FORMULE PER CORREGGER LE DEVIAZIONI D' UN ISTROMENTO DE' TRANSITI

DI ANTONIO CAGNOLI

Ricevute il dì 26 Marzo 1801.

Li miei pregiati amici, Lalande (*Astron.* 2607), e Lambre (*Con. des Temps*, 1792) han prodotto ad uso publico formule e tavole per emendare le deviazioni d' un Istromento de' passaggi, supponendolo senza errore al zenit. Io mi propongo un problema più generale: *Determinare le deviazioni d' un cannocchiale, il qual descriva un circolo massimo, tagliando il meridiano in qualsivoglia punto*.

Intraprese a risolverlo Bernoulli (*Recueil pour les astronomes*, Tom. I); ma per essersi avvenuto in espressioni avviluppate, ed in parte illusorie, lasciò aperta la speranza a migliori successi. Qualunque siano i miei, m' incoraggia ad esporgli lo scopo; il qual certamente non parmi di poca importanza ed utilità. Imperocchè l' astrignere un tubo astronomico a girar nel piano d' un cerchio massimo dipende in vero da operazioni meccaniche agevolissime, con chiarezza insegnate dal Lalande (2600). Ma non sono, a mio credere, ugualmente facili e sicure quelle altre, ch' Egli addita (2602, 2603), per conseguire che il detto cerchio sia un verticale.

Anzi ad esse antepongo, se pur non manchi per avventura un quadrante mobile, le altezze corrispondenti d' una stella, che passi da presso al zenit; le quali hanno anche il pregio di poterlesi compiere senza interruzione, e con grand' esattezza (Aubert, *Philosophical Transactions*, 1776). Checchè ne sia, la deviazione al zenit ben potrà meccanicamente ridursi tenue, ma non sarà mai così agevole da evitare del tutto, come da correggere dopo svelata a puntino dalle mie formule. Di-

Distinguo il problema in tre casi, che abbracciano ogni occorrenza: ed assumo sempre, che niun errore ne' transiti o nelle loro differenze, ecceda 4 minuti di tempo; talchè gli angoli al polo, costituenti gli errori, permettano sostituir l' unità ai loro coseni, e sè medesimi ai loro seni.

PROBLEMA I.

Trovare l' error del passaggio osservato d' un astro, relativamente a due stelle, delle quali sia nota la differenza d' ascensione retta.

Sia P il polo (*Fig.* 1 e 2); PMER il meridiano dell' osservatore, FIL il cerchio descritto dal filo vertical del cannocchiale; FM, EI li paralleli delle due stelle, passate per F, I; LR il parallelo dell' astro comparato ad esse: quindi FPI l' error dell' osservazione nella differenza data d' ascensione retta; IPL, o FPL l' error che si cerca.

$$\text{Ora}\quad \text{tang.FIP} = \frac{\text{sen.FPI}}{\text{sen.PI cot.PF} - \text{cos.PI cos.FPI}} = \frac{\text{FPI}}{\text{sen.PI cot.PF} - \text{cos.PI}} = -\ \text{tang.PIL} = -\frac{\text{sen.IPL}}{\text{sen.PI cot.PL} - \text{cos.PI cos.IPL}} = -\frac{\text{IPL}}{\text{sen.PI cot.PL} - \text{cos.PI}}.$$

$$\text{Però}\ \frac{\text{FPI sen.PF}}{\text{sen.PI cos.PF} - \text{cos.PI sen.PF}} = -\frac{\text{IPL sen.PL}}{\text{sen.PI cos.PL} - \text{cos.PI sen.PL}},$$

$$\text{o vero}\ \frac{\text{FPI sen.PF}}{\text{sen.(PI} - \text{PF)}} = -\frac{\text{IPL sen.PL}}{\text{sen.(PI} - \text{PL)}} = \frac{\text{IPL sen.PL}}{\text{sen.(PL} - \text{PI)}}.$$

$$\text{Similmente si trova}\ \frac{\text{FPI sen.PI}}{\text{sen.(PI} - \text{PF)}} = \frac{\text{FPL sen.PL}}{\text{sen.(PL} - \text{PF)}}.$$

Adunque dicendo e l' error noto FPI; z l' ignoto IPL o FPL; D la declinazion della stella, rispetto a cui vuol sapersi l' errore z; d la declinazione dell' altra stella; δ la declinazione dell' astro ad esse paragonato; sarà

(A)

$$(\mathrm{A}) \ldots \ldots z = \frac{e \cos.d \;\mathrm{sen.}(D \backsim \delta)}{\cos.\delta \;\mathrm{sen.}(D \backsim d)};$$

la qual formula si riduce anco, per cui piacesse più, (*Trigonom.* Tav. II, form. 24ª)

$$z = e \times \frac{\mathrm{tang.}D \backsim \mathrm{tang.}\delta}{\mathrm{tang.}D \backsim \mathrm{tang.}d}.$$

Il segno $\backsim$, significante *differenza positiva*, diventa $+$, quando le declinazioni siano di nome diverso, cioè l'una boreale, l'altra australe: o quando i passaggi siano stati osservati, un di sopra, l'altro di sotto del polo.

E' manifesto che quanto più grande sia la quantità $(D \backsim d)$, tanto più fia sicuro il valore di z.

Niun potrà poi sbagliare nell' applicarlo, poichè dall' esser la differenza data, nell' ascensione retta, maggiore o minore dell' osservata, intenderà ciascun di leggieri, se il piano del cerchio descritto dal cannocchiale passi a ponente o vero a levante del polo. Per esempio, *il piano del cerchio descritto dal cannocchiale passa a occidente del polo, se la stella più vicina al polo precede la più lontana, e se la differenza data d' ascensione retta è maggiore della osservata*: quest' è il caso delle figure 1 e 2. All' incontro *passa ad oriente del polo*, se delle due condizioni ora espresse una sola si muti: e questo sarebbe il caso delle stesse figure, guardate di dietro per trasparenza. Conosciuta la giacitura del piano in cui s' aggira il cannocchiale, sarà tosto patente col favor delle regole stesse, se al transito dell' astro paragonato debba detrarsi od aggiungersi la quantità z: ne darò degli esempj. Che se la stella fosse una sola, osservata di sopra e di sotto al polo, allora la prima delle due condizioni cesserebbe, e sarebbe operativa unicamente la seconda.

Le mie formule sussistono, quand' anche non siavi deviazione al zenit. Di fatti sia questo il punto C della fig. 2: non per ciò va soggetta a cangiamento veruna quantità contenuta in esse formule. Sono dunque, per la loro generalità, degne d' un posto sopra tutt' altre ne' Trattati d' Astronomia.

PRO-

PROBLEMA II.

Dato l' error del passaggio in due punti, determinare la deviazione al zenit, e quella nell' orizzonte.

Sia P il polo (*fig.* 3), Z il zenit, PZH il meridiano, H la sua intersecazione con l' orizzonte, FIL il cerchio descritto dal cannocchiale. Sono dati due errori di transito, quali IPM, LPE. Se nell' arco FIL si piglia un punto F distante 90° dal punto H, e se li due punti si uniscono col quadrante FBH; la deviazione al zenit è misurata dall' angolo H, e quella nell' orizzonte dall' angolo F.

Ora $\mathrm{IPM} = \frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{sen.PM}} = \frac{\mathrm{BM}+\mathrm{BI}}{\mathrm{sen.PM}}$; e poichè $\mathrm{BM} = \mathrm{H} \times \mathrm{sen.MH}$, e $\mathrm{BI} = \mathrm{F}\ \mathrm{sen.BF} = \mathrm{F}\ \mathrm{cos.MH}$; quindi $\mathrm{IPM} = \frac{\mathrm{H\ sen.MH} + \mathrm{F\ cos.MH}}{\mathrm{sen.PM}}$. Allo stesso modo, $\mathrm{LPE} = \frac{\mathrm{DL}+\mathrm{DE}}{\mathrm{sen.PE}} = \frac{\mathrm{F\ cos.EH} + \mathrm{H\ sen.EH}}{\mathrm{sen.PE}}$.

Adunque fatto $\mathrm{F}=x$, $\mathrm{H}=y$, $\mathrm{IPM}=m$, $\mathrm{LPE}=n$, l' altezza maggiore $\mathrm{MH}=A$, la minore $\mathrm{EH}=a$, la declinazion dell' astro più elevato $=D$, la declinazion dell' altro $=d$, abbiamo

$$(\mathrm{B}) \ldots\ m = \frac{y\ \mathrm{sen.}A + x\ \mathrm{cos.}A}{\mathrm{cos.}D},$$

$$(\mathrm{C}) \ldots\ n = \frac{y\ \mathrm{sen.}a + x\ \mathrm{cos.}a}{\mathrm{cos.}d}.$$

Dalle quali equazioni si trae, per soluzion del problema,

$$(\mathrm{D}) \ldots\ y = \frac{m\ \mathrm{cos.}a\ \mathrm{cos.}D - n\ \mathrm{cos.}A\ \mathrm{cos.}d}{\mathrm{sen.}(A-a)}$$

$$(\mathrm{E}) \ldots\ x = \frac{n\ \mathrm{sen.}A\ \mathrm{cos.}d - m\ \mathrm{sen.}a\ \mathrm{cos.}D}{\mathrm{sen.}(A-a)}$$

Cangiando in queste il segno di m o di n, quando l' osservazion respettiva sia più tarda del computo, le deviazioni y, x saranno a ponente del meridiano, se riescano negative.

COROLLARIO I.

Se si voglia conoscere l' errore z del transito per qualunque altro punto, dove α sia l' altezza della stella, δ la declinazione; bisogna sempre trovare in prima i valori delle x, y: quindi ci si offre, come nelle formule (B), (C),

$$z = \frac{y \text{ sen.}\alpha + x \cos.\alpha}{\cos.\delta}.$$

COROLLARIO II.

Che se bramate sapere, in qual punto il cerchio descritto dal cannocchiale taglia il meridiano, ponete $z=0$, e conseguirete

$$\text{tang.}\alpha = -\frac{x}{y}.$$

COROLLARIO III.

Ma se la deviazione al zenit fosse nulla, allora $y = 0$, e per valutare x basta conoscer l' errore del transito in un punto solo; traendosi dalle formule (B), (C)

$$x = \frac{m \cos.D}{\cos.A} = \frac{n \cos.d}{\cos.a}.$$

Di quì piglia Lambre le mosse.

COROLLARIO IV.

Se stando $y = 0$, niun errore assoluto di transito fosse dato, ma solamente la differenza IPL $= m - n$, di due errori (quest' è l' unica ipotesi di Lalande, e di Lambre); in tal caso le formule (B), (C) danno $m - n = \frac{x \cos.A}{\cos.D}$ —

$$-\frac{x\cos.a}{\cos.d}=x\times\frac{\cos.A\ \cos.d-\cos.a\ \cos.D}{\cos.D\ \cos.d}\text{; donde}$$

$$x=\frac{(m-n)\cos.D\ \cos.d}{\cos.A\ \cos.d-\cos.a\ \cos.D}.$$

Quest' è la formula di Bernoulli (pag. 54).

Si converte in quella più semplice di Lalande (2607), nominando λ la latitudine dell' Osservatore, e introducendola in vece delle altezze. Imperocchè $A=\mathrm{MH}=\mathrm{PH}-\mathrm{PM}$ $=90°+\mathrm{PZ}-(90°-D)=\mathrm{PZ}+D=90°-\lambda+D$ $=90°-(\lambda-D)$; laonde $\cos.A=\mathrm{sen.}(\lambda-D)=$ $\mathrm{sen.}\lambda\ \cos.D-\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}D$. Similmente $\cos.a=\mathrm{sen.}(\lambda-d)$ $=\mathrm{sen.}\lambda\ \cos.d-\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}d$. Sostituendo questi valori nell' equazion Bernulliana, e riducendo, emerge quella di Lalande

$$(\mathrm{F})\ \ldots\ x=\frac{(m-n)\cos.D\ \cos.d}{\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}(d-D)},$$

o pur la seguente di Lambre

$$x=\frac{m-n}{\cos.\lambda\,(\mathrm{tang.}d-\mathrm{tang.}D)}.$$

E' da mutare il segno alle declinazioni australi, e per conseguenza alle loro tangenti; non che da far negativo $\mathrm{sen.}(d-D)$, qualunque volta $(d-D)$ sia quantità negativa: e così sempre in progresso.

COROLLARIO V.

Che se con li dati del Corollario IV si voglian determinare le deviazioni assolute; posto in equazione il valore (F) della x con quelli del Corollario III, si cava

$$(\mathrm{G})\ \ldots\ m=\frac{(m-n)\cos.A\cos.d}{\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}(d-D)}=\frac{(m-n)\ \mathrm{sen.}(\lambda-D)\ \cos.d}{\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}(d-D)};$$

$$(\mathrm{H})\ \ldots\ n=\frac{(m-n)\cos.a\ \cos.D}{\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}(d-D)}=\frac{(m-n)\ \mathrm{sen.}(\lambda-d)\cos.D}{\cos.\lambda\ \mathrm{sen.}(d-D)};$$

alle quali equazioni, comuni al Lalande, giunge anche Bernoulli con molta fatica (pag. 50 a 56).

COROLLARIO VI.

Se il cannocchiale deviasse al zenit e non deviasse all' orizzonte, allora $x = o$, e l'equazioni (B), (C) somministrano $m = \frac{y \text{ sen.} A}{\cos. D}$, $n = \frac{y \text{ sen.} a}{\cos. d}$; quindi $m - n = y \times \frac{\text{sen.} A \cos. d - \text{sen.} a \cos. D}{\cos. D \cos. d}$: donde tratto il valore della y ed introdottavi λ come nel Corollario IV, sorge

$$y = \frac{(m-n) \cos. D \cos. d}{\text{sen.} \lambda \text{ sen.} (D-d)};$$

la qual formula fa conoscere la deviazione al zenit, data la differenza d'error di due transiti.

Che se si domandi l'errore assoluto in ciascuno di questi, convien surrogare nelle due prime equazioni del presente Corollario il valore or trovato della y, e tosto ne nasce

$$m = \frac{(m-n) \text{ sen.} A \cos. d}{\text{sen.} \lambda \text{ sen.} (D-d)} = \frac{(m-n) \cos. (\lambda - D) \cos. d}{\text{sen.} \lambda \text{ sen.} (D-d)};$$

$$n = \frac{(m-n) \text{ sen.} a \cos. D}{\text{sen.} \lambda \text{ sen.} (D-d)} = \frac{(m-n) \cos. (\lambda - d) \cos. D}{\text{sen.} \lambda \text{ sen.} (D-d)};$$

formule ben più semplici e comode di quelle di Bernoulli pag. 58).

SCOLIO.

L'Autore testè nominato pretende (pag. 62) risolvere il Problema II, *date le differenze dell' errore di tre passaggi;* dati, per esempio, gli angoli FPI, IPL (*fig.* 1); e cade in formule involutissime, che a nulla poi giovar possono, stante che allora il problema è indeterminato. Quante si vogliano differenze d'errore ne' transiti non condurranno mai a scoprire niun errore assoluto, qualor non suppongasi nulla la deviazione al zenit, o pur quella nell' orizzonte. E' cosa chiara, che l'angolo LPR e gli angoli FPI, IPL non hanno alcuna dipendenza reciproca, quando non sia conosciuto il pun-

punto d' intersecazione del meridiano PR col cerchio FIL descritto dal cannocchiale.

Poteva il citato Autore accorgersi dell' indeterminazion del problema anche per la strada analitica da lui battuta. Imperocchè, detto p il terzo errore assoluto, oltre m, n, il suo valore sarà della forma (B), (C); vale a dire $p = \frac{y \text{ sen.}\alpha + x \cos.\alpha}{\cos.\delta}$. Adoprando questo, e gli altri valori simili di m, n, fo per brevità $m - n = X$, $n - p = Y$, $m - p = Z$. Li primi membri di quest' equazioni son dati, ma nè da due di esse, nè da tutte tre si potranno mai ricavare i valori delle due quantità ignote x, y; poichè la terza equazione essendo uguale alla somma delle due altre, da ogni pajo d' equazioni uscirà sempre la terza, e le tre non saran mai che una, cioè $X + Y = Z$.

TEOREMA.

Gli errori de' due passaggi delle stelle circompolari sono come le tangenti delle declinazioni.

Sia HPB il meridiano (*fig.* 4 e 5), FGE il cerchio descritto dal cannocchiale, C la loro intersecazione in qualsivoglia punto del meridiano, P il polo; GM, AD il parallelo d' una stella circompolare; FH, BE il parallelo d' un' altra: GPM ± DPA è l' error dei due transiti della prima; FPH ± BPE l' error dei due transiti della seconda: spettando il segno + al caso della fig. 4, il segno — al caso della fig. 5.

Dico essere FPH ± BPE : GPM ± DPA :: cot.BP : cot.AP.

Di fatti FPH $= \frac{FH}{\text{sen.}PH} = \frac{C \text{ sen.}CH}{\text{sen.}BP}$. Similmente BPE $= \frac{C \text{ sen.}CB}{\text{sen.}BP}$. Dunque (*fig.* 4), FPH + BPE $= \frac{C}{\text{sen.BP}}$ (sen.CH + sen.CB). Ma CH = CP + BP, e CB =

CP

CP — BP; poi sen. (CP + BP) + sen. (CP — BP) = 2 sen. CP cos. BP. Per conseguente FPH + BPE = 2 C sen. CP cot. BP. Nel modo stesso si trova GPM + DPA = 2 C sen. CP cot. AP. Dunque FPH + BPE : GPM + DPA :: cot. BP : cot. AP; come dovea dimostrarsi.

Pel caso, in cui le deviazioni sian da parte contraria del meridiano, come nella fig. 5, col medesimo metodo si rinviene FPH — BPE : GPM — DPA :: cot. BP : cot. AP; il che ec.

COROLLARJ.

Questo Teorema, comechè semplice e nuovo, non è d' utilissimi servigi infecondo.

I. Serve a criterio della bontà delle osservazioni circompolari: perciocchè il tempo della semirivoluzione essendo notissimo, le differenze da questo esser debbono proporzionali alle tangenti delle rispettive declinazioni.

II. I due transiti d' una sola stella circompolare bastano per correggere il passaggio unico d' ogni altra stella, circompolare o no. Imperocchè sia FPH ± BPE (*fig.* 4 e 5) l' errore osservato nella semirivoluzion d' una stella circompolare. L' analogia del teorema paleserà l' error GPM ± DPA per qualunque altra declinazione. Sottraendo l' uno dall' altro, abbiamo GPM ± DPA — (FPH ± BPE) = GPF + DPE. Ma questi due angoli sono uguali. E vaglia il vero; PE = PF, laonde PED = PFG: similmente PD = PG, conseguentemente PDG = PGD; e quindi PDE = PGF. Sono dunque due triangoli, GPF, DPE, che hanno uguali uno all' altro due lati e i due angoli opposti. Sarà uguale anche il terzo angolo (*Trigonom.* 409); salvo l' unico caso a noi quì non appartenente, che ciascun de' due angoli rispettivamente uguali fosse retto. E' dunque dimostrato GPF = DPE. Per tanto se piglisi la differenza dall' errore osservato (FPH ± BPE) all' error (GPM ± DPA) valutato mediante il teorema, la metà d' essa differenza sarà l' error DPE, o pur

GPF

GPF, del passaggio d' un astro osservato in E ovvero in F, relativamente al transito d' una stella osservata in D ed in G. A ciò riescono anche le formule del Problema I, facendovi $D = d$.

III. I due transiti d' una stella circompolare, uniti al conoscimento d' una deviazione assoluta in qual che siasi punto, conducono a discoprirla in ogni altro punto. Siano in E ed in F li due passaggi osservati, DPA la deviazione nota; il teorema porge il valore di (GPM ± DPA): se ne conchiude la deviazion GPM; ed ogni altra, col mezzo del Corollario antecedente, il qual somministra le differenze di deviazione.

SCOLIO.

All' osservazion dei due transiti d' una stella circompolare obbietta il Lambre: 1.° che rare volte si può mandarla ad effetto; 2.° che nell' intervallo di dodici ore potrebbero e pendolo e cannocchiale patir qualche variazione. Rispondo al primo; che giova praticarla più spesso che si può. Al secondo; che ogni altra osservazione, paragonata separatamente a ciascun dei due transiti, non lascierà occulte, col divario de' risultamenti, le irregolarità succedute per avventura negl' istromenti.

ESEMPJ.

La notte dei 7 Novembre 1783 ho preso in Parigi le altezze corrispondenti della 80 del Cigno, ed osservati li due passaggi, così di questa, che di quattro altre stelle circompolari. Detratta la variazion semidiurna del pendolo, gli errori congiunti del doppio transito al filo del cannocchial meridiano uscirono in tempo, come segue.

Stel-

Stelle.	*Declinazione.*	*Errori.*	*Calcolati.*
80 del Cigno	50° 13′	1″, 2	1″, 20
10 di Cefèo	60 8	1, 7	1, 74
5	61 41	1, 5	1, 86
8	69 37	2, 6	2, 69
77 del Dragone	77 14	5, 2	4, 41

Supponendo buone le osservazioni della prima stella, perchè il suo moto più rapido ammette in quelle maggior precisione, e perchè men si sconciano le altre; la proporzione delle tangenti, secondo il teorema, dimanda gli errori scritti nella quarta colonna. Lievi appariscono quindi le mancanze dell' Osservatore; montando insieme ne' due transiti, a 0″, 36 per la 5 di Cefèo; a 0″, 8 per la 77 del Dragone; ed essendo di niun rilievo per le altre due stelle. Ecco, a tenor del Corollario I del Teorema, assicurata la bontà di tre osservazioni, e resa probabile quella delle due men perfette, qualor si correggano i respettivi eccessi, metà nell' uno, metà nell' altro passaggio.

La deviazione assoluta per la 80 del Cigno, manifestata dalle altezze corrispondenti, fu in tempo 1″, 88 a levante. Dunque stata sarà sotto il polo 0″, 68 a ponente; affinchè le due insieme compongano l' errore osservato 1″, 2 relativo al caso della fig. 5. Si può conchiuder le deviazioni assolute in qualunque punto, a tenor del Corollario III del Teorema.

Verbigrazia, la somma degli errori, per la 77 del Dragone, corretta, è 4″, 41. Ora 4″, 41 — 1″, 20 = 3″, 21; la cui metà 1″, 605 sommata con 1″, 88 deviazione orientale, dà 3″, 485 per deviazione assoluta sopra il polo, parimente orientale; e sottratta da 0″, 68 deviazione occidentale, produce — 0″, 925 deviazion negativa, cioè a parte opposta, per conseguenza orientale, sotto il polo.

Sempre si dee sommare di sopra al polo, e sottrar di sotto: purchè si cominci l' operazione col diffalcare la somma delle deviazioni note dalla somma delle ignote. Inoltre alle de-

deviazioni assolute si cangino i segni, volendo correggere i transiti sotto il polo.

Mettiamo alla prova queste regole, indagando le deviazioni al zenit e nell' orizzonte. La declinazione del zenit è 48° 52', cioè la latitudine della mia Specola Parigina. Abbiamo dal teorema 1'', 14 per somma delle due deviazioni ignote, a quella declinazione. Per tanto 1'', 14 — 1'', 20 = — 0'', 06; la cui metà — 0'', 03 aggiunta a 1'', 88 deviazione orientale produce 1'', 85 deviazione in tempo al zenit, parimente orientale. Lo stesso si trae dalla 77 del Dragone, poichè 1'', 14 — 4'', 41 = — 3'', 27; la cui metà — 1'', 635 sommata con 3'', 485 dà appunto 1'', 85. Questa deviazione in tempo, moltiplicata per 15 volte il seno della distanza dal polo 41° 8', riesce in secondi di grado 18'', 3.

La declinazione dell' orizzonte è 41° 8' australe. Dunque, in vigor del teorema, la somma delle due deviazioni è — 0'', 87. Quindi — 0'', 87 — 1'', 20 = — 2'', 07; la cui metà — 1'', 035 aggiunta a 1'', 88 deviazione orientale, porge 0'', 845 per deviazione in tempo nell' orizzonte, del pari orientale. Moltiplicandola per 15 sen. 131° 8', si trova esser ella 9'', 5 in secondi di grado. Si vedrà comparir tantosto col segno contrario per la plaga settentrionale.

Sperimentiamo questi computi con le formule del problema II. A cagion d' esempio per la 80 del Cigno, $m = 1'', 88$; $n = -0'', 68$ deviazione a ponente; $D = d = 50° 13'$; e dalla latitudine 48° 52' derivano a settentrione $A = 88° 39'$, $a = 9° 5'$; quindi $A - a = 79° 34'$. Tosto, secondo la formula (D), la deviazione al zenit $y = \frac{15 \cos. 50° 13'}{\text{sen}. 79° 34'}$ (1'', 88 cos.9° 5' + 0'', 68 cos.88° 39') = 18'', 3 deviazion positiva, per conseguenza orientale, qual s' è rinvenuta sopra: e secondo la formula (E), la deviazione all' orizzonte $x = \frac{15 \cos. 50° 13'}{\text{sen}. 79° 34'}$ (— 0'', 68 sen.88° 39' — 1'', 88 sen.9° 5') = — 9'', 5 deviazio-

 ne

Fig. 1.

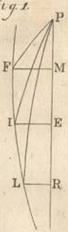


Fig. 2.

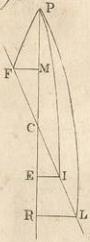


Fig. 3.

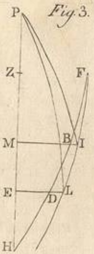


Fig. 4.

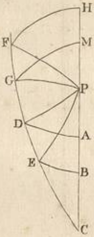
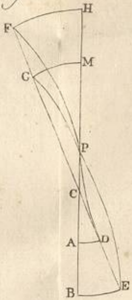


Fig. 5.



G. Gajani sc.

ne a ponente, ma settentrionale, che in fatti star deve da banda opposta alla meridionale trovata sopra.

Or vò sapere la deviazione per $16° 21'$ di declinazione australe, qual era quella del Sole in tal dì. Ho dal teorema $-0'', 293$ per somma de' due errori. Per conseguente $-0'', 293 - 1'', 20 = -1'', 493$; la cui metà $-0'', 7465$ sommata con $1'', 88$ dà $1'', 1335$ per deviazione assoluta a levante nel punto proposto. Io aveva già prese in quel giorno le altezze corrispondenti del Sole, ed osservato il suo transito al cannocchial meridiano: donde la deviazione a levante m' era apparita $0'', 7$. La differenza $0'', 4$ dipenderà da errori d' osservazione, che tutti attribuisco a quelle del Sole; sempre inferiori di sicurezza e di precisione, per mia sperienza ed avviso, a quelle di stelle non troppo piccole.

Rimane da cimentare la formula del problema I, e le regole susseguenti. La differenza $1'', 605$ tra le deviazioni della 77 del Dragone, e della 80 del Cigno, costituisce l' error conosciuto nella differenza de' loro transiti. Mi propongo scoprire l' error del passaggio del Sole per rispetto alla prima delle mentovate stelle. E' dunque $e = 1'', 605$; $D = 77° 14'$; $d = 50° 13'$; $\delta = 16° 21'$ australe; quindi $D \backsim \delta = 93° 35'$, e $D \backsim d = 27° 1'$. E però $z = \frac{1'', 605 \cos. 50° 13' \operatorname{sen}. 93° 35'}{\cos. 16° 21' \operatorname{sen}. 27° 1'}$ $= 2'', 352$. Per sapere, se questa quantità debba aggiungersi o togliersi al transito del Sole, onde avere la giusta distanza fra esso e la 77 del Dragone, osservo: che questa precede la più lontana dal polo, la 80 del Cigno, e che la differenza delle loro ascensioni rette è minore della osservata; donde conchiudo, giusta le regole date, che il piano descritto dal cannocchiale passa ad oriente del polo. Da questa condizione, e dall' altra, che la 77 del Dragone seguita il Sole, s' inferisce, con le regole stesse, che la differenza de' loro transiti vuol esser minore del giusto, e che per conseguenza il valor di z si dee togliere al primo transito, cioè del Sole, affinchè la differenza de' passaggi s' allunghi d' altrettanto. E

che

che ciò sia ben fatto, basta considerare, che la deviazione della 77 essendo a levante, siccome in I della fig. 3 nella quale sopprimasi colla mente la lettera Z; se il transito del Sole è avvenuto in L, cioè più tardi del dovere relativamente al meridiano PI della stella, bisognerà diffalcare IPL $= z$ dalla deviazione MPI della 77, per ottenere la deviazione EPL del Sole. Per tanto, sottratto 2″, 352 da 3″, 485; il residuo 1″, 133 è appunto la deviazione del Sole, qual ci è già nota per altra via. Dalle tre deviazioni, della 77 del Dragone, della 80 del Cigno, e del Sole, si possono ricavare cinque altre maniere per dar la prova alla formula ed alle regole del problema I.