

DIFESA E CONFERMA DELLA COMUNE MISURA
DELLA VELOCITA' DE' FLUIDI USCENTI
PEI FORI DEI VASI

DI PIETRO ZULIANI

P. P. P. DI FILOSOFIA NELLA UNIVERSITA' DI PADOVA

Presentata da Antonio Cagnoli li 11. Maggio 1799.

Tutti, si può dire, li più illustri Fisici e Matematici, che anno trattato del moto de' fluidi, insegnano e sostengono dopo il Torricelli, che la velocità con cui l'acqua od altro fluido liquido esce da un vaso qualunque per forami fatti nel fondo, o nei lati dello stesso vaso, sia eguale a quella che acquisterebbe un corpo cadendo liberamente da tanta altezza quanta è quella in cui l'acqua nel vaso si mantiene al di sopra dell'orifizio per il quale se le dà uscita. Solo la massima parte di essi Fisici richiede per la verificazione di quest'effetto, che l'orifizio, per cui deve uscire l'acqua sia molto ristretto, e come d'una grandezza insensibile in confronto della larghezza del vaso: condizione per altro questa voluta dai loro principj teorici piuttosto che essere dall'esperienza suggerita. E tutti poi concordemente intendono escluso ogni impedimento o ritardo che l'acqua potesse ricevere nell'uscire; ed esigono quindi, che l'acqua abbia a fluire per semplici luci, cioè per fori fatti in sottili pareti del vaso, o scolpiti piuttosto in lamine di metallo di poca crassezza, in luogo che esca per forami lunghi, o trasmessa per tubi, ne' quali scorrendo l'acqua soffre ritardo e perdita di velocità prima di sortire.

Questa dottrina intorno la velocità de' fluidi liquidi, che da tanto tempo come certa e dall'esperienza dedotta e verificata si vede ammessa, e con teorie e calcoli illustrata da tutti i più rinomati Idrometri, essendo stata recentemente sottoposta a nuovo esame, venne combattuta fortemente, e come del tutto falsa rigettata da un Autore ce-

lebratissimo in Italia e fuori per opere pubblicate, e per premj e titoli onorifici riportati colle sue produzioni, e col suo merito riconosciuto: Autore sommamente benemerito delle scienze, e degno di gran lode anche per la sola magnanima impresa d'aver fondata e stabilita nella illustre Città di Verona una delle più insigni e stimabili Società Letterarie (a). Ma è ben credibile che un Autore, il quale imprese ad impugnar e rovesciare dai fondamenti un principio sostenuto di pien consenso dai primi Matematici e Fisici dell' Europa, e che di più conosce e mostra col suo esempio essere permesso a chi si sia d' esporre e difendere ne' modi decenti quello che sente nelle materie scientifiche e letterarie, è, dissi, credibile, che un tale Autore, se non fosse già rapito alle scienze ed alla società de' viventi, sarebbe disposto a ricevere in buona parte ciocchè alcun altro mosso dalla forza del vero producesse in difesa della surriferita comun sentenza, e in opposizione alla nuova e singolare da Lui ne' suoi ultimi anni pubblicata. Anzi io tengo per certo che come Egli preferiva la verità ad ogni altro riguardo, così aggradirebbe che gli fosse spiegato come Egli si è potuto ingannare, e goderebbe di vedere tolte quelle difficoltà e ragioni, le quali siccome hanno potuto far a lui comparire mal fondata e falsa la sentenza comune, e vera per contrario la sua, così forse potrebbero trarre altri ancora in simile inganno.

Ben si per contrario potrei temere che il presente mio assunto venisse riputato come superfluo ed inutile da tutti quelli che sanno come è ben appoggiata la dottrina del Torricelli. E confesso io stesso che sebbene non ignorassi, che più d'una volta è accaduto, che proposizioni quasi universalmente adottate sono state in progresso di tempo scoperte e dimostrate false del tutto od in parte almeno, e sia pur anche certo ch'è sempre utile per le scienze il distruggere gli errori; non ostante tutto ciò non avrei creduto prezzo dell' opera l'impiegarmi a fare nuovi sperimenti, ed a scrivere per convalidar e difendere il proposto principio

(a) Il Sig. Brigadiere Cavaliere *dai fori delle Conservat.* Tomo IV. Lorgna. *Teoria Fisco-matematica* Memorie di Matematica e di Fisica intorno al moto dei liquidi uscenti *ca della Società Italiana* 1788.

ammesso dagli Idrraulici, qualora non mi fosse accaduto di vederlo impugnato vigorosamente nel corpo d'un'opera riputatissima, e da un Matematico e Idrometra di grande estimazione ed autorità; ed a cui non potevano non essere pienamente note tutte le prove di teorie, di calcoli, e di sperienze su cui lo stesso principio si fonda, e si sostiene. Si aggiunge che lo stesso chiarissimo Autore, dopo avere con varie osservazioni raccolto lo stato di ringorgamento de' liquori nelle conserve, e quindi dedotta ingegnosamente, e da uomo versatissimo ne' calcoli geometrici, la sua nuova teoria e formola per la velocità delle vene, egli non solo attacca le altrui teorie, ma combatte il principio degli Idrraulici nelle prove fondamentali, che sono le sperienze, cercando di dimostrare con varie ragioni, che ben meritano l'altrui esame e confutazione, che niuna sorta d'esperimenti favorisce e conferma il suddetto principio; ma che per contrario vi sono delle sperienze che dimostrano e confermano la nuova teoria da lui concepita. Io ho anche una ragione particolare per occuparmi sull'opera di quest'Autore, ed è, che la sua dottrina intorno la velocità del fluido che esce da' fori delle conserve, va in certo modo unita colla questione della misura della forza premente delle vene, di cui ho altra volta trattato (Saggi dell'Accad. di Padova, T. 3. par. I.) Per tutti questi motivi io ho creduto non essere cosa superflua, ma per contrario importante ed utile d'impiegarmi col presente Scritto intorno un principio universale dell'Idrodinamica, e che è come il fondamento principale degli altri teoremi di questa scienza.

II. La questione si riduce a questi termini, cioè a dire, se la celerità colla quale esce l'acqua da un vaso per un orifizio ossia luce, mentre il vaso si mantiene sempre pieno ad una stessa costante altezza, sia eguale o pressochè uguale, o per l'opposto sia molto minore di quella che acquisterebbe un corpo, che si lasciasse cadere liberamente per tant'altezza quanta è quella dell'acqua nel vaso sopra il foro per cui esce.

Il dottissimo Autore concede ed ammette, che le celerità con cui esce l'acqua dal vaso sotto diverse altezze permanenti di quella che si contiene nel vaso, sieno tra loro come le radici delle stesse altezze; ma nega che corrispon-

dano a tutte intere le medesime altezze, ch'è quanto dire, che sieno uguali a quelle che acquisterebbe un corpo percorrendo nel cadere liberamente dalla quiete altrettanto uguali altezze, come si tiene comunemente degl' Idraulici; potendo benissimo succedere, (intorno a che non vi è dubbio o questione); che quantunque le celerità delle vene trovassero essere molto minori delle corrispondenti alle intere altezze, ciò non pertanto fossero tra loro nella ragione stessa delle radici delle altezze, e però proporzionali a quelle che acquisterebbe un corpo cadendo dalle altezze intere dell' acqua contenuta nel vaso sopra degli orifizj pei quali scaturiscono le vene. Insegna Egli che la celerità d' una vena qualunque d' acqua sia minore di quella che compete a tutta l' altezza dell' acqua nel vaso, quanto è minore a un di presso il numero 36 del numero 55; sicchè la velocità che acquisterebbe un corpo cadendo per un' altezza uguale a quella dell' acqua nel vaso sopra il centro della luce per cui fluisce la vena, stia alla velocità della stessa vena prossimamente come 55 a 36, come 8 a 5 $\frac{13}{55}$ (Cap. 3. paragr. 38. 39.)

Quindi secondo esso soprallodato Autore, alla velocità della vena in vece di competere tutta l' altezza dell' acqua, ne compete una tanto minore quanto a un di presso il quadrato di 5 $\frac{13}{55}$ è minore del quadrato di 8; e però l' altezza corrispondente alla velocità della vena non è che prossimamente $\frac{2}{5}$ di tutta quella dell' acqua nel vaso. E per servirmi dell' espressioni generali dello stesso Autore; se l' altezza intera dell' acqua nel vaso sopra la luce per cui esce dicasi A, l' altezza a cui corrisponde la velocità della vena sarà $2A \left(\frac{\sqrt{5-1}}{2}\right)^3$ cioè prossimamente $\frac{55}{125} A$, o pure $\frac{2}{5} A$ in più piccoli numeri prossimi (Cap. 3. par. 39.)

III. Premesso lo stato della presente questione mossa dal rinomato Autore, e definita la velocità che ha una vena d' acqua secondo la nuova sentenza di esso Autore, vediamo a quale di queste due differenti misure essa meglio

si accomodi realmente. Siccome per sentimento anche dei più celebri Idrometri il principio di cui si tratta è una verità piuttosto d'esperienza che di teorie e calcoli, per essere le formole dei calcoli in questa materia dedotte da nozioni, o in tutto, o in parte almeno, ipotetiche ed arbitrarie; così ragion vuole, che si ricorra all'esperienza in quest'affare, e si vegga ciocchè da questa risulti.

Li mezzi di conoscere e definire la velocità delle vene a posteriori, come dicono, ossia coll'esperienza, sono tre; due di questi li più usati e sicuri ci vengono somministrati dai getti colle loro altezze, ed ampiezze; e il terzo mezzo ci si presenta nella misura della quantità dell'acqua che le vene dispensano, in un certo tempo, per una determinata luce, e sotto una data altezza.

Rispetto ai getti, questi o sono rivolti all'insù perpendicolarmente, o si fanno con direzion parallela od inclinata all'orizzonte. Parliamo in primo luogo dei getti verticali.

Li getti verticali provano il comun principio. Soluzioni delle difficoltà prodotte in contrario.

IV. E' noto per esperienza, che qualora il getto ossia vena d'acqua, che scaturisce da un vaso, si faccia uscire rivolta in su perpendicolarmente all'orizzonte, essa si slancia ad una altezza che prossimamente si accosta a quella dell'acqua contenuta nel vaso. Quindi per le note leggi dei gravi s'inferisce che l'acqua esce dal vaso e si muove salendo con una velocità che corrisponde a tutta l'altezza di quella che si conserva nello stesso vaso.

L'Autore, la cui dissertazione abbiamo ora per mano, accorda (cap. 4. paragr. 47. e segg.) che li getti verticali risalgano ad un'altezza pressochè uguale di quella dell'acqua nel vaso; ciò non pertanto insegna Egli che l'acqua di essi getti uscendo per l'orifizio del vaso non si muova colla velocità che dalla loro altezza comunemente s'inferisce. Imperciocchè Egli è di parere che il salire dei getti verticali non sia un effetto della velocità con cui esce l'acqua, come si tiene comunemente, ma che da altra causa, della quale si dirà in seguito (n. VI), nasce e dipenda l'ascesa

ed altezza che si osserva in tali getti. Ed ecco in breve le due ragioni sulle quali Egli si appoggia (cap. 4. parag. 50.).

1.^a Dalle sperienze fatte dal Bossut e da altri, si vede che per orifizj di 2, 4, 6 ec. linee di diametro escono in pari tempo quantità di acqua sensibilmente proporzionali alle aree degli stessi orifizj, posta la stessa altezza di acqua nella conserva; donde apparisce che l'acqua è animata ad uscire con velocità sensibilmente la stessa così per le piccole come per le più grandi aperture. Ma i getti per gli orifizj di 2 linee non poggiano alla stessa altezza dei getti per gli orifizj di 4, o di 6 linee di diametro.

2.^a Si osserva, ei dice, che la quantità dell'acqua somministrata da un getto verticale in un dato tempo per un dato orifizio di uscita e sotto una data altezza permanente, è di assai minore di quella che uscirebbe nello stesso tempo dallo stesso orifizio scolpito in sottili lamina in fianco della conserva sotto la stessa altezza d'acqua ringorgata (veggasene il confronto nelle Tavole dell' Idrodin. del Sig. Bossut, Parte 2.^a cap. 4). Se dunque, segue Egli a dire, questi esborsi per una parte non vanno regolati dalle altezze dei getti verticali, nè per esse stimati, ma dalla sola velocità attuale ed effettiva, che anima la vena al foro; e dall'altra troviamo queste velocità molto minori di quelle che animano le vene uscenti da' medesimi fori scolpiti in fianco delle conserve sotto lo stesso carico di acqua, chiaramente ci si fa comprendere, che le altezze dovute alle velocità permanenti de' getti verticali sono molto minori delle altezze dovute alle velocità delle vene uscenti da' fori delle conserve. "Così precisamente l'Autore: e siccome Egli crede d'aver dimostrato (del che vedremo dopo al n. XVIII) che le velocità delle vene orizzontali corrispondano ad altezze molto minori delle altezze permanenti dell'acqua nelle conserve; da ciò conchiude che molto più nei getti verticali la velocità che li anima ad uscire e salire è minore di quella che acquisterebbe un grave cadendo dall'altezza in cui si mantiene l'acqua nel vaso, e che però l'ascesa dei getti verticali a poco meno che all'altezza dell'acqua nella conserva non può attribuirsi alla velocità attuale ed effettiva con cui esce e si muove l'acqua che li forma.

V. Ma queste ragioni e difficoltà contro la comun sentenza, che ripete l'ascesa dei getti verticali dalla velocità, colla quale è cacciata fuori del vaso l'acqua che li compone, e che per conseguenza dall'altezza di essi getti desume la quantità ossia misura della medesima velocità, hanno una facile e vera risposta, che le annulla.

E quanto alla prima, osservo primieramente che si trova bensì in pratica che la quantità dell'acqua che in pari tempo si dispensa per luci d'inequal diametro sotto una stessa altezza dell'acqua contenuta nel vaso, segue sensibilmente la proporzione della grandezza di esse luci, almeno finchè la loro ampiezza sussiste dentro certi limiti, ma non si trova però che segua sempre realmente e a tutto rigore la detta proporzione, come si può rilevarne dalle molte esperienze fatte e riferite dal Bossut (Idrocin. p. 2. cap. 4). Donde s'inferisce che avvi una qualche differenza, comunque piccola e trascurabile in pratica, tra la velocità effettiva delle vene d'inequal grossezza. Danque potrà succedere una simile differenza di velocità anche ne' getti verticali trasmessi per orifizj d'inequal diametro; e ne dovrà per ciò nascere che non tutti si slancino ad una altezza affatto uguale.

Nè si creda che quelle differenze che si osservano nelle altezze dei getti fatti per luci del diametro di 2, 3, 4, 5, 6 linee sieno sempre grandi in confronto di quelle che si trovano nelle misure delle quantità dell'acqua che si raccolgono in pari tempo da vene effluenti per altrettanti simili orifizj. Imperciocchè dalle Tavole dei getti presso Bossut (part. 2. cap. 5. n. 465.) apparisce, che trovandosi l'acqua nel vaso alta costantemente piedi 3. 2. 11. sopra le luci del diametro di linee 1. 2. 3. 4. 5. 6., le altezze dei getti di esse luci furono le seguenti, esposte già coll'ordine medesimo delle luci, cioè piedi 3. 1. 6., 3. 1. 8., 3. 2. 0., 3. 1. 7., 3. 1. 5., 3. 0. 4.

Dal quale confronto apparisce, che se si eccettui l'ultimo getto, la massima differenza fra le altezze degli altri cinque non arriva a sorpassare un mezzo pollice, la qual quantità è come trascurabile trattandosi di getti d'un'altezza di più di tre piedi.

Che se tuttavia si trovasse una maggior differenza tra
Y y 2

le altezze dei getti verticali di diverso diametro, e quindi tra le loro velocità da tali altezze dedotte, di quella si trovi nelle velocità delle vene orizzontali, misurate queste velocità coll'acqua che in egual tempo dispensano, di ciò se ne può assegnar una ragione manifesta. Imperocchè alle vene niente si oppone esteriormente, esclusone l'aria, che vaglia a ritardar e sospendere in certo modo il loro corso; ma piuttosto questo potrebbe venir agevolato dalla gravità. Per contrario nei getti verticali ricadendo di continuo l'acqua già ascisa, a ridosso e carico di quella che è in ascendere, deve necessariamente venir impedito e rallentato in parte il corso dell'acqua ascendente; quindi l'altezza del getto si fa minore di quella che richiederebbe tutta la velocità dovuta a quella forza con cui l'acqua viene spinta, e cacciata fuori del vaso. Donde nasce che la velocità nei getti verticali deve comparir come diversa e minore che quella delle vene, prescindendo ora anche da varie altre cause atte ad alterare dove più dove meno la velocità ad ascisa dei getti, come si trova già spiegato presso tutti gli Idraulici.

Per quello poi riguarda alla seconda obbiezione, in cui l'Autore assume che si dispensa maggiore copia d'acqua da una vena che fluisca per una luce scolpita nel lato del vaso, che da un getto verticale, io osservo che quest'asserzione si oppone ad un principio idrostatico da tutti riconosciuto, e che non credo che possa venire messo in dubbio da alcuno; ed è che il fluido preme ed agisce ugualmente per ogni parte, e secondo qualunque direzione; nè io so vedere alcuna sperienza che serva di prova a tale asserzione dell'illustre Autore. Cita egli le Tavole del Bossut (part. 2. cap. 4. Idrodin.). Ma il Bossut non tratta ivi dei getti verticali ascendenti; nè in tutto quel capo avvi alcun esperimento delle dispense di tali getti. E se consultiamo il capo V. che segue, ed in cui tratta il Bossut dei getti, in questi si trova tutto l'opposto di quello suppone ed assume l'Autore per fondamento della sua obbiezione. Imperciocchè se ci piaccia di confrontare le dispense ivi riportate d'un getto verticale effluente per una luce del diametro di 6 linee, e a diverse altezze dell'acqua nella conserva, con quelle ottenute da una vena orizzontale dello stesso

diametro, e che sono registrate nel cap. 4. precedente, si trova che a pari altezze dell'acqua nel vaso, le dispense del getto corrispondono a quelle della vena. E di fatto avverte il medesimo Bossut (part. 2. cap. 5. n. 449.) che qualunque sia la direzione del getto, la dispensa che fa è sempre la medesima, purchè l'apertura e l'altezza dell'acqua nel vaso sieno le medesime. E di più al n. 459. riflette, che sebbene li getti verticali più grossi si alzano più dei meno grossi in parità di altre circostanze, ciò nonostante li getti grossi non dispensano maggior quantità d'acqua dei più sottili relativamente al diametro della luce; poichè la dispensa dipende dalla velocità che ha l'acqua nel sortire dall'orifizio, e questa velocità è sensibilmente la stessa tanto nei getti più grossi, dentro certi limiti, che nei più sottili, prescindendo dall'attrito; e la diversità delle altezze nei getti dipende da cause esterne, come dall'aria, e da quella che si è da noi superiormente spiegata rispondendo alla prima difficoltà dell'Autore. Ed io aggiungerò che anche l'ineguaglianza, qualora se ne fosse trovata, tra la dispensa d'un getto verticale, e quella d'una vena orizzontale, sarebbe stato più facile che fosse prodotta da simili cause esterne, che crederla derivata dalla mancanza d'un principio tanto comprovato e certo quanto è quello della forza premente del fluido uguale per ogni verso.

Tralascio altre riflessioni su questo punto, giacchè presso tutti gl'Idraulici che trattano dei getti d'acqua, si trovano le spiegazioni dei loro fenomeni senza che alcuno sia in contraddizione col principio Idrodinamico.

*Sentenza dell'Oppositore sopra la cagione dell'ascesa
dei getti verticali.*

VI. Non devo però qui omettere di riferire che il chiarissimo Autore siccome non può ripetere, giusta la sua nuova teoria, le altezze dei getti dalla velocità da cui è animata l'acqua ad uscire pegli orifizj delle conserve, per essere questa velocità secondo lui così poca, che non arriverebbe a farli salire neppure alla metà di quell'altezza a cui si vengono ascendere, così Egli pensa, come superiormente ho indicato (n. IV.) che da altra causa derivi l'in-

nalzamento dei getti verticali. Perciò propone (cap. IV. paragr. 53.) di ripetere e spiegare l'ascesa dei getti per via della pressione dell'acqua contenuta nella conserva, e delle leggi dell'equilibrio dei fluidi; in quella maniera a un di presso che nei tubi comunicanti vediamo innalzarsi l'acqua nell'uno a quell'altezza in cui si trova e si mantiene nell'altro. Immaginiamoci, a cagion d'esempio, un vaso, e che nel lato di questo presso il fondo ci sia inserito orizzontalmente con una estremità un tubo, il quale dopo un qualche tratto fuori del vaso si dirigga poscia all'insù perpendicolarmente all'altezza di tutto il vaso. Ciò supposto, se si riempia il vaso d'acqua, e mentre questa passa dal vaso nel tubo si continui a mantener pieno lo stesso vaso, è certo che l'acqua ascende per il tubo verticale sino all'altezza di quella contenuta nel vaso. Che se il tubo verticale sia un po' più corto del vaso, allora l'acqua uscirà per l'estremità superiore del tubo, e continuerà a fluire finchè si mantenga pieno il vaso ad un'altezza anche per poco maggiore della lunghezza di esso tubo. Ora che abbiamo questo tale getto, si concepisca tolto e come annichilato il tubo verticale; si avrà quindi un vero getto d'acqua ascendente per l'aria ad un'altezza poco meno di quella in cui è mantenuta l'acqua nel vaso. Tale è in ristretto il sentimento e la spiegazione sull'origine e innalzamento dei getti verticali, che propone il finomato Autore.

Non vi ha dubbio, che si possa innalzare dell'acqua, e formare come una specie di getto per la sola legge d'equilibrio de' fluidi, ovvero sia per una forza esterna impellente senza che essa acqua sia animata a muoversi da sè ed alzarsi per tutto quel tratto a cui viene trasportata. Ma che li getti dei quali si tratta nascano e dipendano dalla ora indicata causa, e non da un moto suo proprio delle particelle dell'acqua che li compongono, è cosa che a mio credere ripugna colle osservazioni ed esperienze le più manifeste e decisive.

E' noto che in tutti li tubi comunicanti, qualunque sia la loro ampiezza e struttura, l'acqua si alza alla medesima altezza di quella contenuta nel vaso col quale essi comunicano. Dunque se li getti si formassero per la riferita causa e nel modo che propone l'Autore, succederebbe che tutti,

posta una medesima e costante altezza dell'acqua nel vaso o conserva, si alzerebbero ad una eguale altezza, qualunque si fosse la struttura delle canne; e comunque grande e diversa fosse l'ampiezza e forma degli orifizj. Cosa che è contraria al fatto.

Osservo inoltre, che qualora l'acqua si sostiene e si alza per pressione, e non di per sè stessa in vigore d' un moto impressole, e da cui ella medesima sia determinata a passare da luogo a luogo, è necessario per poterla spinger in alto e tenerla sospesa, che venga sostenuta da ogni lato, come appunto succede mentre si alza per entro a tubi; altrimenti essa per la sua fluidità scorre giù e si spande per ogni verso in vece di portarsi in alto. Dunque le particelle dell'acqua, le quali nei getti verticali s'innalzano liberamente per l'aria senza essere trattenute dai lati, deve dirsi che ascendano per un moto loro proprio ed intrinseco, ricevuto nel punto d'uscire dall'orifizio del vaso o tubo; e non già perchè sieno portate e sostenute dal peso ovvero dalla pressione dell'acqua esistente nel vaso dal quale fluiscono, come succede nei tubi comunicanti. Ometto varie altre ragioni tratte dall'esperienza, che potrei produrre contro la nuova teoria dei getti proposta dall'Autore; e aggiungo soltanto un esperimento il quale anche solo è bastante a dimostrare, che i getti verticali si formano in quanto che l'acqua spremuta dal vaso per un orifizio riceve e contiene in se stessa una velocità per cui essa medesima si muove indi di per sè, e si trasporta a tutta quell'altezza a cui si veggono salire li getti. L'esperimento decisivo e insieme facile è questo. Si chiuda istantaneamente l'orifizio d'un getto verticale, togliendo in un tratto tutta la comunicazione tra l'acqua del tubo da cui esce il getto, e quella già uscita e che forma attualmente nell'aria tutta la colonna perpendicolare del getto lunga quanto è l'altezza a cui arriva il getto fuori del tubo; e si vedrà che quest'acqua prima di cadere segue ancora ad alzarsi slanciandosi tutta in un batter d'occhio a quell'altezza medesima a cui sarebbe già montata senza l'interrotta comunicazione; come io mi sono accertato facendo le prove in un getto dell'altezza di circa piedi 15. Non vi può essere dunque il menomo dubbio, che le particelle dell'acqua dei getti verticali non

abbiano in sè stesse al momento che sortiscono dall' orifizio una velocità di trasportarsi a tutta quell' altezza a cui si veggono poggiare, e che da questa velocità loro intrinseca nasca e dipenda tutta l' ascesa di essi getti verticali. Donde segue che sia vera e legittimamente dedotta dall' altezza de' getti verticali la prova e conferma della loro velocità corrispondente all' intera altezza dell' acqua contenuta nel vaso.

*Le vene formate dal fluido che esce pei fori dei vasi
anno la figura della parabola.*

VII. Esposto come dall' altezza dei getti verticali prossimamente uguale a quella che ha l' acqua nel vaso da cui escono, si ricava una prova certa della comun sentenza degli Idraulici; e sciolte le difficoltà prodotte contro di questa prova fondamentale tratta dall' esperienza, passiamo ai getti delle vene orizzontali.

E' cosa già dimostrata e certa, che un corpo qualunque slanciato con direzione parallela all' orizzonte (e lo stesso s' intenda se la direzione fosse inclinata) supposto che continui a muoversi con velocità sempre costante ed uniforme, e nel tempo stesso obbedisca alla forza acceleratrice della gravità, questo corpo deve descrivere con tali moti combinati una parabola. Che se i corpi tutti gettati per aria non segnano una parabola, ciò nasce per l' impedimento o ritardo che loro presenta l' aria per cui passano. Quindi se il corpo abbia molto peso, e poco volume, e di più si getti con pochi gradi di velocità, nè abbia a muoversi per un lungo spazio; siccome allora la resistenza o ritardo cagionato dall' aria si rende insensibile, ne verrà che la curva descritta da un tale corpo debba essere una parabola. Il che si verifica e si conferma dai Fisici coll' esperienza come è già noto. (sGravesande phys. elem. l. 1. cap. 22.)

Ora la stessa legge e dimostrazione che ha luogo per la caduta del corpo solido gettato con direzione parallela all' orizzonte, deve avere luogo anche nel corpo fluido, cioè in una vena d' acqua. Imperciocchè come il solido così una vena di fluido è atta a muoversi orizzontalmente con una data velocità, e l' uno e l' altro corpo è ugualmente soggetto alla stessa azione della gravità. E però una vena
d' ac-

d'acqua che esca da un vaso per una luce fatta nel lato con direzion parallela all'orizzonte descriverà una parabola ogni qual volta si prescindia dalla resistenza dell'aria. Ma l'aria essendo assai rara e di niuna sensibile coerenza, non può produrre ritardo sensibile in una vena densa d'acqua, e specialmente se questa si slanci con poca velocità, e sia ricevuta su d'un piano a poca distanza dalla luce, sicchè non abbia a scorrere che breve tratto prima di terminare la sua caduta. Dunque almeno le vene poco celesti, e di breve tratto, se non anche tutte le altre di notevole velocità e caduta, formeranno una vera parabola.

Quindi cade l'obbiezione del rispettabile Autore, il quale sostiene che dai getti orizzontali non si possa conoscere la velocità con cui essi getti fluiscono dal vaso, perchè secondo lui tali getti non sono parabolici, come si suppone che lo sieno allorchè col mezzo della loro ampiezza si prende e si definisce la misura della velocità da cui sono animati nell'uscire. Pretende Egli (cap. 4. paragr. 45.) che sia non già un fatto, un principio certo, ma un principio supposto, una mera ipotesi la curva parabolica che si riguarda e si assume nelle vene che fluiscono orizzontalmente; e che per conseguenza ipotetica e non certa, matematica e non fisica sia la misura della velocità che si ricava da tale principio. *Se i gravi, ei dice, lanciati in aria son ben lontani dal descrivere la parabola Apolloniana, molto più debbono esserlo i liquori, atteso il loro composto particolare, e il particolar modo con cui cadono per aria a differenza dei solidi.*

Ma io credo per contrario che sia una supposizione, e supposizione falsa quella di porre che le vene d'acqua che escono per luci verticali non formino una parabola. Nè punto vale la prova addotta, essendo inconcludente per due ragioni. Prima, perchè suppone generalmente vero che li gravi gettati per aria non descrivano una parabola. Non la descrivono se abbiano a percorrere lungo spazio e ad incontrare sensibile resistenza; ma la descrivono se si muovono per breve tratto; e senza che l'aria giunga a produrvi nel loro moto un sensibile ritardo, come ho notato di sopra. Seconda, perchè suppone, che se i gravi lanciati non si muovono in parabola, molto meno possan farlo i flui-

di, cioè le vene d'acqua. A me pare tutto il contrario. Voglio dire che quand' anche un corpo solido lanciato in aria non descriva una parabola a cagione della resistenza e ritardo che gli fa l'aria, la possa tuttavia e la debba formare la vena d'acqua. Imperciocchè il corpo, il quale movendosi nell'aria viene ritardato, non può mai ridursi ad una uniforme e costante velocità; ma per l'opposto la vena d'acqua formando un corpo continuo e permanente nell'aria dal principio al fine per tutto il tratto che in esso vi occupa, deve, dopo fatta quella tal perdita di velocità, che la resistenza dell'aria le potesse cagionare, persistere costantemente in una determinata e sempre costante ed uniforme velocità; come lo dimostra anche l'ampiezza del suo getto, il quale si mantiene sempre ugualmente grande, ossia della medesima ampiezza per tutto il tempo che la vena si lascia fluire sotto una stessa permanente altezza dell'acqua nel vaso.

Se dunque la velocità nella vena dopo essersi dirò così equilibrata colla resistenza dell'aria, riducesi a velocità costante ed uniforme, e tale sempre si mantiene senza nè crescere nè calare; ne segue che la vena, ammessa anche come sensibile la resistenza ed il ritardo che le fa l'aria, debba ancora descrivere una parabola. Con questa sola differenza, che la descritta parabola, se è sensibile l'effetto della resistenza dell'aria, nè la vena ricuperi prontamente la velocità perduta nel primo tempo che si fece strada per l'aria, riuscirà meno ampia di quella che formerebbesi dalla stessa vena, esclusa ogni resistenza dell'aria. Se io dunque non m'inganno su questo punto, è dimostrato che anche nella supposizione che l'aria opponga una sensibile resistenza alla vena d'acqua, ciò nulla ostante debba essere ancora parabolica la curva che si forma dalla medesima vena, la quale uscendo dal vaso per una luce verticale viene ricevuta sopra d'un piano orizzontale. Ma già non può essere per niente sensibile la resistenza dell'aria dove si tratti specialmente di vene poco veloci, e che si lasciano scorrere per un assai breve tratto. E però deve stimarsi fuori d'ogni dubbio, che almeno li getti di queste sieno altrettante parabole. Ciò che viene confermato anche col mezzo dell'esperienza.

*Li getti orizzontali sono una nuova prova della verità
del comun principio, e della falsità di
quello dell' Oppositore.*

VIII. Era necessario mettere in chiaro, e come fuori di controversia questo punto, che viene contrastato dall' illustre Autore, intorno la figura parabolica dei getti orizzontali d'acqua, perchè da tale loro figura dipende la misura e la prova della velocità, che per mezzo di essi getti si prende e si assegna per il moto con cui esce l'acqua dai vasi. Imperciocchè consta presso i Fisici, che qualora la vena d'acqua che esce da un vaso per un orifizio, con direzione orizzontale, formi una parabola, l'altezza a cui compete la sua velocità è uguale al quadrato dell'ampiezza di essa vena diviso per il quadruplo della distanza che passa tra il centro dell'orifizio da cui esce la vena, ed il piano orizzontale sul quale cade la stessa vena, e se ne prende l'ampiezza.

Così parimente consta che l'ampiezza di tal vena parabolica è sempre uguale alla radice del prodotto che risulta moltiplicando l'altezza a cui corrisponde la velocità di essa vena per il quadruplo della distanza tra l'orifizio ed il sottoposto piano orizzontale in cui si prende l'ampiezza.

On'è che misurata l'ampiezza ossia l'ordinata della vena in un piano posto ad una qualche determinata distanza sotto l'orifizio, si conosce l'altezza a cui corrisponde la velocità di essa vena, e per conseguenza si ha facilmente anche la vera misura della stessa velocità. E viceversa nota che sia questa velocità, ovvero l'altezza a cui essa corrisponde, si determina anche l'ampiezza che deve avere la vena sotto una qualunque data distanza dall'orifizio.

Premesse queste notizie, e provato prima che il getto della vena orizzontale è parabolico, consultiamo ora gli esperimenti per vedere, se dall'ampiezza dei getti orizzontali si raccolga in essi quella velocità che devono avere secondo la comun sentenza degli Idraulici, od altra che si uniformi al nuovo principio dell'Autore.

Potrei servirmi alla prima delle altrui sperienze, ma per togliere certe difficoltà che fa il chiarissimo Autore,

specialmente intorno la contrazione delle vene, e meglio poter ragionare sopra questo argomento, ho voluto fare io stesso gli sperimenti de' getti orizzontali, che ora esporrò coi risultati de' medesimj.

IX. Presi un vaso quadrato di legno del lato internamente di piedi 1. 2. 6.; misura di Parigi, della quale mi sono sempre servito. Ad un pollice circa sopra il fondo aveva tre fori, ognuno del diametro di linee 14. circa, disposti in modo tutti e tre in un medesimo lato ossia faccia del vaso, che il centro di ciascuno trovavasi in una stessa linea orizzontale. Esteriormente al lato del vaso applicai sopra ciascun foro una lamina d'ottone sottilissima, poichè la sua crassezza era minore d'un quarto di linea. Aveva ognuna una luce circolare il cui centro corrispondeva all'asse del foro coperto dalla lamina. Il diametro della luce era di linee 2. in una lamina, in un'altra di linee 4., e nella terza di linee 6.

Tralascio di descrivere il modo da me praticato per tenere assicurate e ferme le suddette sottilissime lamine, come anche per chiudere ed aprire le loro luci senza che si sconcertassero per la grande sottigliezza.

L'acqua nel vaso era mantenuta costantemente all'altezza di due piedi sopra il centro delle tre luci. Misurate le ampiezze delle tre vene su d'un piano orizzontale, collocato un piede sotto il centro delle tre luci, furono all'incirca come segue: cioè l'ampiezza nella vena della prima luce del diametro di 2. linee fu piedi . . . 2. 9. 3.
quella della seconda fu piedi . . . 2. 9. 7.
E quella della terza luce del diam. di 6. lin. fu p. . 2. 9. 8.

Situato lo stesso piano orizzontale alla metà della prima distanza, cioè mezzo piede soltanto più basso del centro delle luci, le ampiezze dei getti delle stesse tre vene furono sensibilmente le seguenti, cioè

quella della prima e più sottile piedi 1. 11. 6.
quella della seconda . . . piedi 1. 11. 10.

e quella della terza e più grossa di tutte p. 2. prossimamente.

Vediamo ora quelle ampiezze ossiano ordinate di tali getti parabolici, le quali si avrebbero dovuto avere secondo la comun sentenza degli Idraulici, che ascrive alle vene

una velocità corrispondente a tutta l'altezza dell'acqua contenuta nel vaso sopra le luci.

L'ordinata ossia l'ampiezza delle vene effluenti con una velocità corrispondente all'altezza di due piedi, qual è quella dell'acqua nel vaso da noi impiegato, si trova col facile metodo di calcolo sopra descritto (n. 8.) che è di piedi 2. 9. 11., posta l'ascissa d'un piede, come nelle tre prime sperienze. E coll'ascissa di mezzo piede, come nelle altre tre posteriori sperienze, risulta l'ordinata delle stesse vene di piedi 2.

Facendo pertanto un confronto tra queste ampiezze, e quelle trovate coll'esperienza, si vede che sono sensibilmente le stesse, specialmente nelle due vene più grosse, e dove l'ascissa è soltanto di mezzo piede, arrivando nella vena la più grossa di tutte ad essere l'ampiezza effettiva uguale si può dire affatto a quella della velocità di tutta intera l'altezza dell'acqua.

Ma per l'opposto se si voglia fare un confronto tra le ampiezze trovate, e quelle che si avrebbero dovuto osservare secondo la nuova teoria dell'Autore, si vedrà una differenza tale che dimostra evidentemente che quella nuova teoria è contraria al vero. Insegna il chiarissimo Autore, come abbiamo avvertito da principio (n. 11.) che, se tutta l'altezza dell'acqua nel vaso sopra dell'orifizio per cui esce la vena, sia A , l'altezza a cui compete la velocità di essa vena non è tutta A , ma è invece soltanto $\frac{2}{5} A$ incirca,

oppur $\frac{34}{125} A$, e accuratamente $2A \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3$. Prendendo quest'ultima, che è la maggiore delle altre due e l'accurata; e sostituendo in luogo di A l'altezza dell'acqua nel nostro vaso che era di piedi 2, ossia di linee 288, ed estraendo la radice per via di decimali, si trova $2A \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3$ uguale a linee 136, che formano piedi 0. 11. 4. E però la velocità nelle vene delle nostre sperienze non sarebbe stata che tanta quanta è quella che corrisponde ad un'altezza di pollici 11. e lin. 4. Ma l'ampiezza ossia l'ordinata d'un getto parabolico formato da una vena d'acqua che fluisca e scorra orizzontalmente con tutta questa velocità, è soltanto pie-

di 1. 11. 4. posta l'ascissa d'un piede; e piedi 1. 4. 6. coll'ascissa di mezzo piede.

Dunque poichè queste ampiezze sono come si vede molto minori di quelle trovate coll'esperienza, e che ho di sopra riferite, resta dimostrato che l'acqua la qual esce da un vaso per una semplice tenue luce non ha una velocità qual le competerebbe secondo la nuova teoria dell'Autore, ma ne ha effettivamente una molto maggiore, e tale che corrisponde prossimamente a tutta l'altezza dell'acqua contenuta nel vaso sopra della luce.

X. Io non pretenderò che non vi possa essere corso errore di qualche parte di linea, o forse anche della quantità d'una linea e più, nelle misure prese e da me assegnate delle ampiezze delle vene, sebbene abbia ripetuto più volte le stesse prove usando tutta la possibile diligenza. Ma si sa che in simili misure è quasi impossibile d'evitare ogni qualunque minimo eccesso, e difetto. Imperciocchè per tacere di altre cause atte ad alterare la misura esatta della vera ampiezza del getto, basta riflettere al solo punto che si assegna per estremità ossia limite del getto, ch'è il punto di mezzo, e come il centro della sezione colla quale la vena tocca il piano orizzontale sul quale essa cade. Questo punto si prende e si segna nel piano come per il sito corrispondente all'asse della vena per quanto coll'occhio si può giudicare. Ma essendo di qualche notevole estensione la sezione della vena sul piano, è manifesto che tale punto può comparire all'occhio egualmente in mezzo, sia che si prenda e si segni qualche linea più avanti, o più indietro. Quindi allorchè dalle misure prese si stabiliscono e si assegnano le ampiezze dei getti delle vene d'acqua, non si vuol pretendere che tali ampiezze sieno sempre le affatto vere e giuste a tutto rigore: ma bensì che poco se non anche niente sensibilmente differiscano dalle vere ed esatte; e che però si possano in pratica prendere e considerare sempre come le vere od equivalenti alle vere senza alcun notevole errore.

Ma perchè nelle sperienze da me fatte in piccolo, quand'anche si voglia supporre un qualche eccesso o difetto nelle misurate ampiezze, questo non può mai essere che della quantità di poche linee; e perchè ammessa anche

questa tale differenza, si trova ancora che l'ampiezza delle due vene più grosse non decade neppure della quantità d'un pollice dall' ampiezza dovuta alla velocità di tutta l'altezza dell'acqua: da tutto ciò ne segue che dalle ampiezze trovate giustamente s' inferisca che la velocità delle vene possa e debba aversi come corrispondente a tutta l'altezza dell'acqua mantenuta nel vaso sopra il centro delle luci verticali.

Ciò con più di ragione ancora si potrà conchiudere, se si trovi che le ampiezze dei getti possono essere minori di quelle corrispondenti alla velocità di tutta l'altezza dell'acqua, sebbene con tale velocità le vene sieno realmente spinte e mosse fuori del vaso. Questo si rende manifesto nelle mie sperienze. Imperciocchè volendo anche trascurare, perchè assai piccola, la differenza tra le ampiezze delle due vene più grosse, ho osservato costantemente che l' ampiezza della vena del diametro di 2 linee era sempre minore sensibilmente di quella delle altre due vene, sicchè la vena più sottile lanciavasi sempre a minore distanza delle altre due. Ora non si vorrà mai supporre che questo difetto, che costantemente si è osservato nell' ampiezza della vena più sottile rispetto all' ampiezza delle altre due vene, nasca da difetto di forza e velocità con cui essa vena è cacciata dall' acqua del vaso, ma bensì che abbia origine da cause estranee, atte a scemare la vera e naturale velocità delle vene: E queste tali cause devono essere l' attrito che le particelle componenti le vene soffrono negli orli interni delle luci, la coerenza delle parti del fluido circondanti la vena presso l' orifizio e trattenute nel vaso, e la resistenza dell' aria. E siccome dette cause anno più vigore nelle vene sottili, che nelle grosse sino a certo grado, supposta la stessa natural velocità in tutte, così le più sottili sono anche le più ritardate, e però d' una minore ampiezza. Ma queste osservazioni, mentre giustificano la sentenza comune, se li risultati delle sperienze non vi corrispondono esattamente, vagliono a farci riprovare maggiormente l' altra. Imperciocchè essendo certo che le vene possono venire ritardate, od anche lo vengono realmente per le addotte cause; e osservandosi ciò non ostante, che le loro ampiezze sono ancora molto maggiori di quelle che potre-

bero mai avere se si movessero effettivamente con tutta affatto la velocità che loro assegna l' illustre Autore, e senza patire alcun ritardo; ne segue da ciò che debba essere falso che le vene fluiscono con quella velocità soltanto che ad esse competerebbe secondo la nuova dottrina dello stesso Autore.

Obbiezioni e risposte intorno le sperienze dei getti orizzontali.

XI. Da quanto abbiamo ora esposto apparisce inoltre, che a torto oppone il chiarissimo Autore (cap. 4. par. 46.) che anche supposti li getti parabolici, tuttavia non si trovano coll' esperienza delle misure prese nelle ampiezze de' getti orizzontali le velocità corrispondenti alle altezze intere. Imperciocchè abbiamo veduto che dove gli ostacoli esterni non alterino sensibilmente la naturale velocità nell' getti, le loro ampiezze corrispondono assai bene, quanto si può avere in pratica, alle velocità delle intere altezze; e dove non vi corrispondono, se ne scorge la cagione d' una tale differenza; quando per contrario non si trova mai che l' ampiezza dei getti s' accosti a quella che richiederebbersi nella sentenza del lodato Autore, ma che riesce molto più grande a fronte anche degli obici e ritardi che soffre il corso delle vene.

E' poi mirabile cosa, che esso Autore per combattere le prove, che dalle ampiezze de' getti si traggono per la comun sentenza, ricorra a quelle misure delle velocità che con un tale metodo furono trovate dal Krafft coll' approvazione del grande Eulero che fu presente agli sperimenti. Dopo aver egli tentato di provare che le vene, le quali fluiscono con direzion parallela od inclinata all' orizzonte, non formano un getto parabolico, alla qual obbiezione abbiamo già risposto, passa a dire, che ammesso anche che le vene formino la parabola, ancora non si trova che escano dal vaso e fluiscono con una velocità corrispondente a tutta l' altezza dell' acqua, ma bensì con altra assai minore. Ed ecco come egli a un di presso ragiona e conchiude.

Risulta al Sig. Bossut da moltissimi sperimenti essere l' altezza dell' acqua permanente nelle conserve all' altezza dovuta alla velocità con cui escono le vene da' fori armati di

tubo, come 1708 a 1111, cioè come 3738 a 2431. Ma se consideriamo le sperienze solenni instituite dal Sig. Krafft a Pietroburgo, destinate a misurare la quantità dell'impulsione delle vene fluide, si vede che le altezze, che ricavò il Krafft dalle ampiezze dei getti considerati di figura parabolica, furono come segue; cioè a dire, mantenuta costantemente l'acqua nel vaso sopra il tubo all'altezza di 3738 parti di quelle, delle quali 2000 formano il piede di Londra, l'altezza che trovò il Krafft competere alla velocità della vena fu nel primo sperimento 2557, nel secondo 2579, nel terzo 2753, e nel quarto 2539 di tali parti. Dal che apparisce che le velocità delle vene trovate per mezzo delle ampiezze de' loro getti sono molto minori di quella dovuta a tutta l'altezza dell'acqua nel vaso.

Io osservo che in questo ragionamento ci sono dei sbagli o almeno degli equivoci, e che, ben intesa la cosa, a nulla si riduce la sua forza per concludere contro il principio che sosteniamo. E primieramente si rifletta, che noi trattiamo della velocità delle vene effluenti per semplici luci, cioè per orifizj fatti in tenui lamine, od in sottilissime pareti del vaso; e gli sperimenti riportati dall'Autore sono fatti in vene d'acqua trasmesse per tubi, per li quali fluendo perdono parte della loro naturale velocità.

In secondo luogo è da avvertirsi che la misura della velocità, che il Bossut ha trovato competere alle vene uscenti dai fori armati di tubi, ch'è quanto dire alle vene trasmesse per tubi, non è una misura generale che valga per qualunque tubo cilindrico si adoperi, ma è una misura, che ha luogo soltanto nei tubi cilindrici d'una certa lunghezza, cioè per quei tubi che hanno quella lunghezza soltanto, o poco maggiore di quella, che basti a fare che la vena s'ingrossi a segno di sortire per l'orifizio esteriore senza contrazione, cioè a dire con un'ampiezza uguale a tutta quella della luce del tubo. Ma il tubo del quale si servi nelle sue sperienze il Krafft avanzava per entro l'interna capacità del vaso, ed era più lungo di quello di cui parla il Bossut; e si sa inoltre che il Krafft cambiò la lunghezza dello stesso suo tubo in tutti li primi tre riferiti sperimenti (tomo 8. dei Commentarj dell'Accad. all'anno 1736.). Da tutto ciò veniamo a conoscere come

senza alcun pregiudizio della dottrina degli Idraulici intorno la velocità delle vene, abbia potuto ed anzi dovuto succedere, che la velocità assegnata dal Bossut alle vene effluenti per tubi sia minore di quella dovuta a tutta l'altezza dell'acqua; e come la velocità trovata nelle vene misurate dal Krafft sia ancora un po' minore di quella definita dal Bossut; e di più dalle premesse riflessioni si ricava come sia accaduto, che nè anche in tutte le vene degli esperimenti del Krafft sia risultata sempre una stessa misura affatto della loro velocità. Imperciocchè si ponno giustamente ripetere quelle minute differenze dalla variata lunghezza del tubo, e da quelle tali alterazioni, che sono come inevitabili ne' risultati di simili esperimenti.

Anche cogli esperimenti fatti in grande dal dotto e celebre Sig. Francesco Domenico Michelotti si trova dimostrato ciocchè fin qui si è da noi accennato ed esposto riguardo alla perdita di velocità che soffrono le vene allorchè sono trasmesse per tubi, come anche riguardo alla misura presa coll'ampiezza dei getti orizzontali della velocità, da cui diciamo, che sono animate le vene mentre fluiscono per semplici luci. Tralascio di riferire cotali esperimenti che si ponno riscontrare nella di lui opera (Sperim. Idrraul. Vol. 2. disc. 2.), nè abbisognano d'illustrazione.

Delle sperienze fatte coll' acqua che si dispensa dai forami dei vasi, per misurarne la velocità. Anche queste sono contrarie al nuovo principio idraulico.

XII. Passiamo omai al terzo metodo di conoscere e misurare la velocità del fluido che esce dai vasi per semplici luci, il qual metodo consiste nel raccogliere e misurare la quantità che in un dato tempo ne sortisce dal vaso sotto una data costante altezza, e per una determinata luce. Il chiarissimo Autore trattando dei due metodj finora spiegati per conoscere col fondamento delle sperienze la velocità delle vene e getti del fluido, si è studiato soltanto d'impugnarli senza trarre da essi una prova positiva per la sua propria sentenza. Ma parlando di questo terzo metodo non solo cerca di mostrare che per questa via non si rileva che

sia vero il principio degli Idraulici intorno la velocità delle vene; ma di più pretende che da questo tal genere di sperimenti si verifichi e si confermi il nuovo principio da lui trovato ed ammesso.

Prima di sentire come egli ragioni su questo punto, spieghiamo l' accennato mezzo di conoscere la velocità delle vene, e vediamo come per esso, tutto all' opposto di ciò che insegna e difende l' illustre Autore, si confermi la sentenza comune, e si dimostri l' insussistenza di quella che Egli ha creduto di sostituire come la vera.

Si raccoglie, come è già noto, e si misura l' acqua che in un dato tempo esce dal vaso; indi con un facile calcolo si converte dirò così quell' acqua in un cilindro (supposto che l' orifizio per cui esce sia circolare) che abbia una base uguale alla base ossia latitudine della vena, e se ne definisce la lunghezza di tale cilindro: e appunto la lunghezza di questo cilindro uguale a tutto il volume dell' acqua uscita, e la cui base sia la latitudine ovvero sezione della vena perpendicolare al suo asse, forma la misura della celerità della stessa vena; presentando quella lunghezza lo spazio che l' acqua avrebbe percorso continuando a muoversi colla medesima velocità con cui uscì fuori del vaso per tutto quel tempo che durò la dispensa.

Trovata la velocità della vena colla misura dello spazio che avrebbe percorso in un dato tempo, si conosce a quanta altezza corrisponda essa velocità; cioè si definisce l' altezza da cui un corpo cadendo liberamente giugnerebbe ad acquistare quella tale velocità; giacchè altronde si sa che un grave cade in un minuto secondo di tempo per l' altezza di circa piedi 15. 1, e riceve una velocità di scorrere un doppio spazio in pari tempo; ed è pur dimostrato che le velocità che si acquistano dai gravi cadendo stanno fra loro come le radici delle altezze. Esposte queste poche nozioni già note ad ogni Fisico e Idraulico, veniamo agli sperimenti.

XIII. E' celebre l' esperimento instituito dal March. Poleni, ch' è il sesto di quelli che egli descrive in una sua lettera del dì 21. Giugno 1724 diretta al Varignon, e che da alcuni autori viene riferito con qualche variazione corsa

per isbaglio (b). Lasciò il Poleni uscire per un minuto l'acqua da un vaso per un tubo cilindrico lungo linee 7, e del diametro di linee 3, misura di Parigi, di cui si è sempre servito il Poleni; e trovò che uscirono pollici cubici 90,5, venendo manteoua l'acqua nel vaso costantemente all'al-

(b) Il Poleni seguendo il metodo tenuto dal P. Ab. Grandi (Del movimento dell'Acque lib. 2. cap. 2. prop. 10. cor. 3) confrontò la velocità dell'acqua nel suo sperimento primieramente con quella che acquisterebbe un corpo cadendo dall'altezza di 13 piedi nella supposizione, che un grave cadendo non percorra che soli piedi 12 di Parigi in un minuto secondo, come pretesero il Merzenno, ed il Mariotte attesa la resistenza dell'aria; e trovò che la velocità dell'acqua era maggiore di quella di un tale corpo (contro ciò che aveva trovato il Grandi facendo il suo computo sopra la quantità dell'acqua che il Mariotte aveva raccolta in un minuto mentre usciva Bensi sotto un'altezza di 13 piedi, ma per mezzo d'una semplice luce del diametro di 3 linee, o non per mezzo d'alcun tubo); poichè quel corpo non avrebbe acquistata che tanta velocità da scorrere in un minuto piedi 1433, dice Poleni, ed anche il Grandi, ma si deve leggere piedi 1495 incirca; e la velocità dell'acqua si trovò nell'esperimento del Poleni corrispondere a piedi 1536.

Poischè confrontò il Poleni questa stessa velocità dell'acqua con quella che acquisterebbe un grave cadendo similmente come prima dall'altezza di 13 piedi, ma nella supposizione, che un corpo in un minuto secondo scorra cadendo piedi 15. 1; come fu stabilito dall'Ugenio: e in questo caso la

velocità dell'acqua risultò un po' minore di quella del grave come si è veduto.

Il Musschenbroekio (Phys. cap. 24. paragr. 1294) riferisce in modo tale l'esperimento del Poleni, che mostra d'aver creduto, che il Poleni abbia confrontata la velocità dell'acqua uscente dall'altezza di 13 piedi colla velocità d'un corpo che cada dall'altezza di piedi 12, indi con quella di altro corpo che cada dall'altezza di piedi 13, e che l'abbia trovata maggiore dell'una, e minore dell'altra.

Un simile sbaglio ha preso anche il P. della Torre (Scienza della natura esp. 27. n. 834). E per conciliare questi dottissimi Fisici i risultati dei loro computi coi numeri del Poleni, anno dovuto sostituire piedi di Bologna a piedi di Parigi, quando il Poleni praticò sempre la misura del piede di Parigi; ed anno supposto che un grave cadendo dall'altezza di 12 piedi acquisti quella velocità, che realmente non gli compete ammessso il principio già da tutti ricevuto, che un grave percorra nel primo minuto secondo di tempo che si muove cadendo piedi 15. 1. circa. Io congetturò, che questi chiarissimi Autori sieno stati tratti in tale intranno per non avere forse veduta l'opera del Grandi, senza della quale può riuocire come ambiguo ed incerto il senso dell'opposizione che in pochi anni ne fa il Poleni nella citata sua lettera latina al Varignonii.

tezza di piedi 13 sopra il foro per cui usciva la vena. Ora questa copia d'acqua forma un cilindro della base uguale a quella del tubo, lungo circa piedi 1536. Quindi si conchiude che la velocità di quella vena era tanta di percorrere in un minuto circa 1536 piedi.

Ma la velocità che acquista un corpo cadendo dall'altezza di piedi 13 è tanta di fargli passare con moto equabile in un minuto piedi 1680 circa, posto che in un minuto secondo scorra cadendo piedi 15. 1. Dunque la velocità della vena nell'esperimento Poleni, trovata coll'indicato metodo, risulta non poco minore di quella che compete a tutta l'altezza dell'acqua nel vaso; e per dire lo stesso in altri termini, la vena nell'esperimento Poleni somministrò una quantità d'acqua minore di quella, che richiederebbe la velocità dell'altezza di 13 piedi. Di fatto se l'acqua uscita e raccolta in un minuto fosse stata pollici cubici circa 990 invece di 905, allora avrebbe formato un cilindro della lunghezza di piedi 1680 circa colla base uguale al lume del tubo.

Diremo noi dunque che l'esperimento Poleni in luogo di servire di prova alla comun sentenza degli Idraulici, sia una prova della nuova sentenza del rinomato Autore? Anzi per l'opposto dobbiamo dire che è una dimostrazione contro questa seconda, posto che si voglia da quell'esperimento e metodo di misurare la velocità della vena inferire e adottare ciocchè ne risulta. Imperciocchè dovendo essere, secondo la dottrina del lodato Autore, la velocità effettiva della vena, a quella dovuta a tutta l'altezza dell'acqua nel vaso, prossimamente come 36 a 55, ossia come $5\frac{13}{55}$ a 8; si trova che la velocità della vena nell'esperimento Poleni sarebbe, rimossi anche tutti gli ostracoli, tanta solamente di percorrere in un minuto piedi 1098 incirca.

Ma dall'esperimento Poleni si ricava una velocità nella vena di scorrere piedi 1536. Dunque la velocità con cui uel l'acqua secondo che risulta dall'esperimento Poleni, è molto maggiore di quella voluta dall'Autore: anzi si vede che si discosta assai più per eccesso dalla velocità, che dovrebbe avere secondo l'Autore, di quello si discosti per difetto dalla velocità richiesta dal principio degli Idrulici.

ci. E perchè non avvi ragione alcuna che possa accrescere a tal segno nella vena la sua velocità naturale con cui viene cacciata fuori del vaso; e per contrario molte cause ci sono da cui poter ripetere il decremento di essa velocità; ne segue evidentemente che da tale sperimento, comunque non esatto nè ben sicuro per l'oggetto che si cerca, resti confutata la nuova teoria del suddetto rispettabile Autore.

Ho detto che quell' esperimento non è esatto e sicuro riguardo all' oggetto che si cerca, cioè per rilevare se l'acqua sia cacciata fuori del vaso per una semplice luce con velocità corrispondente a tutta l'altezza; ed eccone la ragione.

Il tubo cilindrico nell' esperimento Poleni o toglieva in tutto, od in parte almeno la contrazione della vena, oppure (per considerare tutti i casi) suppongasi che non la togliesse in niente. Se l'impediva del tutto, allora è certo che la velocità di quella vena veniva notabilmente scemata per mezzo del tubo, nè poteva più riuscir eguale a quella che avrebbe avuto se fosse uscita per una semplice luce; e se l'impediva in parte soltanto, di nuovo ne doveva succedere una qualche diminuzione nella sua velocità, e di più avrebbe avuto la vena un diametro più piccolo di quello della luce del tubo. Se finalmente la vena d'acqua per mezzo di questo tubo non avesse perduto niente della sua naturale contrazione acquistando una maggiore grossezza di quella che suol avere allorchè esce liberamente per una luce scolpita in sottil lamina; in questo caso (che già consta dall' esperienza che non successe) dando, come si è fatto, al cilindro dell'acqua uscita una base uguale alla luce del tubo, si veniva a dargli una base maggiore dell'ampiezza della vena a discapito della lunghezza del medesimo cilindro. Quindi qualunque delle ora fatte supposizioni si voglia che abbia avuto luogo, doveva necessariamente la velocità trovata coll' esposto metodo riuscir minore della velocità naturale e vera della stessa vena, vale a dire della velocità corrispondente alla forza con cui veniva la vena cacciata fuori dall'acqua contenuta nel vaso, e che avrebbe avuto uscendo per una semplice luce. Ma queste ragioni le quali, prescindendo anche da ogni altra causa esterna ritardatrice della vena, rendono manifesto perchè la velocità

trovata dal March. Poleni sia stata minore di quella che richiede il principio degl' Idraulici, e però servono come di giustificazione e difesa dello stesso principio nel confronto di tale sperimento, vagliono le medesime ragioni a confutar per contrario e mostrare maggiormente falsa la misura della velocità assegnata dal lodato Autore; come si è dedotto similmente da altre in fine del n. X., giacchè a fronte di tutte le accennate cause tendenti a far che si trovasse una velocità minore della vera, si è ciò non ostante trovata una grandezza tale di velocità, che riesce, come abbiamo veduto, di gran lunga maggiore di tutta quella che l'acqua avesse mai potuto avere secondo la nuova teoria dello stesso Autore.

XIV. Sebbene l' esperimento Poleni, comunque soggetto ai difetti che abbiamo notati, potesse bastare se non di prova certa per la sentenza comune, come da molti si prende, almeno di una confutazione sicura per la particolar e nuova dell' Autore; nè manchino sperienze in tal genere di altri insigni Idraulici, le quali essendo esenti dall' imperfezione prodotta dall' uso del tubo in quella del celebre Sig. March. Poleni, potrebbero maggiormente convalidar ed illustrare il soggetto che trattiamo, per quanto è permesso di raccogliere la velocità delle vene dalle loro dispense, ciò non ostante io all' occasione di fare gli sperimenti dei getti orizzontali, che ho riferito (n. IX.), mi sono ingegnatto di vedere anche quella misura della loro velocità, che a un di presso avessi potuto rilevare per via dell' acqua uscita.

Raccolsi dunque l' acqua dispensata nel tempo d' un minuto tanto per la luce del diametro di 4 linee, che per quella del diametro di 6 linee. Siccome ebbi risultati affatto simili da tutte due le vene, così riferirò soltanto l' esperienza fatta colla vena effluente per la luce del diametro di 6 linee.

L' acqua che dispensò questa vena in un minuto, che io misurai colla sfera d' un orologio a secondi, fu prossimamente oncie grosse di Padova 484, che formano grani 379 146 del peso di zecchino, importando un' oncia grani 793 ⁹/₂₅ di tale specie di peso. Siccome io allorchè feci gli

sperimenti per misurare la forza premente delle vene, aveva trovato e definito il peso espresso in simili grani, d' un cilindro d' acqua del diametro di $\frac{1}{2}$ pollice, e lungo poll. 12., come anche di altri cilindri; così mi fu facile il convertire l' acqua raccolta in un cilindro del diametro di $\frac{1}{2}$ pollice, qual era appunto il diametro della luce per cui uscì la vena; istituendo questa proporzione, cioè come 900 grani, peso già altra volta misurato, del cilindro d' acqua del diametro di $\frac{1}{2}$ poll. e lungo poll. 12, alla lunghezza di questo stesso cilindro, così il peso dell' acqua uscita al quarto termine esprime la lunghezza del cilindro formato da tutta l' acqua sotto una stessa base del diametro di $\frac{1}{2}$ pollice. E ne risultò una lunghezza di poll. 5055 circa, che sarebbe la misura della velocità della vena, supposto che questa fosse uscita con un' ampiezza uguale a quella della luce.

Ma la vena esce dal vaso per la semplice luce con un' ampiezza minore dell' area della stessa luce, e dovendosi convertir l' acqua uscita in un cilindro della base uguale a quella della vena, d'uopo è assegnargli una base meno estesa della luce; e quindi la sua lunghezza, misura della velocità dell' acqua effluente, deve riuscire maggiore di quella che si è trovata di sopra, a proporzione che l' ampiezza della vena è per contrario minore dell' ampiezza della luce. E qui appunto è dove sta la maggiore difficoltà per definire con esattezza la velocità della vena per mezzo dell' acqua in un dato tempo raccolta; cioè nel conoscere e determinare accuratamente la vera ampiezza della vena da sostituire per base del cilindro.

XV. Tutti comunemente gli Idraulici dopo la scoperta fattane dal Newton convengono che la vena esca contratta, e che la sua vera ampiezza, ossia sezione perpendicolare da prendersi come base del cilindro, sia quella che si trova avere nel sito dove essa vena è più ristretta, il quale sito è distante dall' orlo interno della luce un raggio circa della medesima luce secondo le osservazioni del Bossut; e meno an-

ancora secondo quelle del Michelotti. Ma come conoscere con tutta esattezza la quantità di questa sezione della vena ristretta? Se col compasso si prenda e si misuri il diametro della vena contratta, è quasi impossibile di non errare di qualche linea (c).

Se poi si voglia raccogliere e definire la sezione ristretta della vena facendo un confronto tra l'acqua uscita in un determinato tempo, e quella che avrebbe dovuto uscire qualora la vena avesse fluito senza restringersi, allora bisogna che altronde sia nota la velocità propria dell'acqua che esce dai vasi, e supporre che la vena, di cui si cerca la restrizione, fluisca senza alcun impedimento o ritardo; il che in pratica difficilmente si ottiene. Da tutto ciò intendiamo come la ragione, tra l'area della luce e quella della vena ristretta, non sia affatto la stessa presso tutti gl'Idraulici. Trovo che la massima di tutte è quella assegnata dal Sig. Michelotti, e che sta come 432 a 263, come 324 a 199. A questa si avvicina quella proposta dal Bernulli, e dal Poleni; e che è come 2704 a 2681. Minore di molto è quel-

Tomo VIII.

Bbbb

(c) Per poco che sia l'eccesso o difetto che si commette nella misura d'un diametro di poche linee, diviene una quantità sensibile rapporto alla grandezza di esso diametro; come per esempio in un diametro di 6 linee il porre una mezza linea soltanto di più o di meno, altera d'una duodecima parte il vero valore. L'errore introdotto nella misura del diametro ne porta un altro circa tre volte più grande nella periferia, e indi una differenza nell'area del circolo molto notevole. Il che apparisce anche dal solo riflesso che le aree dei circoli seguono la ragione dei quadrati dei loro diametri. La differenza poi sensibile tra le basi di poca ampiezza di cilindri uguali rende molto differente la loro lunghezza, quando specialmente devono contenere molto volume.

La stessa proporzione di cui si fa uso per conoscere la circonferenza d'un cerchio, e indi la misura della sua area per mezzo della grandezza trovata del diametro può portare a molto differenti risultati. Se nell'esperimento del Poleni, da noi riferito (n. XIII.), si assegni per base al cilindro d'acqua l'area dell'orificio del tubo dedotta dal diametro di 3 linee colla proporzione assegnata da Archimede tra il diametro e la periferia, che è come 7 a 22, risulta la lunghezza del cilindro, non più di piedi 1536, ma di piedi 1574; e però piedi 38 maggiore di quella che si è trovata e posta usando nel calcolo della proporzione più accurata assegnata da Mezio tra il diametro e la circonferenza del cerchio, che è come 113 a 355.

la adoperata dal Bossut di 150 a 100; e la minima di tutte è quella del Newton, che è come 625 a 441, cioè prossimamente come 141 a 100.

Lascio da parte le alterazioni a cui può andare soggetta la misura dell'acqua che si dispensa dalla vena, per la difficoltà d'aver tutto l'esatto e nel tempo e nei pesi ed in altre cose; come anche nella misura stessa delle aree delle luci, che tutte si raccolgono per via della rilevata grandezza del diametro, e della proporzione vera soltanto per approssimazione tra il diametro e la circonferenza del cerchio. Quindi è che io credo che questo mezzo di conoscere la velocità della vena sia ordinariamente il meno esatto e sicuro.

Giova tuttavia vedere quale velocità ci dia questo tal metodo nella vena presa in esame. E' noto che le lunghezze dei cilindri uguali sono in ragione reciproca delle loro basi. Dunque per conoscere la lunghezza del cilindro che può formare l'acqua uscita nel sufriferito sperimento, basta istituire questa proporzione: come la sezione ossia area circolare della vena ristretta all'area della luce, così la lunghezza che di sopra (n. XIV.) abbiamo trovata nel cilindro dell'acqua uscita e raccolta, al quarto termine; e questo darà la lunghezza che compete alla velocità dell'acqua.

XVI. Nella varietà di misure ossia di rapporti assegnate tra l'area (d) della vena contratta e quella della luce, io

(d) Da più cause può dipendere che non si sia trovata e posta da tutti gli Idraulici la stessa ragione tra la sezione ossia area della vena ristretta e quella dell'orifizio, quand'anche fosse vero che una tal ragione sia costante e la stessa in tutte le vene, come sostiene il Sig. Michelotti, e non piuttosto sia di sua natura variabile, e facciasi maggiore crescendo l'altezza dell'acqua nel vaso, come crede il Sig. Bossut.

Queste cause oltre quanto abbiamo avvertito nella nota (c) possono essere le seguenti. 1.^a Alcuni,

come il Michelotti, raccolgono e stabiliscono l'ampiezza della vena contratta, per mezzo dell'acqua che si dispensa in un dato tempo, supponendo già che la vena esca e continui sempre a muoversi con una velocità uguale a quella dovuta a tutta l'altezza dell'acqua contenuta nel vaso. Altri, come il Bossut, difiniscono l'area della vena contratta, dalla misura del diametro che prendono con un compasso sferico. Ma apparisce dalle sperienze dello stesso Michelotti, che avendo egli preso in alcune vene col compasso la misura della

mi determino a prendere una ragion media tra quella del Michelotti di 324 a 199, che è una delle massime, e quella del Newton di 141 a 100; e viene ad essere la ragion dell'area della luce a quella della vena come 465 a 299.

Bbbb. 2

loro sezione contratta, la trovò un po' maggiore di quella che col calcolo aveva dedotta per mezzo dell'acqua uscita e raccolta. Per esempio in una vena che usciva per una luce del diametro di 6 pollici, il diametro della vena contratta trovato col calcolo era di linee

$56\frac{1}{2}$, e quello misurato col compasso fu di linee 58.

2.^a Dal misurare col compasso piuttosto in un sito che in un altro il diametro della vena può prodursi una sensibile differenza. Il sito della massima contrazione nella vena è distante circa un raggio della luce ed anche un po' meno dal margine interno della medesima. E il Newton prese la misura alla distanza di circa un diametro. Ma non è così facile il cogliere il vero punto; nè lo stesso Newton si credette d'averlo colto con sicurezza, esprimendosi nel rapporto da lui definito tra la sezione della vena e l'area dell'orifizio con queste parole; *si modo diametros velle dimensus sum* (lib. 2. prop. 36. probl. 8.)

3.^a L'esperienza stessa dimostra che misurandosi col compasso i diametri delle vene non si trovano sempre affatto gli stessi rapporti a quelli delle luci. Dalle misure prese dal Bossut in più vene risulta che l'ampiezza della luce stava a quella della vena ristretta, in due vene come $151\frac{1}{2}$ a 100, in

un'altra come 150 $\frac{1}{2}$ a 100, ed in

altre tre come 150 a 100.

Queste tali differenze possono essere nate dall'essere più o meno lisci gli orli interni degli orifizi, e più forse ancora dalla somma difficoltà di prendere con esattezza la vera o giusta misura dell'ampiezza della vena pel tremore della medesima. Di fatto sebbene il Bossut faccia uso comunemente della ragione di 150 a 100 tra l'area della luce e quella della vena contratta, pure avverte egli medesimo che questa ragione è minore della vera.

4.^a Per ultimo è da riflettersi che sebbene per una facilità di calcolo sovente si soglia sostituire la ragione espressa con due numeri ad altra espressa con altri due numeri, in quanto poca differenza passa tra l'una e l'altra; tuttavia questa tal sostituzione porta delle differenze molto sensibili, quando si tratta di rilevare in vene di piccolo diametro la loro velocità per mezzo dell'acqua che dispensano. Per esempio alla ragione trovata dal Michelotti tra l'area della luce e quella della vena, ed espressa in questi due numeri 432, 265; si sostituisce da lui medesimo quella di 324 a 199, oppure di 18:11. E la ragione trovata dal Newton ed espressa in questi termini, cioè come 635 a 441 viene da altri esposta in questi altri termini cioè di $\sqrt{2}$ a 1, di 141 a 100, ed an-

E istituendo la proporzione di sopra indicata, risulta la lunghezza ricercata del cilindro avente la base uguale alla sezione della vena ristretta, di pollici 7861 incirca; che formano piedi 655, 1. misura della velocità della vena, ch'è quanto dire dello spazio che si sarebbe percorso in un minuto colla velocità con cui flui la vena.

Ma supposto che un corpo cada in un secondo di tempo per l'altezza di piedi 15, 1., si trova che cadendo dall'altezza di 2. piedi acquista la velocità di scorrere in un minuto pollici 7909, che formano piedi 659. Dunque la velocità della vena trovata col proposto metodo s'accosta prossimamente a quella che compete a tutta l'altezza dell'acqua contenuta nel vaso sopra il centro della luce.

Per contrario riesce moltissimo maggiore di quella che avrebbe potuto avere ammessa la nuova teoria del dottissimo Autore; poichè volendo Egli che supposta l'altezza dell'acqua nel vaso A, corrisponda la velocità della vena a $2A \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^3$, la qual altezza nel nostro sperimento risulta di linee 126, si trova che la velocità della vena avrebbe dovuto essere tanta solamente di passare in un minuto uno spazio non maggiore di piedi 453.

Osservo per ultimo che quand'anche si volesse far uso nel calcolo della ragione comunemente usata dal Bossut tra l'area della luce e quella della vena ristretta, che è come 150 a 100, ragione conosciuta dallo stesso Bossut troppo piccola, si troverebbe ancora una lunghezza del cilindro molto maggiore di quella che si dovrebbe trovare se fosse vera la nuova sentenza; poichè questa lunghezza sarebbe di circa piedi 631; e secondo la nuova sentenza non potrebbe essere maggiore di piedi 453.

che di 17 a 12. Ciò è permesso di fare alcune volte, ma non sempre senza finire in risultati molto diversi; quando il rapporto tra due termini non sia interamente il medesimo che quello di altri due che

si sostituisce, come sarebbe il rapporto di 3 al 2 in luogo di quello di 150 a 100 definito da Bossut tra la luce e la sezione ristretta della vena.

A torto si cerca di sostenere il nuovo principio idraulico colla misura dell'acqua che esce dai vasi, pretendendosi che la vena del fluido non esca più ristretta dell'ampiezza dell'orifizio.

XVII. Dimostrato anche con il terzo proposto metodo per quanto può essere esatto e valevole, che la velocità delle vene che escono dai vasi per semplici luci è uguale o pressochè uguale a quella dovuta a tutta l'altezza dell'acqua, vediamo le obbiezioni dell'Autore, ed anzi come Egli dall'acqua che si dispensa in un dato tempo creda di raccogliere e provare che alle vene compete la velocità da lui assegnata.

Si è veduto poco fa che per via dell'acqua che si dispensa pegli orifizj dei vasi si trova, che la vena uscendo per una luce ha una velocità uguale o pressochè uguale a quella dovuta a tutta l'altezza, in quanto che si pone che la vena esca contratta, e si converte l'acqua uscita in un cilindro, al quale si assegna per base la sezione della vena ristretta in vece d'assegnarne una uguale a tutta l'area della luce. Che se per l'opposto si disponga l'acqua dispensata in un cilindro della base uguale all'ampiezza della luce, allora si osserva, che la lunghezza di questo cilindro presa per misura della velocità, presenta nell'acqua uscita una velocità tale che si accosta assai più a quella voluta dall'Autore, che a quella che viene ammessa dal consenso degl'Idraulici. Quindi è che l'Ab. Grandi, per non essere nota a quel tempo la contrazione della vena d'acqua, trovò una difficoltà per lui insolubile a conciliare la misura della velocità che risultava dall'acqua uscita nelle sperienze del Mariotte, e del Guglielmini, con la velocità dovuta a tutta l'altezza dell'acqua nel vaso, ch'esso riconosceva e ammetteva per vera (Del movimento delle acque l. 2. cap. 2. prop. 10.). E lo stesso Newton prima che si fosse accorto della contrazione nella vena dedusse, come è probabile, dall'acqua che si dispensava, e stabili nella prima Edizione de' Principj matematici della Filosofia naturale, che la velocità della vena invece di corrispondere a tutta l'altezza dell'acqua nel vaso, corrispondeva alla metà incirca di ta-

le altezze. Ma riflettendo egli in seguito ai getti dell'acqua fatti dai fori aperti nelle sponde de' vasi, i quali colle loro altezze ed ampiezze mostrano in fatto, come abbiamo veduto, e lo stesso Newton insegna (lib. 2. prop. 36. prob. 8.), che l'acqua esce pei fori de' vasi con velocità corrispondente a tutta l'altezza, dopo nuovi esami s'avvide che la vena usciva dal vaso più ristretta della luce; e conobbe che da questa contrazione della vena dipendeva la causa per cui dalla quantità dell'acqua uscita non risultava che una velocità competente alla sola metà incirca dell'altezza di quella contenuta nel vaso. Quindi sostituendo nei computi l'area della vena contratta a quella della luce corresse il primo inganno; e nella seconda Edizione della sua immortal Opera dimostrò che l'acqua esce dal vaso per un orifizio scolpito in sottil lamina con velocità dovuta a tutta l'altezza.

XVIII. Ma il nostro Autore (cap. 4. paragr. 41) dice, che la sostituzione dell'area della vena contratta a quella della luce per inferire dalla misura dell'acqua uscita l'indicata velocità, fu un partito degno di quel grand'uomo; ma che per altro è stato in errore, e che seco lui lo sono tutti gli altri ancora, i quali stimano che la vena esca di sua natura contratta, e che ad essa si debba una sezione ossia base minore di quella di tutta la luce per cui esce.

La vena secondo lui è propriamente formata e spinta a muoversi ed uscire dal vaso con un diametro uguale a quello della luce, e sotto tutta questa ampiezza ella esce realmente in vigor della forza coattiva, come esso Autore la chiama, dalla quale è spinta fuori; e però la vena medesima riguardo alla sua velocità costante ed uniforme, che riceve dalla forza che la mette in moto e la spinge fuori, e colla quale celerità tende a fluire e muoversi senza più nè accelerarsi, nè ritardarsi, essa si manterrebbe sempre d'un diametro uguale a quello della luce anche a qualunque distanza dal foro; giacchè senza nuovo aumento o decremento di velocità non vi è ragione che le sezioni della vena si facciano in alcun sito più strette o più ampie. Ma siccome al primo uscire dal foro che fa la vena, e nella stessa sua origine incomincia, per sentimento dell'Autore, ad agire su di essa la forza acceleratrice della gravità, per quest'effettiva accelerazione, che viene introdotta nella ve-

na dall'azion della gravità, essa vena è obbligata ad assottigliarsi, e la sua contrazione in vece di rendersi massima e indi cessare di più oltre crescere ad una piccola distanza dal foro, essa andrebbe sempre più e più aumentandosi successivamente in tutto il corso della vena per l'azion accelerante della gravità, qualora il flusso della stessa vena si facesse in un mezzo non resistente. Quindi se ascoltiamo il rinomato Autore, non vi è ragione di assegnar alla vena il diametro, che in essa si osserva a poca distanza dalla luce, come si fa dagli Idraulici, piuttosto che quello che ha in altri siti, anzi non si deve assegnar alla vena per suo diametro, che quello della luce per cui esce, come quello, di cui è composta nel suo principio, e che alla medesima compete in quanto è spinta fuori dall'azion dell'acqua contenuta nel vaso.

Posto pertanto, che nel computo della velocità dell'acqua che si dispensa da una vena effluente per una semplice luce, non si debba avere riguardo alla contrazion della vena, nè convenga, e nemmeno sia permesso di sostituire il diametro di essa vena ristretta a quello della luce, ma d'uopo sia d'aver riguardo al diametro del foro unicamente; posto ciò si trova, come ho già premesso (n. XVII.) colla quantità dell'acqua uscita e raccolta in un qualunque determinato tempo, che alla vena non compete una velocità corrispondente a tutta l'altezza dell'acqua contenuta nel vaso sopra la luce, ma che invece vi compete una velocità che s'accosta alla misura assegnata dall'Autore. Imperciocchè, come Egli osserva (cap. 3. paragr. 39.), dagli sperimenti del Guglielmini, del P. Grandi, del Mariotte, ma singolarmente dalle recenti ed accuratissime sperienze del Bossut. (Idrodin. p. 2. cap. 4.) risulta che la dispensa assoluta ossia massima (cioè quella che si avrebbe in un dato tempo da una vena effluente con una ampiezza uguale a quella della luce e con una velocità corrispondente a tutta l'altezza dell'acqua), sta alla dispensa effettiva, qual è quella che si trova realmente farsi in pari tempo per una egual luce, come 8 a 5, prossimamente. Ora le dispense fatte in pari tempo da vene d'ugual diametro seguono la ragione della velocità delle stesse vene, e si è detto che tutte le vene anno un'ampiezza (a giudizio dell'Autore)

uguale a quella della luce per cui escono. Se dunque la dispensa effettiva sta alla massima, per una stessa od ugal luce e in egual tempo, come $\frac{5}{8}$ all' $\frac{8}{8}$ prossimamente, ne segue che anche la velocità attuale di qualunque vena effluente per una semplice luce stia alla velocità di tutta l' altezza dell' acqua, come $\frac{5}{8}$ a $\frac{8}{8}$ prossimamente; la qual ragione è a un di presso quella stessa stabilita dall' Autore.

XIX. Ecco in sostanza a che si riduce tutto il fondamento in riguardo all' esperienza, nel quale si appoggia la nuova dottrina del chiarissimo Autore, e la rejezione che Egli fa di quella degli altri Idraulici. Nè le altezze dei getti verticali, nè l' ampiezze degli orizzontali possono servire di prova, secondo lui, per le velocità corrispondenti a tutta l' altezza dell' acqua: gli esperimenti poi intorno le dispense d' acqua fatte dalle vene provano, come ora si è veduto ragionando a modo dello stesso Autore, che l' acqua esce per la semplice luce quasi colla velocità da lui voluta, la quale sta a quella stabilita dagli Idraulici prossimamente come $\frac{5}{13}$ a $\frac{8}{8}$, ch' è quasi come $\frac{5}{8}$ a $\frac{8}{8}$.

Quindi Egli non dubita d' asserire che l' esperienza si oppone al comun principio degli Idraulici, e che per contrario dimostra e conferma quello da lui novellamente escogitato ed ammesso.

Ma siccome noi abbiamo veduto riguardo ai getti, che a poco o nulla montano le difficoltà prodotte dall' Autore, e che gli stessi getti sono una prova di fatto e convincente della comun sentenza, e insieme una prova distruttiva della nuova teoria dell' Autore; così credo similmente, che anche gli esperimenti intorno l' acqua che dispensano le vene, nulla vagliano in conferma di tale nuova teoria; ma che per contrario servano essi pure a combatterla, ritenendo ancora quel valore, e quella forza tutta, che antecedentemente si è provato che anno a favore della sentenza comune, e contro quella dell' illustre Autore. Per dimostrar questo non occorre altro, che di far vedere, che l' Autore è in errore sulla causa della contrazion della vena, e quindi nel pretendere che nel calcolo che si fa per conoscere la velocità col mezzo dell' acqua uscita, non si debba ave-
re

re riguardo al diametro della vena ristretta, ma solamente a quello della luce per cui esce il fluido.

Le vene trasmesse per semplici luci escono naturalmente contratte.

XX. E' cosa certa per esperienza, che la vena si trova avere un' ampiezza minore dell' area della luce per cui esce, non solo dopo che è uscita, ma prima ancora d' uscire, e dentro il cerchio stesso ossia ambito dell' orifizio per cui passa; talchè si può dire, che la vena nasce realmente ed esce fuori più ristretta della luce per cui fluisce, comunque sia che la stessa vena continui ancora a restringersi alcun poco per breve intervallo dopo uscita, allorchè l' orifizio ovvero luce sia scolpita in lamina sottile. Nelle mie sperienze (n. IX.) nelle quali le vene fluivano per luci circolari di lamine la cui sottiliezza rassomigliava quella d' un foglio di carta, appariva agli occhi di chiunque un anelletto oscuro dentro immediatamente l' ambito della luce, cioè tra la concava circonferenza della luce e la vena uscente che ne era cinta e compresa, il qual anelletto si dava facilmente a vedere per essere la lamina gialla fiammeggiante, e il corpo della vena biancastro cristallino. Questo tal anelletto o cerchiello oscuro era un indizio od effetto manifesto d' una spezie come di voto, ovvero di spazio non occupato dall' acqua che usciva, il quale restava tra l' orlo esterno della luce e la vena attualmente effluente. Ora essendo minimo e come nullo l' intervallo tra l' orlo esterno della luce e l' orlo interno della medesima, dove ha il suo principio la vena, ne viene di necessaria conseguenza, che la vena comparendo più ristretta della luce immediatamente nell' atto d' uscire per la medesima, e dentro lo stesso margine ossia orlo esterno di essa luce; lo fosse parimente più stretta nel suo primo principio e per entro la piccolissima lunghezza della luce corrispondente alla tenuissima crassezza della lamina. Se dunque la vena fino dalla sua origine e per entro la luce per cui è trasmessa si trova contratta, e d' un diametro minore di quello della luce, a tutta ragione gli Idrulici riconoscono col Newton e prendono

per diametro della vena effluente per una semplice luce un diametro minore di quello della stessa luce.

Dico di più che il diametro, il quale veramente compete alla vena come vero e suo, è quello che si trova avere nel sito dove è più contratta, il qual sito si osserva, come altra volta ho avvertito, distante dall' orlo interno dell' orifizio per l' intervallo di circa un raggio o poco meno dello stesso orifizio. Imperciocchè non potendosi ripetere quella tal contrazione da un aumento di velocità prodotto nella vena dall' azione della gravità, come tosto mi farò a dimostrare; la vena in quel tale sito ha (prescindendo dalle perdite che avesse potuto fare per cause estrinseche) la sua velocità naturale e l' ampiezza che propriamente le conviene; potendosi giustamente riconoscere quel poi di più di grossezza che ha prima, dal non essersi ancora ben sistemate tutte le particelle a scorrere con una stessa direzione parallela all' asse della vena; oppure perchè la vena stacca e trae seco d' intorno delle gocce dell' acqua soffermata nel vaso, e da cui è circondata nella sua origine, le quali goccioline distendendosi per l' attrazione della vena lungo la stessa vena effluente, e intorno ad essa, accrescono la sua naturale grossezza finchè non sieno del tutto staccate dall' acqua contenuta nel vaso, ed abbiano partecipato di tutta quella velocità con cui fluisce e tende costantemente a muoversi la vena.

XXI. Che poi la contrazione, che si osserva costantemente in tutte le vene uscenti per semplici luci, non nasca e dipenda nè troppo nè poco dalla forza acceleratrice della gravità, come presume l' Autore, ma che la vena di sua natura sia più stretta dell' area della luce per cui esce, credo che si possa dimostrare coll' ultima evidenza.

Come mai è possibile che una vena che esce, non dirò per una luce orizzontale ascendendo a somiglianza d' un getto verticale, dove la cosa è chiara affatto di per sè, ma per una luce nel lato d' un vaso con moto e direzione parallela all' orizzonte; come è disse possibile, che questa vena orizzontale venga sensibilmente accelerata dalla gravità e quindi obbligata a farsi più sottile? Si aggiunga che le vene, come di sopra abbiamo osservato (n. XX.), non in-

cominciano a restringersi ed acquistar un diametro minore di quello della luce al momento che incominciano ad essere fuori dall'orifizio, ma lo sono ancora prima di uscire, e però avanti d'essere soggette all'effetto della forza acceleratrice della gravità. Di più immaginiamoci nel lato del vaso una luce armata esteriormente d'un tubo cilindrico dello stesso diametro della luce: se la lunghezza di questo tubo non sia che poco o nulla maggiore del suo diametro, si vedrà ad uscire per esso la vena bensì ancora contratta, cioè più ristretta dell'orifizio esterno di esso tubo, ma non si vedrà più ad aumentarsi la sua contrazione al momento d'uscire dall'orifizio del tubo, nè dopo. Dunque una tal vena ebbe tutta affatto la sua massima contrazione prima d'uscire dal tubo. Eppure finchè essa vena si mosse orizzontalmente sostenuta per entro al tubo non ha potuto essere accelerata dall'azion della gravità. Dunque nè l'origine, nè l'incremento massimo della contrazione della vena dipende dalla gravità, almeno nelle vene orizzontali. Per ultimo consta dall'esperienza che se una vena d'acqua qualunque venga trasmessa dal vaso per un tubo cilindrico d'una lunghezza tre volte o più maggiore del suo diametro, la vena e nel suo primo uscire dal tubo, ed anche dopo uscita si trova d'una ampiezza non minore di quella dell'intera luce del tubo per cui fluisce. Eppure la vena soggiace ugualmente all'azion della gravità mentre esce per la luce del tubo, che quando esce dal vaso immediatamente per una luce senza tubo. Ed è di più osservabile, che se anche il tubo fosse applicato al fondo del vaso diretto in giù verticalmente, ancora la vena esce senza restrizione, benchè sia evidente che in questo caso concorre la gravità ad accelerare il moto della vena. E' dunque dimostrato per esperienza che la contrazione che si osserva nelle vene, che escono dai vasi per semplici luci, non è un effetto della forza acceleratrice della gravità; ma che è naturale ed intrinseca alle stesse vene; che esse di loro natura sono meno ampie delle arce delle luci per cui escono; come appunto vengono prese e considerate da tutti gli Idraulici dopo il Newton.

XXII. Ma anche senza altre prove, la dispensa che si fa delle vene trasmesse per tubi basterebbe essa sola a di-

mostrar e convincere chiunque, che l' illustre Autore è in inganno nel pretendere che le vene che escono per semplici luci si debbano prendere e computare sotto un' ampiezza uguale a tutta quella della luce, e nell' inferire che quindi Egli fa, come abbiamo notato, che dall' acqua che dispensano esse vene risulti che la loro velocità in vece di trovarsi uguale o pressochè uguale a quella dovuta a tutta l' altezza dell' acqua nel vaso, si trovi che sta alla medesima nella ragione prossimamente di 5. all' 8. ch' è quanto dire di 16. al 16.

Dalle sperienze del Bossut (Idrodin. par. 2. cap. 4.) risulta che col mezzo d' un tubo cilindrico si ottiene una dispensa sotto una data costante altezza dell' acqua nel vaso, che riportata alla dispensa massima trovasi prossimamente nella ragione di 13. a 16. Un simile rapporto trovò anche il Michelotti tra l' acqua uscita per un tubo cilindrico del diametro di due pollici, e lungo pollici 5, e l' acqua della dispensa massima; avendo egli trovato che sta quella a questa come $271 \frac{1}{3}$ a 324, cioè prossimamente come 13 a 16.

(Sperim. idraul. p. 2. vol. 2. cap. 1.) Ma abbiamo veduto che la dispensa effettiva d' una vena che esce per una semplice luce sta alla massima a un di presso come 10 al 16, secondo le sperienze del Bossut. Dunque la dispensa che si fa dalla vena trasmessa per un tubo cilindrico è notabilmente maggiore di quella che si fa dalla stessa vena uscente per una luce non armata di tubo. Da che ripeteremo che in pari tempo e sotto una stessa altezza dell' acqua nel vaso esca notabilmente maggiore quantità d' acqua per una luce armata esteriormente d' un tubo cilindrico che per la stessa luce semplice. No certamente dalla velocità; poichè questa è minore nella vena che esce per mezzo del tubo, che nella stessa effluente per la semplice luce. Dunque la minore copia d' acqua che dispensa la vena uscente per la luce semplice nasce e dipende dalla contrazione della stessa vena, la qual contrazione viene tolta, se non in tutto, in parte almeno dal tubo cilindrico; come si manifesta dal vedere, che la vena scorrendo pel tubo giugne ad ingrossarsi a segno d' uscire dal medesimo con un' ampiezza uguale affatto all' orificio esterno dello stesso tubo.

E' dunque giusto ed anzi necessario il metodo insegnato dal Newton, e praticato dagli Idraulici nel calcolare per mezzo dell'acqua che dispensano le vene che per semplici luci scaturiscono dai vasi, di prendere per diametro delle stesse vene quello che dicesi diametro della vena contratta, e che si trova realmente in esse vene, e non quello della luce, che effettivamente non anno.

Lascio di dire delle dispense che si ottengono per via d'imbuto, le quali crescono moltissimo in confronto di quelle che danno le vene effluenti per semplici luci, benchè armando le luci d'imbuto non succeda aumento di velocità nelle vene. E rifletterò per ultimo, che se le vene trasmesse per tubi cilindrici fluissero di continuo senza alcun ostacolo e ritardo con tutta intera la velocità, che, secondo l'Autore, può mai ricevere una vena dalla forza coartiva che la spinge e l'anima ad uscire e muoversi costantemente, la loro dispensa dovrebbe essere alla massima ed assoluta (e) come $5 \frac{13}{25}$ a 8, cioè prossimamente come $10 \frac{1}{2}$ a 16.

(e) Nel Volume V. della Società Italiana pubblicato nel 1790 osserva il Sig. Cav. Lorenza che presa per unità l'altezza permanente dell'acqua nel vaso, l'altezza dovuta alla velocità effettiva è uguale a questa funzione dell'unità

$2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2$ precisamente, come già l'aveva definita nel Vol. IV.

Ma riflette che svolgendo questa espressione col' usar un maggior numero di decimali di quello aveva adoperato nel Vol. IV. pag. 317; e con ciò approssimandosi più al vero, risulta che presa l'unità per altezza permanente, l'altezza ridotta, cioè quella a cui è dovuta la velocità, non è che $\frac{11}{25}$ dell'unità; e però sta l'altezza permanente dell'acqua nel vaso a quella dovuta alla velocità della

vena come 25 a 11. E la velocità che sarebbe dovuta all'altezza attuale permanente, sta alla velocità dovuta all'altezza ridotta, come $8 : 5 \frac{5}{12}$, o come 96 a 65.

Quindi se l'altezza intera dell'acqua nel vaso dicesi A, quella a cui è dovuta la velocità sarà $\frac{11}{25}$

A; e non $\frac{54}{25}$ A, e meno $\frac{2}{5}$ A, come l'aveva posta nel Vol. IV.

Ma ammettendo anche questi valori che più si avvicinano alla formula $2A \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2$, suppo-

sta A l'altezza permanente intera dell'acqua, sussiste ancora tutto quello che abbiamo detto contro la sua Memoria, tanto più che noi nelle nostre sperienze abbiamo ado-

Ma le stesse vene benchè perdano della loro naturale velocità passando nei tubi cilindrici, danno una dispensa molto maggiore, come si è veduto. Dunque forza è concludere di nuovo, che la velocità da cui sono animate le vene ad uscire dal vaso e fluire è più grande di quella che viene assegnata dall'Autore; e tanto più grande che giugne ad essere uguale o pressochè uguale a quella corrispondente a tutta l'altezza dell'acqua, come superiormente abbiamo dimostrato.

Dopo avere sciolte le obbiezioni contro il comun principio degli Idraulici, e provato che l'esperienza dimostra realmentè e conferma lo stesso principio, e che per contrario si oppone evidentemente alla nuova dottrina del chiarissimo Autore, io credo superfluo di maggiormente prolungare questo Scritto coll'occuparmi nell'esame dei principj teorici, dai quali ricava esso Autore la sua formola per la misura della velocità di cui si tratta. Imperciocchè è manifesto, che non ponno essere vere e giuste quelle teorie fisiche, nè quelle formole, le quali danno risultati lontanissimi da quelli che si raccolgono e si manifestano dall'esperienza. Oltre di che lo scopo di questa mia Memoria non è propriamente di fare una censura o critica al dotto e celebre Autore, ma soltanto di difendere come una verità d'esperienza il ricevuto principio fondamentale dell'Idrodinamica contro le difficoltà e le prove che lo stesso Autore ha prodotte per abbatterlo; al qual oggetto io mi lusingo di avere fin qui bastantemente soddisfatto.

perata per altezza dovuta alla velocità secondo la teoria del Signor Cav. Lorena, quella che risultò coll' estrazione del radicale fatta per via di decimali.

E rispetto alla velocità poco decide, se la velocità dovuta a tutta l'altezza stia a quella stabilita dal Sig. Lorgna come 8 a $5\frac{13}{55}$ qual

Egli nel Vol. IV. l'ammise, e noi l'abbiamo usata come da lui stabilita; oppur come 8 a $5\frac{5}{12}$, qual risulta estraendo la radice con più decimali, e che per conseguenza è più prossima alla vera, cioè a quella dovuta all'altezza a cui egli vuole che effettivamente corrisponda la velocità della vena.