispetto ad ω ed a θ, avremo

$$p\theta\cos.(m+h') - \omega\cos.(m+h') - p\theta\sin.(m+h')$$
$$= p\cos.(n+2h') + \omega\cos.(n+2h') - 2p\theta\sin.(n+2h'),$$

ed ommettendo i primi termini dei due membri che si elidono

$$p\theta[2\sin.(n+2h') - \sin.(m+h')] = \omega[\cos.(n+2h') + \cos.(m+h')]$$

onde

$$\theta = \frac{\omega}{p}\,\frac{\cos.(n+2h')+\cos.(m+h')}{2\sin.(n+2h')-\sin.(m+h')} = \frac{2\omega}{p}\,\frac{\cos.(m+h')}{2\sin.(n+2h')-\sin.(m+h')}.$$

Restituendo i valori numerici si ha per ciascuna delle radici cercate poste per ordine delle loro grandezze

$h' =$ 84°.40',	$\theta = -0{,}00009 = -0',4$,	$h =$ 84°.40'
204. 40	$-0{,}00147 = -6$	204. 34
243. 29	$+0{,}00096 = +4$	243. 33
324. 40	$-0{,}00060 = -3$	324. 43.

Gli archi h divisi per 15 daranno le ore solari alle quali corrispondono i massimi e i minimi, ed i valori di questi si otterranno dall' espressione di b sostituendo in essa i suddetti valori di h; si avrà per tal modo

Nella stagione estiva

ore dei massimi e dei minimi		altezze massime e minime	escursioni del barometro
5ʰ. 39'	min.	332, 4517	+0, 3914
13. 38.	mass.	332, 8431	−0, 0147
16. 14.	min.	332, 8284	+0, 1094
21. 39.	mass.	332, 9378	−0, 4861,

ove per escursione del barometro intendiamo dinotare la differenza tra i successivi massimi e minimi.

33. Le altezze barometriche nella State e nel nostro clima hanno dunque un minimo a $5^h \frac{1}{2}$, un massimo ad $1^h \frac{1}{2}$ dopo mezza notte, un minimo a 4^h del mattino ed un massimo a $9^h \frac{1}{2}$; queste per ciò sarebbero le ore più favorevoli per le osservazioni del barometro, quando non si avesse altro in mira che di determinare il valore di cotesti massimi e minimi; ma sarebbero all' opposto le meno vantaggiose quando si volessero riconoscere le ore in cui le massime e le minime altezze hanno luogo precisamente. Laonde chi volesse conoscere e l' una e l' altra circostanza di questo singolare fenomeno o dovrà osservare otto volte al giorno, cioè vicino al tempo in cui le ineguaglianze sono successivamente massime positive, nulle e massime negative, oppure (ciò che riuscirà sempre più comodo, e più regolare) potrà osservare, come noi abbiamo fatto, ad intervalli uniformemente distribuiti nel corso della giornata per poi cavarne fuori col calcolo il valore delle costanti che rappresentano le leggi delle giornaliere variazioni del barometro.

34. Dall' esame che abbiamo sin quì istituito siamo condotti a conchiudere che a torto alcuni Fisici Francesi, volendo prescrivere agli osservatori le ore più opportune in cui notare le altezze del barometro, asserirono che per averne la quantità media bastava istituire le osservazioni in due tempi della giornata, in uno de' quali avesse luogo un massimo e nell' altra un minimo. Essi non avvertirono che in una funzione composta di più termini variabili non basta prendere la semisomma d' uno de' suoi massimi e d' uno de' suoi minimi per avere la parte costante della funzione medesima. Per esempio nel caso delle osservazioni estive di Milano, delle quali abbiam trovata l' espressione generale, si ha

il massimo antemeridiano a	$21^h.39'$	$= 332,9378$
il minimo pomeridiano a	5. 39	$= 332,4517$
semisomma		$332,6947$

mentre il vero termine costante è 332,7442.

35. Un'altra circostanza che conveniva aver presente prima di stabilire una norma generale per le osservazioni barometriche si è quella, già avvertita dal Chiminello, che le ore delle massime e delle minime altezze non sono le medesime in tutti i tempi dell'anno. Per esaminare il fenomeno anche sotto questo aspetto, ho voluto ripetere le osservazioni orarie nelle vicinanze dello scorso solstizio jemale. Siccome nell'accennata stagione sarebbe riuscita un' opera oltre modo faticosa l'osservare ad ogni due ore sì di giorno che di notte gli stromenti meteorologici, ho procurato di supplire alle osservazioni successive nel modo seguente. Avendo stabilito di continuare le osservazioni per 40 giorni, ho diviso questo intervallo di tempo in quattro decine. Nella prima e terza decina furono esse istituite a 0, 4, 8, 12, 16, 20 ore contate dal mezzodì, e nella seconda e quarta a 0, 2, 6, 10, 14, 18, 22 ore. I medii delle osservazioni nelle ore diverse hanno dato

Altezze barometriche osservate dal dì 1 Dicembre 1826. al 12. Gennajo 1827.

Prima e terza decina

Ore	Barom. $= p''$	Term. $= t$	Barom. ridotto
0	333,1155	8,185	332,4526
4	332,9695	7,985	332,3231
8	333,0110	7,680	332,3892
12	332,9650	7,435	332,3629
16	332,9130	7,180	332,3317
20	333,1215	7,075	332,5483

Seconda e quarta decina

Ore	Barom. $= p''$	Term. $= t$	Barom. ridotto
0	331,9528	7,676	331,3332
2	331,7085	7,776	331,0812
6	331,6243	7,314	331,0344
10	331,6814	7,290	331,0933
14	331,5886	7,110	331,0150
18	331,5790	6,867	331,0252
22	331,8871	7,457	331,2852

36. Le osservazioni fatte in diverse serie di giorni non sono immediatamente comparabili tra di loro, contenendo esse una quantità costante diversa e dipendente dalle oscillazioni

irregolari dell' atmosfera. Per ridurle all' uniformità convien conoscere la differenza delle due quantità costanti; ad ottenere la quale prenderemo nelle due precedenti tabelle il medio aritmetico delle osservazioni fatte di 4 in 4 ore. Sappiamo infatti che in questi medii si distruggono necessariamente tutte le ineguaglianze che possono essere espresse dai seni e coseni di archi aliquoti della circonferenza. Avremo in tal modo chiamando β^{o}, β'', β'^{v}, ecc. le altezze ridotte della prima serie, e β_{i}, β_{iii}, β_{v}, ecc. quelle della seconda

nella prima serie $\frac{1}{6}(\beta^{o}+\beta''+\beta'^{v}+\beta^{v'}+\beta^{v''}+\beta^{x})=332,4013$

nella seconda $\frac{1}{6}(\beta_{i}+\beta_{iii}+\beta_{v}+\beta_{vii}+\beta_{ix}+\beta_{xi})=331,0891.$

La semidifferenza dei due medii è $=0,6561$ che aggiungeremo ai numeri della prima serie e sottrarremo da quelli della seconda onde avere i valori definitivi delle altezze b; e poichè in tal modo si ottengono due valori, tra loro poco diversi, di b^{o}, assumeremo il medio frai due; saranno dunque i valori di b da adoperarsi nel calcolo.

$H = 0^{h}$	$b^{o} = 331,8929$
2	$b' = 331,7373$
4	$b'' = 331,6670$
6	$b''' = 331,6905$
8	$b'^{v} = 331,7331$
10	$b^{v} = 331,7494$
12	$b^{v'} = 331,7068$
14	$b^{v''} = 331,6711$
16	$b^{v'''} = 331,6756$
18	$b^{ix} = 331,6813$
20	$b^{x} = 331,8922$
22	$b^{xi} = 331,9413$

37. Operando come al n.° 28 si trova

$$\Sigma b\sin.\ h = -\tfrac{1}{2}.0{,}1257 - \tfrac{\sqrt{3}}{2}.0{,}1677 + 0{,}0092 = -0{,}1988$$

$$\Sigma b\cos.\ h = -\tfrac{1}{2}\,0{,}1505 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\,0{,}2581 + 0{,}1861 = +0{,}3344$$

$$\Sigma b\sin.\ 2h = -\tfrac{\sqrt{3}}{2}\,0{,}5650 \qquad = -0{,}2825$$

$$\Sigma b\cos.\ 2h = +0{,}2279 + \tfrac{1}{2}\,0{,}1312 \qquad = +0{,}2935$$

e quindi

$$b = 331{,}7532 - 0{,}0331\sin.h + 0{,}0557\cos.h$$
$$- 0{,}0471\sin.\ 2h + 0{,}0489\cos.\ 2h.$$

38. Questa formola paragonata colle osservazioni dà le differenze seguenti

h	valore di b		differenza	h	valore di b		differenza
0°	331,8578	331,8929	+0,0351	180°	331,7464	331,7069	−0,0395
30	331,7686	331,7373	−0,0313	210	331,7050	331,6711	−0,0341
60	331,6871	331,6670	−0,0201	240	331,6887	331,6756	−0,0131
90	331,6712	331,6905	+0,0193	270	331,7374	331,6813	−0,0561
120	331,7129	331,7331	+0,0202	300	331,8261	331,8922	+0,0661
150	331,7536	331,7494	−0,0042	330	331,8834	331,9413	+0,0579

Riducendo poi ad un solo i termini che contengono il seno ed il coseno del medesimo angolo, e moltiplicando i coefficienti per $\frac{36}{35}$ si avrà il valore definitivo di b nel solstizio jemale

$$b = 331{,}7532 + 0{,}0667\sin.(120°.44' + h)$$
$$+ 0{,}0698\sin.(133°.54' + 2h)$$

mentre nel solstizio estivo s'era trovato

$$b = 332{,}7442 + 0{,}1982\sin.(174.44 + h)$$
$$+ 0{,}0993\sin.(111.15 + 2h).$$

Nel paragone di queste due formole non deve farsi alcuna

attenzione alla diversità d'una linea che s'incontra sul termine costante, la quale diversità può dipendere da molte cause accidentali e specialmente dalla situazione dell'indice del galleggiante che per le ragioni già esposte non ci siamo curati di ricondurre ad ogni volta al punto di coincidenza. Ma ciò che merita d'essere considerato è la differenza che si scorge tanto sui coefficienti delle due ineguaglianze, quanto sugli angoli costanti che entrano nei loro argomenti; questa differenza influisce notabilmente sull'ore dei massimi, e dei minimi e sulle escursioni del barometro.

39. Per trovare i massimi e i minimi delle altezze barometriche in tempo d'inverno avremo a risolvere l'equazione

$$+0{,}0667\cos.(120^\circ.44' + h) + 0{,}1396\cos.(133^\circ.54' + h) = 0.$$

Con alcuni tentativi si trova che i valori approssimati delle radici di quest' equazione sono

$$h' = 80^\circ,\ h' = 160^\circ,\ h' = 235^\circ,\ h' = 335^\circ.$$

Sia anche quì $h = h' + \theta$, e l'equazione da risolversi sia espressa generalmente da

$$p\cos.(m + h' + \theta) + q\cos.(n + 2h' + 2\theta) = 0,$$

si avrà svolgendo e trascurando le quantità di second'ordine

$$p\cos.(m + h') + q\cos.(n + 2h')$$
$$- \theta[p\sin.(m + h') + 2q\sin.(n + 2h')] = 0$$

e quindi $\theta = \frac{p\cos.(m+h') + q\cos.(n+2h')}{p\sin.(m+h') + 2q\sin.(n+2h')}$.

Sostituendo i numeri si ottiene:

Nella stagione jemale

valori di h	ore dei massimi e dei minimi		altezze massime e minime	escursioni del barometro
81°.10′	5ʰ.25′	minimo	331,6672	
				+ 0,0902
160. 47	10. 43	massimo	331,7574	
				— 0,0720
233. 51	15. 35	minimo	331,6854	
				+ 0,2037
336. 21	22. 25	massimo	331,8891	
				— 0,2209.

40. Paragonando questi tempi con quelli del n.° 32. vedremo subito che non solo le ore de' minimi, come già avvertì il Chiminello, ma anche quelle de' massimi sono soggette ad una notabile variazione. Le escursioni poi del barometro sono anch' esse molto diverse, cioè la prima e l' ultima della giornata notabilmente maggiori in estate e le due intermedie maggiori in inverno. Ma invece d'arrestarci al paragone degli effetti composti potremo trovare maggiori lumi sulla natura del fenomeno confrontando separatamente i termini esprimenti l' oscillazione dinamica.

Per rendere poi più chiaro l'esame che siamo per intraprendere abbiamo delineato nell'unita figura, ed in una scala cento volte maggiore del vero, la curva rappresentata dalle diverse formule che abbiamo ritrovate.

41. Nelle figure 1.ª e 2.ª la linea punteggiata rappresenta l'oscillazione fisica ossia il termine

$$19,\overset{\text{lin.}}{82}\ \sin.(174^\circ 44' + h) \text{ pel solstizio estivo, fig. 1.ª;}$$

ed il termine

$$16,67\ \sin.(120.\ 44 + h) \text{ pel solstizio jemale, fig. 2.ª;}$$

ov'è da avvertirsi che sull'asse delle ascisse ogni linea del piede di Parigi corrisponde a 5°, o a 20' di tempo, e sull'asse delle ordinate corrisponde ad un centesimo di linea. La linea segnata a piccoli tratti rappresenta nelle due figure l' oscillazione dinamica cioè nella 1.ª il termine $9{,}93\sin.(111^\circ.15' + 2h)$ e nella 2.ª il termine $6{,}98\ \sin.(133^\circ.54' + 2h)$. Finalmente la linea continua esprime l' oscillazione totale, ed è costrutta con questa legge che le sue ordinate sono sempre la somma delle ordinate corrispondenti delle altre due curve.

42. Dalla semplice ispezione di queste due figure facilmente apparisce che l' oscillazione dinamica e semidiurna segue un andamento poco diverso nelle due stagioni; ciò che rilevasi ancora dalla formula analitica che la esprime. Nè forse si anderebbe lungi dal vero col supporre che la diversità, la quale sul coefficiente non arriva a tre centesimi di linea,

provenisse unicamente dalle incertezze che possono rimanere sui medii delle altezze osservate. Se così fosse, continuando poi molti anni questo genere di osservazioni si dovrebbe trovare il coefficiente estivo ora maggiore ed ora minore dell'altro, ed allora si potrebbe assumere come valor comune il medio fra tutte le determinazioni.

Ma questa supposizione non può in alcun modo aver luogo nella oscillazione fisica, la quale è quasi tre volte più grande nell'estate che nell'inverno. Nè si durerà fatica a render ragione di questa notabile disparità, sol che si rifletta che anche le variazioni della temperatura dell'aria sono assai maggiori nell'estate che nell'inverno. Questa coincidenza dei due fenomeni rende adunque assai probabile l'ipotesi che abbiamo fatta; che una porzione delle variazioni orarie del barometro sia prodotta dall'azione del calore del Sole sull'atmosfera.

43. Per venire a qualche paragone più immediato fra la causa ed il supposto effetto gioverà esprimere con una formula analitica le temperature medie dell'aria esterna, che sono state osservate ne' medesimi giorni in cui si sono fatte le osservazioni del barometro. Egli è ben vero che ad istituire un compiuto esame del fenomeno converrebbe conoscere le vicissitudini diurne del calore non solo alla superficie della terra, ma ne' diversi strati dell'atmosfera fin dove questa conserva una sensibile densità; ma poichè questi dati ci mancano, ci basterà riscontrare fra l'espressione dell'oscillazione fisica del barometro e quella della temperatura dell'aria nelle diverse ore del giorno una qualche, ancorchè imperfetta corrispondenza.

44. Le osservazioni orarie della temperatura dell'aria esterna fatte nella state dell'anno scorso non furono continuate che per 12 giorni dal dì 15 al dì 26 di Luglio, e corrispondono prossimamente al tempo dell'anno in cui suole aver luogo il massimo calore: il termometro si teneva esposto durante la notte ad una finestra verso mezzodì in luogo

interamente libero ed aperto, e durante il giorno si trasferiva ad una finestra verso tramontana che corrisponde a un cortile chiuso da ogni lato. Il medio delle dodici osservazioni ha dato

ore		term. Réaum.	ore		term. Réaum.
0	t^{o}	+20,38	12	$t^{v'}$	+16,70
2	t'	21,49	14	$t^{v''}$	16,11
4	t''	21,67	16	$t^{v'''}$	15,65
6	t'''	20,47	18	t^{ix}	16,11
8	t^{iv}	18,81	20	t^{x}	17,78
10	t^{v}	17,54	22	t^{xi}	19,62

45. Cominciamo dal supporre che l'altezza del termometro corrispondente all'ora H sia rappresentata dalla formula

$$t = x + y\sin.h + y'\cos.h \qquad \text{posto } h = 15^{o}.\text{H},$$

si avranno dodici equazioni a risolvere, cioè

$$\begin{aligned} x + y\sin.0^{o} + y'\cos.0 &= t^{o} \\ x + y\sin.30 + y'\cos.30 &= t' \\ &\vdots \\ x + y\sin.330 + y'\cos.330 &= t^{xi}, \end{aligned}$$

le quali col metodo de' minimi quadrati si riducono alle tre

$$12x = \Sigma t$$

$$6y = (t''' - t^{ix}) + \tfrac{1}{2}(t' + t^{v} - t^{v'} - t^{xi}) + \tfrac{\sqrt{3}}{2}(t'' + t^{iv} - t^{viii} - t^{x})$$

$$6y' = (t^{v} - t^{v}) + \tfrac{1}{2}(t' - t^{iv} - t^{v''} + t^{x}) + \tfrac{\sqrt{3}}{2}(t' - t^{v} - t^{v''} + t^{xi})$$

ossia

$$12x = 222,33$$

$$6y = +4,36 + \tfrac{1}{2}.\,3,29 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}.7,05 = 12,11$$

$$6y' = +3,68 + \tfrac{1}{2}.\,4,99 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}.7,46 = 12,63$$

e quindi

$$t = 18{,}527 + 2{,}018 \sin.h + 2{,}105 \cos.h.$$

46. Per vedere se i due termini introdotti nella formula bastano a rappresentare le variazioni diurne del calore ho paragonato la formula stessa coll' osservazione ed ho avuto

H	valore di t calcolato	valore di t osservato	differenza	H	valore di t calcolato	valore di t osservato	differenza
0	21, 54	20, 38	—0, 16	12	16, 51	16, 70	+0, 19
2	21, 36	21, 49	+0, 13	14	15, 70	16, 11	+0, 41
4	21, 28	21, 67	+0, 39	16	15, 81	15, 65	—0, 16
6	20, 54	20, 47	—0, 07	18	16, 51	16, 11	—0, 40
8	19, 27	18, 81	—0, 46	20	17, 79	17, 78	—0, 01
10	17, 71	17, 54	—0, 17	22	19, 34	19, 62	+0, 28.

47. Poichè le differenze cambiano sei volte di segno si vede che per avvicinarci maggiormente alle osservazioni gioverà aggiungere alla formula stabilita due altri termini dipendenti dall' angolo $3h$, cioè $+\xi \sin.3h + \xi' \cos.3h$. Questi termini introdotti nelle equazioni danno subito

$$6\xi = t' - t''' + t^{v} - t^{vii} + t^{ix} - t^{xi} = -1{,}12$$

$$6\xi' = t^{o} - t^{iii} + t^{vi} - t^{viii} + t^{xii} - t^{x} = -1{,}31.$$

Applicando ai valori calcolati la correzione proveniente da questi due termini la somma dei quadrati degli errori risulta soltanto di 0,4216; mentre nella prima la somma medesima arrivava a 0,8878; si ha dunque motivo di credere che non sia affatto superflua l'aggiunta dei due piccolissimi termini dipendenti da $3h$.

48. I termini dipendenti dal doppio dell' angolo orario risultano ancora più piccoli, ma per una singolarità, alla quale è difficile assegnare una causa, essi riescono assai considerabili (come vedremo fra poco) nell' espressione delle temperature nella stagione invernale. Per conservare una certa

analogia aggiungeremo anche qui i due termini

$$z \sin. 2h + z' \cos. 2h,$$

i quali per mezzo delle formole del n.° 27. risultano

$$+ 0,169 \sin. 2h + 0,154 \cos. 2h.$$

Il valor totale di t sarà dunque

$$t = 18,527 + 2,018 \sin. h + 0,169 \sin. 2h - 0,187 \sin. 3h$$
$$+ 2,105 \cos. h + 0,154 \cos. 2h - 0,218 \cos. 3h$$

oppure

$$t = 18,527 + 2,916 \sin. (46^\circ. 12' + h)$$
$$+ 0,216^s \sin. (38. 28 + 2h)$$
$$- 0,287 \sin. (49. 23 + 3h).$$

Questa formula paragonata coll'osservazione dà

h	valore di t calcolato	valore di t osservato	differenza	h	valore di t calcolato	valore di t osservato	differenza
0°	20, 58	20, 38	—0, 20	180°	16, 81	16, 70	—0, 11
30	21, 40	21, 49	+0, 09	210	16, 11	16, 11	—0, 00
60	21, 61	21, 67	+0, 06	240	15, 57	15, 65	+0, 08
90	20, 56	20, 47	—0, 09	270	16, 15	16, 11	—0, 04
120	18, 77	18, 81	+0, 04	300	17, 82	17, 78	—0, 04
150	17, 46	17, 54	+0, 08	330	19, 47	19, 62	+0, 15

ove la somma dei quadrati degli errori non è più che di 0, 1072.

49. Più numerose furono le osservazioni termometriche fatte nella stagione jemale, le quali del pari che le barometriche sono state ripetute in ore diverse nelle quattro decine di giorni. Combinando le quantità medie nel modo esposto al n.° 36. si ottenne

Prima e terza decina		Seconda e quarta decina				medj adottati
ore	termom.	ore	termom.	ore		termom.
0	+4,615	0	+4,771	0	t^{o}	+4,693
4	+4,345	2	+5,062	2	t'	+4,846
8	+3,440	6	+3,967	4	t''	+4,561
12	+2,325	10	+3,176	6	t'''	+3,751
16	+1,560	14	+2,671	8	t^{iv}	+3,656
20	+1,850	18	+2,043	10	t^{v}	+2,960
		22	+3,810	12	t^{vi}	+2,541
				14	t^{vii}	+2,455
				16	t^{viii}	+1,776
				18	t^{ix}	+1,827
				20	t^{x}	+2,066
				22	t^{xi}	+3,594.

Da queste osservazioni si deduce

$$12x = 38{,}726$$

$$6y = +1{,}924 + \tfrac{1}{2}.1{,}757 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}.4{,}375 = 6{,}591$$

$$6y' = +2{,}154 + \tfrac{1}{2}.1{,}195 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}.3{,}025 = 5{,}371$$

$$6z = +\tfrac{\sqrt{3}}{2}.1{,}362 = 1{,}180$$

$$6z' = +1{,}656 + \tfrac{1}{2}.1{,}796 = 2{,}554$$

$$6\xi = -0{,}167$$

$$6\xi' = +0{,}957$$

e quindi

$$t = 3{,}227 + 1{,}098.\sin.h + 0{,}197.\sin.2h - 0{,}028\sin.3h$$
$$+ 0{,}895\cos.h + 0{,}426.\cos.2h + 0{,}160\cos.3h$$

$$\text{ossia } t = 3{,}227 + 1{,}417\sin.(39^{\circ}.11' + h)$$
$$+ 0{,}469\sin.(65.13 + 2h)$$
$$+ 0{,}162\sin.(99.53 + 3h)$$

e confrontando il calcolo coll' osservazione si trova

h							
0°	+4, 708	+4, 693	−0, 015	180°	+2, 596	+2, 541	−0, 057
30	+4, 906	+4, 846	−0, 060	210	+2, 312	+2, 455	+0, 143
60	+4, 422	+4, 561	+0, 139	240	+1, 946	+1, 776	−0, 170
90	+3, 927	+3, 751	−0, 176	270	+1, 675	+1, 827	+0, 152
120	+3, 508	+3, 656	+0, 148	300	+2, 180	+2, 066	−0, 114
150	+3, 016	+2, 960	−0, 056	330	+3, 524	+3, 594	+0, 170.

49. Cercando colla formula precedente e con quella del n.° 47. le ore dei massimi e dei minimi del calore si trova

nell' estate massimo calore a	$3^h.22'$	+ 21,661	escursione 6,090
minimo	16 4	+ 15,571	
nell'inverno massimo calore	1. 21	+ 4,952	3,277
minimo	17. 58	+ 1,675.	

Queste determinazioni bastano all' uopo nostro per indagare le corrispondenze che possono aver luogo fralle variazioni del calore e le oscillazioni dell' atmosfera, del resto poi se si volesse stabilire con grande esattezza la legge delle variazioni diurne della temperatura converrebbe che le osservazioni fossero in maggior numero e fatte con quelle precauzioni che sono necessarie a diminuire l'influenza delle cause locali e specialmente quella dei riflessi calorifici provenienti dai corpi circostanti.

50. Possiamo ora porre a confronto il termine esprimente l'oscillazione dell' atmosfera nelle due opposte stagioni, coll' espressione della variazione oraria del termometro, e le ore rispettive del massimo e del minimo, affine di vedere se fra questi diversi elementi sussista una qualche relazione.

Riunendo i risultati ottenuti precedentemente abbiamo

		estate	inverno
oscillazione fisica del barom.		$+0,1982\sin.(174^\circ.44'+h)$	$+0,0667\sin.(120^\circ.44'+h)$
	ora del mass.	$18^h.21'$	$21^h.57'$
	ora del min.	6. 21	9. 57
	escursione	0, 3964	0, 1334
variaz. del ter.		$+2,916\sin.(46^\circ.12'+h)+$ecc.	$+1,417\sin.(39^\circ.11'+h)+$ec.
	ora del mass.	$3^h.22'$.	$1^h.21'$
	ora del min.	16. 4	17. 58
	escursione	6, 090	3, 277.

Il coefficiente dell' oscillazione fisica del pari che quello della variazione termometrica riescono maggiori nella state che nell' inverno: nel primo fenomeno il rapporto de' coefficienti jemale ed estivo è di 1:3; nel secondo di 1:2 e poco più. Le ore dei massimi dell' oscillazione atmosferica sembrano corrispondere a quelle dei minimi del calore, rimanendo però sempre in ritardo di alcune ore. Questo ritardo che è importante di considerare risulta

	nell' estate	nell' inverno
ritardo del massimo atmosferico sul minimo termometrico	$2.^h17'$	$3^h.24'$
ritardo del minimo atmosferico sul massimo termometrico	2. 59	8. 36.

51. Le variazioni orarie dell' umidità dell' aria vanno soggette a maggiori irregolarità: sì perchè su di esse influiscono maggiormente le circostanze locali ed i fenomeni atmosferici che hanno luogo alla superficie della terra, quanto perchè i gradi dell' igrometro, che sono indicati dai nostri stromenti, sono una funzione composta dell' umidità dell' aria e della disposizione di essa a contenere in maggior o minore

copia i vapori. Ciò nulla ostante avendo raccolti i medii d'un discreto numero d'osservazioni dell'igrometro fatte nelle diverse ore del giorno, ho veduto che con qualche precisione si potevano anch'esse rappresentare per mezzo d'una funzione del seno e del coseno dell'angolo orario.

Poichè quest'espressione si ottiene colle medesime formule e coi medesimi processi esposti precedentemente, ci basterà riferire i medii delle osservazioni igrometriche ed il confronto colla formula che da essi è stata dedotta. Le osservazioni di cui si tratta sono fatte con un igrometro a capello recentemente costrutto a Ginevra, il quale, come si è già detto del termometro, si esponeva nelle ore della notte ad una finestra verso mezzodì e nelle ore del giorno ad un'altra verso settentrione.

52. Chiamando i il grado dell'igrometro corrispondente all'angolo orario h, si è trovato

verso il solstizio estivo

$$i = 83{,}3 - 0{,}60\sin.h - 5{,}53\cos.h = 83{,}3 + 8{,}53\sin.(220^\circ + h)$$

verso il solstizio jemale

$$i = 89{,}4 - 5{,}62\sin.h - 1{,}16\cos.h = 89{,}4 + 1{,}83\sin.(219^\circ + h).$$

ore	grado dell' igrometro calco.	grado dell' igrometro osser.	differenza	grado dell' igrometro calco.	grado dell' igrometro osser.	differenza
0	77,8	77,7	− 0,1	88,2	87,9	− 0,3
2	75,3	74,1	− 1,2	87,7	87,1	− 0,6
4	74,9	72,5	− 2,4	87,6	88,1	+ 0,5
6	76,8	77,3	+ 0,5	88,0	88,6	+ 0,6
8	80,4	82,6	+ 2,2	88,7	88,0	− 0,7
10	84,8	86,0	+ 1,2	89,7	90,5	+ 0,8
12	88,8	87,7	− 1,1	90,6	90,1	− 0,5
14	91,3	89,3	− 2,0	91,1	90,6	− 0,5
16	91,7	91,9	+ 0,2	91,2	91,6	+ 0,4
18	89,8	90,8	+ 1,0	90,8	90,6	− 0,2
20	86,2	86,3	+ 0,1	90,1	91,0	+ 0,9
22	81,8	83,3	+ 1,5	89,1	88,8	− 0,3

Il coefficiente della variazione è nella State quattro volte e mezzo maggiore che nell' inverno: ma i massimi e minimi cadono quasi precisamente nelle medesime ore cioè

massima umidità a $15^h \frac{1}{4}$

minima a $3 \frac{1}{4}$.

Le ore indicate dei massimi e minimi igrometrici riceverebbero forse qualche notabile mutazione, se nella formula che gli esprime s' introducessero i termini dipendenti dal doppio e dal triplo dell' angolo orario: ma questo genere d'istromenti è ancora troppo imperfetto per potervi applicare con qualche vantaggio una serie composta d' un maggior numero di termini oltre i primi già computati.

53. Fin qui abbiamo considerati i fenomeni atmosferici osservati in un sol punto del globo; resterebbe ora a vedersi quali mutazioni possono essi subire non solo nelle diverse latitudini, ma ben anche sotto lo stesso parallelo, in differenti costituzioni del suolo. Noi sappiamo infatti che l' ampiezza delle maree dipende anch' essa moltissimo dalla configurazione delle coste; onde avviene che le elevazioni delle acque sono assai piccole presso le isole del mar Pacifico; ed all' opposto assai considerevoli sulle coste d' Europa bagnate dal mar Atlantico. Per esplorare le variazioni delle maree atmosferiche converrebbe avere un buon numero d'osservazioni barometriche fatte regolarmente in diversi punti del globo, e convenientemente distribuite nelle diverse ore sì del giorno che della notte. Ma qui dobbiamo confessare che nel gran numero d' osservazioni meteorologiche che si fanno in varj luoghi, pochissime sono quelle che riuniscono le condizioni richieste onde potervi applicare i metodi di calcolo che abbiamo sin qui spiegato. Divengono perciò pregievolissime quelle continuate pel corso d' un intero anno dal diligentissimo Chiminello, delle quali egli ha pubblicate le quantità medie corrispondenti a ciascun ora, ed alle diverse sta-

gioni dell' anno, e che si trovano nel volume sopra citato dei Saggi dell'Accademia di Padova.

54. Esaminiamo prima di tutto le osservazioni estive fatte nel 1778 e registrate nella tabella annessa all' accennata Memoria sotto la lettera C. Le altezze barometriche essendo, come pare, di già corrette dalla dilatazione del mercurio, non hanno bisogno di altra riduzione fuorchè di quella delle parti 160me di linea in frazioni decimali. Fatta questa riduzione si ha

ore		valore di b	ore		valore di b
0	b^{o}	334, 1062	12	$b^{v'}$	333, 9687
2	b'	333, 9687	14	$b^{v''}$	333, 9750
4	b''	333, 8125	16	$b^{v'''}$	333, 9375
6	b'''	333, 7250	18	b^{ix}	334, 0125
8	b^{iv}	333, 8250	20	b^{x}	334, 1375
10	b^{v}	333, 9500	22	b^{xi}	334, 1812 .

Applicando a questa serie d' osservazioni le formole del n.° 27, troviamo

$$12x = 4007,5998$$

$$\Sigma.b\sin.\ h = -\tfrac{1}{2} \times 0,2375 - \tfrac{\sqrt{3}}{2}.\ 0,4375 - 0,2875 = -0,7851$$

$$\Sigma.b\cos.\ h = +\tfrac{1}{2}.\ 0,1875 + \tfrac{\sqrt{3}}{2}.\ 0,2249 + 0,1375 = +0,4260$$

$$\Sigma.b\sin.2h = -\tfrac{\sqrt{3}}{2}.\ 0,4000 \qquad = -0,3464$$

$$\Sigma.b\cos.2h = +\tfrac{1}{2}.\ 0,3624 \qquad = +0,5186.$$

Avremo dunque

$$x = 333,9666, \quad y = -0,1308, \quad y' = +0,0710$$
$$z = -0,0577, \quad z' = +0,0864$$

E di quì deriva l'espressione cercata

$$b = 333,9666 + 0,1488 \sin.(151.^\circ 31' + h)$$
$$+ 0,1039 \sin.(123.^\circ 44' + 2h)$$

la quale paragonata colle immediate osservazioni dà

h	valore di b calcolato	valore di b osservato	differenza	h	valore di b calcolato	valore di b osservato	differenza
0°	334, 1240	334, 1062	—0, 0178	180°	333, 9820	333, 9687	—0, 0133
30	333, 9559	333, 9687	+0, 0128	210	333, 9637	333, 9750	+0, 0113
60	333, 7956	333, 8125	+0, 0169	240	333, 9512	333. 9375	—0, 0137
90	333, 7494	333, 7250	—0, 0244	270	334, 0110	334, 0125	+0, 0015
120	333, 8246	333, 8250	+0, 0004	300	334, 1222	334, 1375	+0, 0153
150	333, 9329	333, 9500	+0, 0171	330	334, 1867	334, 1812	—0, 0055

Quì l'accordo è maraviglioso, e deve certamente attribuirsi alla scrupolosa esattezza che il Chiminello ha messo nel fare le sue osservazioni, e che io non ho saputo imitare. Intanto l'esito di questo confronto cospira a dimostrare che la separazione delle due ineguaglianze esiste realmente in natura, e si rende tanto più manifesta quanto più le quantità osservate riescono indipendenti dalle alterazioni accidentali.

55. Applicheremo le stesse formule alle osservazioni jemali di Padova, le quali, da quanto oscuramente si accenna nella Memoria del Chiminello, pare che risultino dal medio delle osservazioni dal 1.mo Gennajo al 6 Febbrajo del 1778 e dal 10 Ottobre al 22 Dicembre dello stesso anno. Ridotte le parti 160me di linea in decimali questi medii danno ciò che segue.

ore		valore di b	ore		valore di b
0	b^{o}	337,1250	12	b^{vi}	337,2312
2	b'	336,8937	14	b^{vii}	337,0000
4	b''	336,9250	16	b^{viii}	336,9375
6	b'''	337,0250	18	b^{ix}	336,9187
8	b^{iv}	337,1625	20	b^{x}	337,0125
10	b^{v}	337,2687	22	b^{xi}	337,2125

$12.x = 4044,7123$

$\Sigma.\, b \sin.\ h = -\frac{1}{2}.\,0,0501 + \frac{\sqrt{3}}{2}.0,1375 + 0,1063 = +0,2004$

$\Sigma.\, b \cos.\ h = -\frac{1}{2}.\,0,1625 - \frac{\sqrt{3}}{2}.0,1625 - 0,1063 = -0,3282$

$\Sigma.\, b \sin.\, 2h = -\frac{\sqrt{3}}{2}.\,0,9000 \qquad = -0,7794$

$\Sigma.\, b \cos.\, 2h = +\frac{1}{2}.\,0,3374 + 0,4125 \qquad = +0,5812$

e quindi

$$b = 337,0594 + 0,0334 \sin.h - 0,0547 \cos.h - 0,1299 \sin.2h$$
$$+ 0,0969.\cos.2h. = 337,0594 + 0,0641 \sin.(301.^{\circ}24' + h)$$
$$+ 0,1621.\sin.(143^{\circ}.57' + 2h).$$

Paragonando ora il calcolo coll' osservazione abbiamo

h	valore di b calcolato	valore di b osservato	differenza	h	valore di b calcolato	valore di b osservato	differenza
0°	337,1016	337,1250	+0,0234	180°	337,2110	337,2315	+0,0202
30	336,9646	336,8937	−0,0709	210	337,0260	337,0000	−0,0260
60	336,9000	336,9250	+0,0250	240	336,8970	336,9375	+0,0405
90	336,9959	337,0250	+0,0291	270	336,9291	336,9187	−0,0104
120	337,1798	337,1625	−0,0173	300	337,0671	337,0125	−0,0546
150	337,2844	337,2687	−0,0157	330	337,1562	337,2125	+0,0563

56. Le ore dei massimi e dei minimi che risultano dalle

osservazioni di Padova sono alquanto differenti da quelle che abbiamo trovate per Milano; infatti differenziando le espressioni di b che abbiamo ultimamente ottenute si ha

nell'estate

$$+0{,}1488\cos.(151.^\circ 31' + h) + 0{,}2078\cos.(123.^\circ 44' + 2h) = 0$$

nell' inverno

$$+0{,}0641\cos.(301.\ 24 + h) + 0{,}3242\cos.(143.\ 37 + 2h) = 0$$

le quali risolute danno

valori di h	ore dei massimi e dei minimi		altezze massime e minime	escursioni
		nell' estate		
84°.32'	5h.38'	minimo	333,7475	
				+ 0,2346
183. 17	12. 13	massimo	333,9811	
				— 0,0334
232. 42	17. 31	minimo	333,9487	
				+ 0,2384
331. 39	22. 7	massimo	334,1871	
				— 0,4396
		nell' inverno		
57. 39	3. 51	minimo	336,8892	
				+ 0,3954
152. 56	10. 12	massimo	337,2853	
				—0, 3964
248. 58	16. 36	minimo	336,8889	
				+0, 2687
333. 53	22. 15	massimo	337,1576	
				—0,2677.

57. Le formule dedotte dalle osservazioni di Padova confermano dunque pienamente le conclusioni che avevamo dedotte dalle nostre cioè 1.mo Che le oscillazioni diurne atmosferiche sono composte di due parti l'una dipendente dall'angolo orario, l'altra dal doppio dello stesso angolo; 2.do che il coefficiente della prima parte cioè dell' oscillazione procedente dalle vicissitudini del calore, è due o tre volte maggiore nell'estate che nell' inverno; 3.zo che la varietà è assai più piccola sul coefficiente della seconda parte proveniente dall'atrrazione solare; 4.to che le ore dei massimi e dei minimi non so-

no le stesse nella stagione estiva e nella jemale; osservandosi che il massimo della sera e i due minimi vengono più presto in inverno che in estate, mentre il massimo della mattina viene alquanto più tardi. Ma acciò queste nostre conclusioni appariscano più chiaramente riuniremo in un sol prospetto il risultato de' calcoli precedenti, e lasciando anche qui da parte il paragone del termine costante del valore di b, il quale trattandosi di osservazioni istituite in luoghi diversi e con diversi stromenti deve dipendere non solo dagli elementi accennati al numero 38, ma ancora dalla grossezza della canna, dalla maggiore o minor purezza del mercurio e dalla diversa elevazione del luogo di osservazione sul livello del mare

	Milano		Padova	
	estate	inverno	estate	inverno
Flusso fisico { coefficiente	+0, 1982	+0, 0667	+0, 1488	+0, 0641
Flusso fisico { costante dell'argomento	174°.44'	120°.44'	151°.31'	301°.24'
Flusso dinam. { coefficiente	+0, 0993	+0, 0698	+0, 1039	+0, 1621
Flusso dinam. { costante dell'argomento	111°.15'	133°.54'	123°.44'	147°.17
minimo della sera	5.h 39'	5.h 25'	5.h 38'	3h. 51'
escursione	0,3914	0,0902	0,2346	0,3954
massimo della notte	13.h 38'	10.h 43'	12.h13'	10.h12'
escursione	0, 0147	0,0720	0, 0334	0, 3964
minimo della mattina . . .	16h.14'	15h.35'	17.h31'	16h.36'
escursione	0, 1094	0, 2037	0, 2384	0, 2687
massimo della mattina . . .	21.h39'	22h.25'	22.h7'	22.h15'
escursione	0, 4861	0, 2209	0, 4396	0,2677.

58. Ecco dunque che non solo in diverse stagioni, ma anche nella stagione medesima ed in luoghi poco fra di loro discosti, cambiansi notabilmente gli elementi tutti delle oscillazioni atmosferiche; la qual varietà sempre più ci conferma nella nostra opinione che i Fisici francesi si sono troppo af-

frettati nel voler prescrivere le ore in cui d'ora in avanti dovrebbe da tutti osservarsi il barometro. Essi hanno assunto come cognito e come costante ciò che era in realtà ed incognito e variabile, cioè il tempo al quale nei diversi punti del globo e nelle diverse stagioni corrispondono le massime e le minime altezze; ed hanno inoltre preso equivoco nel supporre che basti assumere la semisomma d'un massimo, e d'un minimo per avere il termine costante d'una funzione variabile.

È bensì vero che se nelle osservazioni estive di Padova si prendesse la semisomma del minimo della mattina, e del massimo della sera, si avrebbe, per una accidentale combinazione, un medio che pochissimo differirebbe dal termine costante dato dal calcolo fatto a rigore; ma questa combinazione non sussiste più nelle osservazioni jemali dalle quali risulta una differenza alquanto considerabile, siccome avevamo trovato colle nostre.

Infatti si ha nell'inverno a Padova.	
massimo della mattina	337,1576
minimo della sera	336,8899
semisomma	337,0237
termine costante del valore di b	337,0594
differenza	0,0357.

59. Dopo aver indicati i punti intorno ai quali le osservazioni di Milano e di Padova si confermano reciprocamente, non ometteremo di notare alcune non lievi discordanze che rimangono da spiegarsi e che fanno desiderare di poter raccogliere e sottomettere ad esame un maggior numero di buone osservazioni.

In primo luogo avevamo già avvertito che il coefficiente dell'oscillazione dinamica per Milano è alquanto minore in estate che in inverno; ma che la differenza essendo tenuissima, vi era motivo di credere che dovesse attribuirsi alle piccole incertezze delle osservazioni. Ma ora vediamo che nelle osservazioni Padovane questa differenza risulta di segno

contrario ed assai più considerabile, giacchè si ha nell'estate questo coefficiente $= 0,1039$ e nell'inverno $= 0,1621$. In secondo luogo incontriamo una differenza enorme, cioè di quasi 180°, sulla costante dell'argomento da cui dipende l'oscillazione fisica nell'inverno dedotta dalle osservazioni di Padova; la qual differenza equivale ad un passaggio del coefficiente dal positivo al negativo. Infatti se si conviene di prendere le costanti di tutti gli argomenti nel primo o nel secondo quadrante, si avranno per le oscillazioni fisiche le seguenti espressioni.

Milano $+0,1982\sin.(174.°44+h)$, $+0,0667\sin.(151°.31'+h)$
Padova $+0,1488\sin.(151.31+h)$, $-0,0641\sin.(121.24+h)$

Queste essenziali discordanze ci fanno nascere qualche dubbio sull'esattezza dei metodi coi quali il Chiminello deve aver fatta la riduzione delle altezze barometriche ad una temperatura costante; intorno ai quali non si trova nella sua Memoria una soddisfacente spiegazione.

60. Può nascere oltre a ciò il sospetto che le differenze che si presentano negli istituiti paragoni, e che abbiamo attribuito alle circostanze locali ed alla diversità della posizione geografica, derivino, almeno in parte, dall'epoche assai discoste in cui le osservazioni sono state fatte; potendo benissimo accadere che siccome nei diversi anni sono varie le temperature, le direzioni dei venti dominanti ed altre simili circostanze dell'atmosfera, così vadano soggetti a notabili alterazioni gli elementi dai quali dipendono le oscillazioni dell'atmosfera medesima. Per separare per quanto è possibile nell'incredibile complicazione de' fenomeni della natura le cause diverse che abbiamo accennate, gioverebbe moltissimo che il paragone delle quantità medie osservate in diversi luoghi si facesse sopra osservazioni contemporanee e fatte con uniformità di metodi e di istromenti. Sebbene ci manchi una raccolta di altezze barometriche osservate, che pienamente soddisfacciano alle accennate condizioni, procureremo di trarre qualche profitto da una serie d'osservazioni meteorologiche

fatte nell' anno 1823 in molte parti d' Italia, delle quali per un fortunato incontro abbiamo avuto comunicazione.

61. Nel suddetto anno 1823 l'Accademia delle scienze di Berlino con lettere circolari dirette alla maggior parte degli Astronomi di Europa, gli eccitò ad intraprendere una serie d'osservazioni contemporanee del barometro e del termometro. Queste osservazioni dovevano essere continuate dal dì 18 di Giugno al 18 di Luglio ed essere ripetute di due in due ore dalle 8 della mattina alle 10 della sera inclusivamente. Noi ignoriamo lo scopo preciso d' un tale invito ed il motivo pel quale dagl'istanti prefissi alle osservazioni vennero escluse le ore della notte, ma tutto ciò verrà pienamente chiarito allorchè il Sig. Magg. Oersfeld, a cui fu affidato dall'Accademia suddetta l'incarico di discutere il complesso delle osservazioni raccolte, avrà pubblicato il frutto delle sue dotte ricerche. Nella sola Italia superiore si ebbero le osservazioni corrispondenti fatte in 7 diversi luoghi; cioè a Milano, a Pavia, a Torino, a Padova, a Modena, a Bologna ed a Firenze; e di tutte queste avendo io potuto conservar copia non volli ommettere di applicarle alla ricerca delle variazioni orarie del barometro. Egli è ben vero che la mancanza delle osservazioni notturne, rompendo la continuità, rende l' eliminazione più laboriosa e nel tempo stesso meno esatti i valori che dall' eliminazione si deducono; ma ciò nulla ostante non sarà senza qualche utilità il vedere che nessuna delle serie che sottoporremo al calcolo; si sottrae dalle leggi generali delle oscillazioni che avevamo dedotte dalle sole osservazioni di Padova e di Milano.

62. Poichè troppo spazio occuperebbe in questa Memoria l' esposizione di tutte le osservazioni originali, ci limiteremo a trascrivere i medii delle altezze del barometro e del termometro unito, corrispondenti alle diverse ore di osservazione. Avvertiremo soltanto che dalla somma totale si sono ommessi quei giorni nei quali la serie delle osservazioni era rimasta incompleta; di modo che i medii che quì si riferiscono

risultano alcuni da 25, alcuni da 27, altri da 28, da 29 o da 31 termini.

Altezze medie del barometro osservate dal 18 Giugno al 18 Luglio 1823.

Ore	Milano	Pavia	Torino	Padova	Modena	Bologna	Firenze
20	333,250	334,428	327,235	336,468	336,133	334,389	336,222
22	333,280	334,369	327,297	336,457	336,107	334,437	336,212
0	333,200	334,296	327,374	336,447	336,010	334,309	335,761
2	333,088	334,176	327,429	336,411	335,827	334,139	335,944
4	333,010	333,931	327,158	336,314	335,677	333,999	335;846
6	332,946	333,903	327,187	336,190	335,643	333,969	335,838
8	333,034	333,990	327,252	336,336	335,976	334,074	336,061
10	333,146	334,217	327,261	336,407	335,900	334,186	336,281

Altezze medie del termometro unito.

20	+17,53	+16,66	+17,87	+17,96	+19,23	+21,25	+19,69
22	18,20	17,29	20,52	18,38	19,60	21,24	19,03
0	18,79	17,73	23,55	18,70	20,09	21,10	19,40
2	19,02	18,15	25,28	18,86	20,58	21,3	19,83
4	18,93	18,42	25,48	18,98	20,85	21,37	20,26
6	18,68	18,39	22,90	18,81	20,79	21,11	20,34
8	18,30	17,95	20,84	18,58	20,63	20,64	20,12
10	17,86	17,39	18,80	18,29	20,26	20,58	18,69

Altezze medie del barometro ridotte alla temperatura zero.

20	331,906	333,146	325,890	335,079	334,647	332,725	334,777	$=b^{\circ}$
22	331,885	333,039	325,753	335,035	334,592	332,804	334,741	$=b'$
0	331,760	332,963	325,603	335,000	334,458	332,688	334,263	$=b''$
2	331,632	332,781	325,528	334,952	334,238	332,503	334,413	$=b'''$
4	331,560	332,516	325,244	334,846	334,068	332,359	334,282	$=b^{\text{iv}}$
6	331,516	332,491	325,466	334,736	334,039	332,349	334,268	$=b^{\text{v}}$
8	331,632	332,611	325,685	334,899	334,383	332,489	334,507	$=b^{\text{vi}}$
10	331,778	332,880	325,839	334,992	334,336	332,605	334,836	$=b^{\text{vii}}$

63. Poichè le osservazioni cominciano dalle 8 ore della mattina supporremo che l'angolo h sia contato dal medesimo istante, ed assumendo la forma del valore di b stabilita pre-

cedentemente porremo in generale

$$b = x + y\sin.h + y'\cos.h + z\sin.2h + z'\cos.2h.$$

Le otto ore di osservazione ci daranno dunque otto equazioni di questa medesima forma le quali trattate col metodo de' minimi quadrati si ridurranno alle cinqne seguenti

$$3x + y\Sigma\sin.h + y'\Sigma\cos.h + z\Sigma\sin.2h + z'\Sigma\cos.2h = \Sigma b$$

$$x\Sigma\sin.h + y\Sigma\sin.^2 h + y'\Sigma\sin.h\cos.h + z\Sigma\sin.h\sin.2h + z'\Sigma\sin.h\cos.2h = \Sigma.b\sin.h$$

$$x\Sigma\cos.h + y\Sigma.\sin.h\cos.h + y'\Sigma\cos.^2 h + z\Sigma\cos.h\sin.2h + z'\Sigma\cos.h\cos.2h = \Sigma.b\cos.h$$

$$x\Sigma\sin.2h + y\Sigma.\sin.h\sin.2h + y'\Sigma\sin.2h\cos.h + z\Sigma\sin.^2 2h + z'\Sigma.\sin.2h\cos.2h = \Sigma.b\sin.2h$$

$$x\Sigma\cos.2h + y\Sigma.\sin.h\cos.2h + y'\Sigma.\cos.2h\cos.h + z\Sigma\sin.2h\cos.2h + z'\Sigma\cos.^2 2h = \Sigma.b\cos.2h$$

Ora si ha

$$\Sigma\sin.h = \sin.0^\circ + \sin.30^\circ \ldots\ldots + \sin.210^\circ = \frac{\cos.30^\circ}{\tan.15^\circ} = \frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}$$

$$\Sigma\cos.h = \cos.0 + \cos.30 \ldots\ldots + \cos.210 = -\cos.30^\circ = -\sin.60^\circ$$

$$\Sigma\sin.2h = \sin.0 + \sin.60 \ldots\ldots + \sin.420 = \sin.60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\Sigma\cos.2h = 2\cos.^2 30^\circ = \frac{3}{2}$$

$$\Sigma\sin.^2 h = \Sigma\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos.2h\right) = 4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\Sigma\cos.^2 h = \Sigma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos.2h.\right) = 4 + \frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

$$\Sigma\sin.h\cos.h = \frac{1}{2}\Sigma\cos.2h = \frac{1}{2}\sin.60^\circ$$

$$\Sigma\sin.h\sin.2h = \Sigma\left(\frac{1}{2}\cos.h - \frac{1}{2}\cos.3h\right) = -\frac{1}{2}\sin.60^\circ$$

$$\Sigma.\sin.h\cos.2h = \Sigma\left(\frac{1}{2}\sin.3h - \frac{1}{2}\sin.h\right) = -\frac{1}{2}\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}$$

$$\Sigma.\cos.h\cos.2h = \Sigma\left(\frac{1}{2}\cos.h + \frac{1}{2}\cos.3h\right) = -\frac{1}{2}\sin.60^\circ$$

$$\Sigma.\cos.h\sin.2h=\Sigma\left(\frac{1}{2}\sin.h+\frac{1}{2}\sin.3h\right)=\frac{1}{2}\,\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}$$

$$\Sigma.\sin.^2 2h \quad =\Sigma\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cos.4h\right)=4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$$

$$\Sigma.\cos.^2 2h \quad =\Sigma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos.4h\right)=4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}$$

$$\Sigma.\sin.2h\cos.2h=\frac{1}{2}\,\Sigma\sin.4h=\sin.60^\circ$$

dunque le equazioni da risolversi saranno

$$+8x+\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}y-\sin.60^\circ y'+\sin.60^\circ.z+\frac{3}{2}z'=\Sigma b$$

$$+\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}.x+\frac{13}{4}y+\frac{\sin.60^\circ}{2}y'-\frac{\sin.60^\circ}{2}z-\frac{1}{2}\,\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}z'=\Sigma.b\sin.h$$

$$-\sin.60^\circ.x+\frac{\sin.60^\circ}{2}y+\frac{19}{4}y'+\frac{1}{2}\,\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}z-\frac{\sin.60^\circ}{2}z'=\Sigma.b\cos.h$$

$$+\sin.60^\circ.x-\frac{\sin.60^\circ}{2}y+\frac{1}{2}\,\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}y'+\frac{15}{4}z+\frac{\sin.60^\circ}{2}z'=\Sigma.b\sin.2h$$

$$+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\,\frac{\sin.60^\circ}{\tan.15^\circ}y-\frac{1}{2}\sin.60^\circ.y+\frac{\sin.60^\circ}{2}z+\frac{17}{4}z'=\Sigma.b\cos.2h$$

ossia sostituendo i numeri

$$+8{,}00000.x+3{,}23205.y-0{,}86603.y'+0{,}86603.z+1{,}50000.z'=\Sigma.b$$
$$+3{,}23205.x+3{,}25000.y+0{,}43302.y'-0{,}43302.z-1{,}61602.z'=\Sigma.b\sin.h$$
$$-0{,}86603.x+0{,}43302.y+4{,}75000.y'+3{,}23202.z-0{,}86603.z'=\Sigma.b\cos.h$$
$$+0{,}86603.x-0{,}43302.y+3{,}23205.y'+3{,}75000.z+0{,}86603.z'=\Sigma.b\sin.2h$$
$$+1{,}50000.x-1{,}61602.y-0{,}86603.y'+0{,}86603.z+4{,}25000.z'=\Sigma.b\cos.2h.$$

64. I coefficienti numerici che entrano nei primi membri di queste equazioni rimangono i medesimi nelle diverse serie di osservazioni che si devono sottoporre al calcolo, cosicchè non resta che da formare per ciascuna di esse i valori dei secondi membri i quali si comporranno agevolmente osservando che si ha

$$\Sigma b = b^{\circ} + b' + b'' + b''' + b'^{\circ} + b^{\circ} + b^{\circ\prime} + b^{\circ\prime\prime}$$

$$\Sigma . b \sin . h = \frac{1}{2}(b' + b^{\circ} - b^{\circ\prime\prime}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(b'' + b'^{\circ}) + b'''$$

$$\Sigma . b \cos . h = \frac{1}{2}(b'' - b'^{\circ}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(b' - b^{\circ} - b^{\circ\prime\prime}) + b^{\circ} - b^{\circ\prime}$$

$$\Sigma . b \sin . 2h = \frac{\sqrt{3}}{2}(b' + b'' - b'^{\circ} - b^{\circ} + b^{\circ\prime\prime})$$

$$\Sigma . b \cos . 2h = \frac{1}{2}(b' - b'' - b'^{\circ} + b^{\circ} + b^{\circ\prime\prime}) + b^{\circ} - b''' + b^{\circ\prime}.$$

65. Sostituendo ora le quantità date dalle osservazioni si avrà pei diversi luoghi di stazione

	Milano	Pavia	Torino	Padova	Modena	Bologna	Firenze
Σb	+2653,669	2662,397	2605,008	2679,539	2674,761	2660,553	2676,087
$\Sigma b \sin . h$	+1071,896	1075,400	1051,867	1082,445	1080,347	1074,725	1080,476
$\Sigma b \cos . h$	− 286,634	287,067	281,553	289,596	288,606	287,212	289,306
$\Sigma b \sin . 2h$	+ 287,821	289,119	282,738	290,498	290,358	288,725	290,369
$\Sigma b \cos 2h$	+ 497,835	499,456	489,153	502,484	502,013	499,090	502,521

Formando poi con questi dati i diversi sistemi d' equazioni ed eliminando le incognite, si avranno per ciascuno di essi i valori seguenti di b

Milano	b=331,7412	−0,1513.sin.h	+0,1414.cos.h	+0,0535.sin.2h	−0,0102.cos.2h
Pavia	b=332,9584	−0,2981.	+0,2669.	+0,0657	−0,0885
Torino	b=325,7259	−0,2587.	+0,1076.	+0,0932	+0,0355
Padova	b=335,0302	−0,1645.	+0,1124.	+0,0348	−0,0691
Modena	b=334,3405	−0,0294.	+0,1675.	+0,1278	+0,1111
Bologna	b=332,5908	−0,0591.	+0,1420.	+0,1134	+0,0283
Firenze	b=334,7482	−0,5075.	+0,1617.	+0,0063	−0,0832

o sia, riunendo i seni e i coseni dello stesso angolo

Milano $b=331,7812+0,2071.\sin(136^\circ.56'+h)+0,0544.\sin.(349^\circ.13'+2h)$

Pavia $b=332,9584+0,4001.\sin.(138.\ 9\ +h)+0,1112.\sin.(306.\ 36+2h)$

Torino $b=332,7259+0,2811.\sin.(157.\ 30+h)+0,0997.\sin.(\ 20.\ 50+2h)$

Padova $b=335,0302+0,1992.\sin.(145.\ 40+h)+0,0774.\sin.(296.\ 44+2h)$

Modena $b=334,3405+0,1701.\sin.(109.\ 57+h)+0,1693.\sin.(\ 40.\ 59+2h)$

Bologna $b=332,5908+0,1539.\sin.(112.\ 35+h)+0,1169.\sin.(\ 14.\ 11+2h)$

Firenze $b=334,7482+0,5326.\sin.(162.\ 20+h)+0,0836.\sin.(274.\ 19+2h)$.

66. I termini che esprimono l'oscillazione fisica dell'Atmosfera presentano una grande uniformità, essendo i coefficienti di sin.h tutti negativi, e quelli di cos.h tutti positivi: per lo che le costanti dell'argomento vengono ad esser tutte comprese nel secondo quadrante, e nei limiti di 110° a 162°. Lo stesso accordo sussiste per rispetto alle osservazioni fatte a Milano ed a Padova, fra queste dell'estate dell'anno 1823, e le altre degli anni 1827, 1778 calcolate di sopra. I termini all'opposto che rappresentano l'oscillazione dinamica vanno soggetti a notabili varietà di grandezza, e di segno le quali meritano d'esser più a lungo studiate. A noi basterà per ora l'aver mostrato come questi fenomeni, a primo aspetto tanto variabili, si possano fino ad un certo segno sottomettere alla precisione del calcolo.

67. Dopo avere discusse le piccole oscillazioni del barometro che dipendono dall'azione fisica e dinamica del sole passeremo ad esporre alcune indagini totalmente empiriche relative alle variazioni accidentali ed a lungo periodo che risultano dalle osservazioni contemporanee fatte nel 1823. Il primo fenomeno che ci si offre da considerare si è quello delle escursioni ossia delle differenze fralle massime e le minime altezze osservate in tempi successivi. È noto che queste escursioni sono assai minori nei luoghi più elevati; ma qui, dove le diversità di livello frai punti di stazione sono poco considerabili, troviamo che le più grandi escursioni non cor-

rispondono sempre alle minori elevazioni. Ecco in qual modo abbiamo formata la seguente tabella che rappresenta le circostanze di questo fenomeno. Dai registri delle osservazioni barometriche fatte nei diversi luoghi dal 18 Giugno al 18 Luglio 1823 abbiamo estratte le altezze massime e minime successive, escludendo però le piccole ondulazioni minori d'un quarto di linea, le quali possono attribuirsi alle oscillazioni orarie. Prese poi le successive differenze frai massimi e i minimi si ebbero i valori di ciascuna escursione. Fatta separatamente la somma di quelle osservate in ciascun luogo, e divisa per 12, che è il numero delle grandi oscillazioni le quali ebbero luogo nell'accennato intervallo di tempo, si ottennero i valori medii delle escursioni stesse che abbiamo scritti nella seconda colonna della tabella mettendoli per ordine di grandezza. A lato a questi abbiamo riferite le costanti delle altezze del barometro che possono servirci a riconoscere le rispettive differenze d'elevazione sul livello del mare.

Luoghi d'osservazione	Medio dell'escursione del Barometro	Alt. media barometrica
	lin.	lin.
Padova	2, 39	335, 03
Firenze	2, 47	334, 75
Milano	2, 83	331, 74
Bologna	3, 02	332, 59
Modena	3, 06	334, 34
Pavia	3, 13	332, 96
Torino	3, 16	325, 73.

È cosa ben singolare il vedere che in quest'intervallo di tempo le escursioni più considerabili si osservarono a Torino, cioè nel luogo più elevato, e le minori a Padova, cioè nel luogo più basso.

68. Passeremo ora al confronto dei tempi corrispondenti alle grandi oscillazioni atmosferiche, onde vedere se queste

sono contemporanee oppure successive pei luoghi posti sotto diversi meridiani o sotto diversi paralleli. Questo confronto suole farsi notando i tempi corrispondenti alle massime ed alle minime altezze barometriche; ma se ben si riflette si scorgerà che questi punti di paragone sono i meno opportuni all' intento, rimanendo di sua natura sempre incerto il preciso istante in cui ha luogo il massimo e il minimo d'una quantità che sia funzione del tempo. Noi abbiamo per ciò preferito di notare i momenti in cui per ciascun luogo il barometro giungeva all' altezza media fralla massima e la minima escursione precedente e seguente. Paragonando poi gl' istanti in cui il barometro arrivò nei diversi luoghi ai limiti suddetti, con quelli osservati a Milano, risultò l'anticipazione o il ritardo dedotto dal medio di undici termini come segue.

Pavia anticipazione, ore	$1^h, 9$
Torino ritardo	0, 5
Padova ritardo	3, 4
Modena anticipazione	0, 9
Bologna id.	0, 6
Firenze id.	2, 2

69. Supponiamo che il ritardo rispettivamente a Milano sia espresso da una costante incognita x moltiplicata per la differenza di longitudine, più un' altra incognita y moltiplicata per la differenza di latitudine, avremo le sei equazioni

$$\begin{aligned} 0\,x - 17.y &= -1^h,9 \\ -6\,x - 24.y &= +0,5 \\ +11.x - 4.y &= +3,4 \\ +7.x - 49.y &= -0,9 \\ +8.x - 58.y &= -0,6 \\ +8.x - 102.y &= -2,2. \end{aligned}$$

Alle quali applicando il metodo de' minimi quadrati si avrà

$$\begin{aligned} 334.x - 1523.y &= +5,7 \\ -1523.y + 17050.y &= +310,0 \end{aligned}$$

e quindi $x = +0,167, \quad y = +0,033.$

70. Sia α la longitudine, β la latitudine di Milano e siano $\alpha+p$, $\beta+q$ la longitudine e la latitudine di un altro paese, t il tempo in cui l'oscillazione atmosferica arriva a Milano al punto di mezzo della sua escursione, $t+\theta$ quello in cui vi arriva nel paese suddetto; si avrà (con quel grado di probabilità che si può attendere trattandosi di fenomeni tanto irregolari) $t+\theta=t+\frac{p}{6}+\frac{q}{30}$, ritenendo che p è espresso in minuti di tempo ed è positivo pei paesi posti all' Est di Milano; q è espresso in minuti di grado, ed è positivo pei paesi posti al Nord. I tempi t e θ poi sono espressi in ore e frazioni decimali di ora.

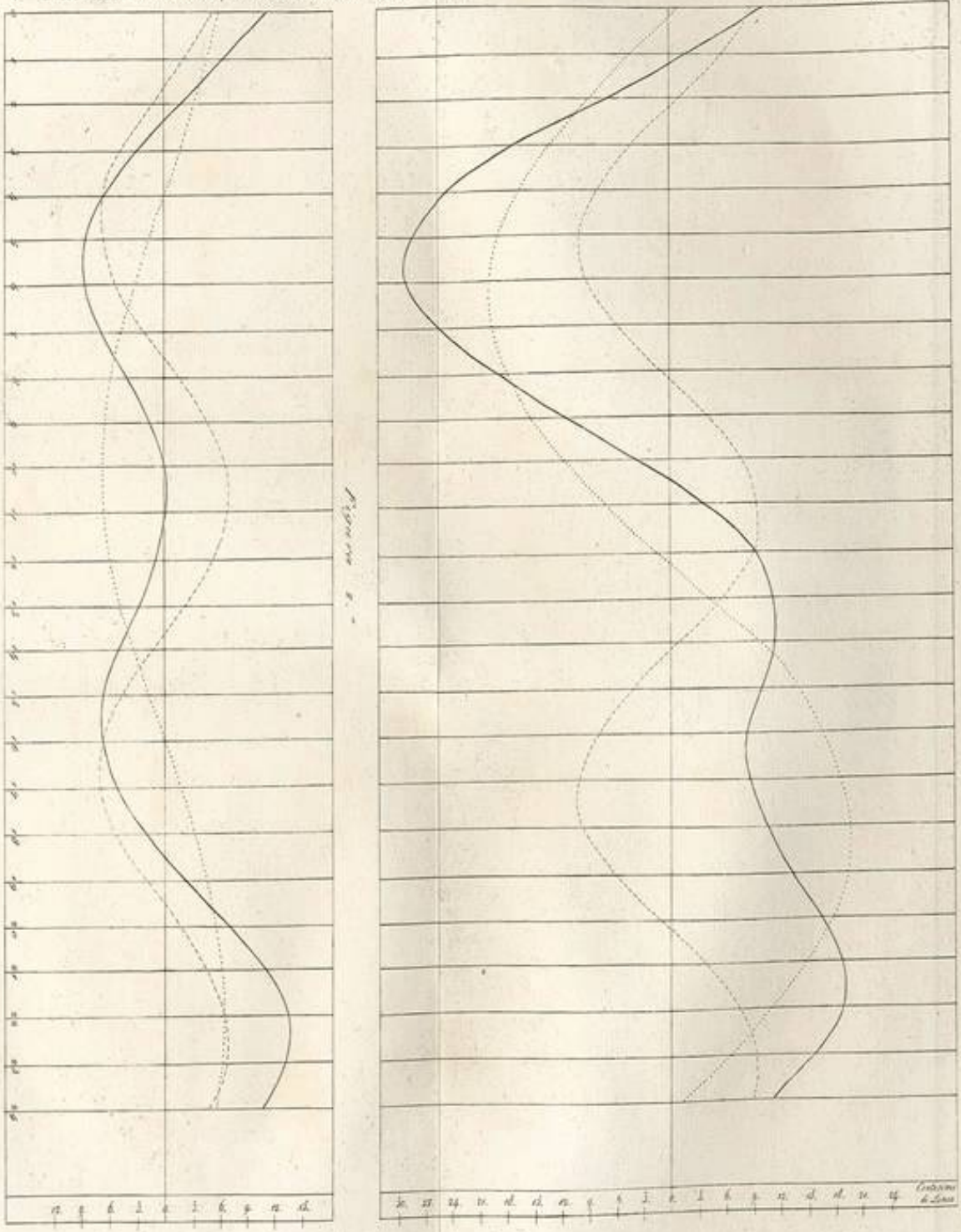
Se si vuole θ espresso in minuti di tempo si avrà

$$\theta=10p+2q.$$

71. Poichè in queste formule abbiamo indicato con θ l'ora contata sotto il meridiano rispettivo de' diversi luoghi, sarà facile il dedurre il corrispondente tempo θ' contato sotto il meridiano di Milano, giacchè si avrà $\theta'=\theta-p$; sarà dunque fatta la sostituzione

$$\theta'=9p+2q.$$

Questa formula ci mostra che, generalmente parlando, le oscillazioni atmosferiche si propagarono da Occidente in Oriente e dal Sud al Nord. Volendo poi conoscere prossimamente l'angolo di direzione della linea lungo la quale si fece la propagazione delle onde, convien ridurre la quantità p nella stessa unità di misura colla quale è espressa la quantità q, ed essendo sotto la nostra latitudine un minuto di tempo in longitudine $=10'$ di arco di circolo massimo sarà $\theta'=0{,}9\,p'+2q$, e la tangente della cercata inclinazione $=\frac{0.9}{2}=\tan.24^\circ$ contando quest' angolo di 24° dal Nord andando all' Est. La linea perpendicolare a questa e per conseguenza inclinata di 66° al meridiano andando dal Sud verso l'Est, segnerà la posizione dei luoghi nei quali le oscillazioni barometriche hanno dovuto essere contemporanee a quelle osservate a Milano.



Scala delle altezze nel rapporto di 100 ad 1.

Quest' ultima direzione non si allontana gran fatto da quella segnata dal continente d' Italia o dalle coste dell' Adriatico, cosicchè dalla configurazione stessa del nostro suolo potrebbe trarsi una spiegazione plausibile dei fenomeni che abbiamo qui preso ad esaminare.

72. Vediamo per ultimo se si verifica ciò che da alcuni è stato avvertito circa il verso pel quale più rapidamente si propagano le grandi oscillazioni atmosferiche. A questo fine converrà rappresentare con una espressione della forma $px+qy$ il valor medio delle anticipazioni o dei ritardi osservati, preso senza aver riguardo ai segni positivi e negativi. Questi medii risultano

per Pavia	ore 2,1	onde si hanno le equazioni $0.x+17.y=2,1$
Torino	1,9	$6.x+24.y=1,9$
Padova	6,1	$11.x+4.y=6,1$
Modena	1,8	$7.x+49.y=1,8$
Bologna	2,5	$8.x+58.y=2,5$
Firenze	2,5	$8.x+102.y=2,5$

dalle quali risulta

$$334.x+1811.y=131,1$$
$$1811.x+17010.y=593,9$$

e quindi $x=0,4670$, $y=-0,0137$.

73. Se si esprime la differenza di longitudine in minuti di arco di circolo massimo; il coefficiente x si cambierà in $x=0,0467$ rimanendo $y=-0,0137$, onde può conchiudersi che le oscillazioni atmosferiche si propagarono tre o quattro volte più rapidamente in longitudine che in latitudine.

Queste conclusioni non devono considerarsi che come un abozzo di quelle che converrebbe dedurre dal paragone delle osservazioni continuate per un gran numero d'anni. Ciò nulla ostante non ci è sembrato del tutto inutile il presentar quì i risultati delle poche osservazioni delle quali potevamo far uso, sperando che da essi possa trarsi qualche norma per istabilire un piano generale d' osservazioni meteorologiche che riesca il più opportuno allo studio de' fenomeni atmosferici.