ESAME E RETTIFICAZIONE DE' DIFETTI E PARALOGISMI, CHE S' INCONTRANO IN TUTTE LE DIMOSTRAZIONI DEL TEOREMA FONDAMENTALE D' IDRAULICA.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 29. Vendemmiajo An. VII. (21. *Ottobre* 1798.)

E' Noto agl' Intelligenti, che il Problema di determinare la velocità, con cui esce l' acqua da un' apertura fatta nella base o nelle sponde d' un vaso, è il più complicato e difficile dell' Idraulica, e che una soluzione rigorosa, allorchè la detta apertura ha un sensibil rapporto all' ampiezza del vaso, si aspetta ancora da' Geometri, e verisimilmente si aspetterà per molti Secoli. Nel solo caso, che il foro sia infinitamente piccolo per riguardo alla larghezza del recipiente, si può dimostrare a rigore, che la detta velocità è uguale a quella, che acquista un grave cadendo dall' altezza della colonna d' acqua soprastante all' orifizio. Ma quì è mestieri osservare (ciò che sembra sfuggito a tutti quelli, che finora hanno scritto sull' Idraulica), che una siffatta dimostrazione è essenzialmente appoggiata al supposto, che la velocità finita, che in un tempo infinitamente piccolo si acquista dalla prima falda d' acqua imminente all' orifizio in virtù della pressione della colonna soprastante, viene acquistata gradatamente e successivamente nella durata di quel tempiciuolo infinitesimo per modo che essa incomincia dal zero, e crescendo di mano in mano uniformemente diventa finita alla fine del detto tempuscolo. Se si abbandona questo supposto, e si vuole al contrario, che la velocità sia tutta comunicata alla prima falda dalla colonna soprastante nel principio del tempuscolo infinitesimo, e persista la stessa senza alcun aumento nella durata di quel tempuscolo, sicchè la prima molecola del fluido nell' uscir tutta dal foro si muova d' un moto uniforme, ed impieghi in quest' uscita lo stesso infinitesimo tempuscolo che nell' ipotesi precedente, allora trovasi all' op-

opposto la detta velocità uguale a quella d' un grave che cade liberamente dalla metà soltanto dell' altezza del fluido sopra il lume del vaso.

Per procedere colla debita esattezza in questa indagine, bisogna immaginare una gocciola, o molecola infinitesima d' acqua di figura prismatica, la quale abbia per base l' orifizio infinitesimo del recipiente, ed un' altezza infinitamente piccola. Questa molecola per tutto quel tempicciuolo ch' essa mette ad uscire dal foro è incalzata e premuta costantemente dalla colonna verticale soprastante con una forza uguale al peso di tal colonna. E poichè pel Lemma X. del Libro I. de' Principj di Newton, *Spatia, quæ corpus urgente quacunque vi finita describit, sive vis illa determinata & immutabilis sit, sive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur, sunt ipso motus initio in duplicata ratione temporum*, quindi ne segue, che la detta molecola, per tutto quel tempicciuolo che ella mette ad uscir tutta dal foro, cioè a percorrere uno spazio uguale alla sua infinitesima altezza, si muove d' un moto uniformemente accelerato. Chiamisi pertanto C la velocità acquistata dalla molecola alla fine del primo tempuscolo, ovvero appena uscita dal lume, μ l' altezza di lei, ossia lo spazio da essa percorso, c la velocità, che nel detto tempuscolo acquisterebbe la molecola, se cadesse liberamente in virtù del solo suo peso, ω lo spazietto infinitesimo di second' ordine, da lei descritto in tal caduta, finalmente A l' altezza della colonna del fluido imminente al foro, e V la velocità acquistata da un grave nella libera discesa da A. Abbiamo quì adunque due forze sollecitatrici costanti applicate alla medesima massa, cioè alla molecola del fluido: la prima di queste forze è il peso della colonna del fluido, che caccia la molecola fuori dell' orifizio, le imprime la velocità C nel primo istante, e le fa descrivere lo spazio μ; la seconda è il peso della molecola stessa, in virtù del quale essa acquisterebbe cadendo liberamente la velocità c, e descriverebbe lo spazio ω in quell' istante. E siccome le forze costanti applicate alla medesima massa sono proporzionali alle velocità, che generano in essa in egual tempo, oppure agli spazj da lei percorsi in tal tempo, sarà perciò il peso della colonna al peso della molecola, ovvero l' altezza di quella all'altezza di questa, cioè $A : \mu$ come sta $C : c$, oppure come $\mu : \omega$. Laonde essendo $C : c :: A : \mu :: \mu : \omega$, ne viene in conseguenza $C : c :: \sqrt{A} :: \sqrt{\omega}$. Ma per le leggi della libera caduta de' gravi, sta ancora $V : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$. Dunque $C : c :: V : c$; e quindi $C = V$, vale a dire la velocità, con cui esce dall' orifizio nel primo istante del moto la prima falda del fluido, è uguale alla velocità finale d'un grave, che casca da tutta l' altezza del fluido sopra l' orifizio.

Facciamo ora il supposto, che la gocciola d'acqua nel tempicciuolo, ch' ella impiega ad uscir tutta dal lume del vaso, si muova non più d' un moto equabilmente accelerato, ma piuttosto uniforme, ricevendo nel principio del tempicciuolo tutta la velocità che chiameremo G. In questo supposto, sussistendo come prima la proporzione tra le forze sollecitatrici A, μ e le velocità momentanee G, c, non sussiste più la proporzione tra le dette forze, e gli spazj istantanei μ, ω; avvegnachè questi spazj, essendo bensì descritti nello stesso istante ambedue, ma il primo con moto uniforme, il secondo uniformemente accelerato, non tengono più fra loro la proporzione delle velocità G, c. Per ridurli a questa proporzione, è d' uopo duplicare lo spazietto ω, e prendere 2ω; il quale così rappresenta la velocità c acquistata alla fine del primo istante dalla molecola cadente per la sola sua gravità, giacchè se si movesse la molecola con tal velocità invariata e uniforme, descriverebbe nel detto istante uno spazio appunto doppio di prima, ossia 2ω. Avremo ora dunque, nell' ipotesi fatta del moto uniforme della gocciola nel valicar l' orifizio, $G : c :: A : \mu :: \mu : 2\omega$; e conseguentemente $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{2\omega}$. Chiamo v la velocità acquistata da un grave nella caduta libera dalla metà di A; e le leggi de' gravi cadenti mi offrono l' analogia $v : c :: \sqrt{\frac{1}{2}A} : \sqrt{\omega} :: \sqrt{A} : \sqrt{2\omega}$. Dunque $G : c :: v : c$. Dunque $G = v$, vale a dire la velocità, con cui la molecola d' acqua si scaglia dalla luce del recipiente, è pari a quella che acquisterebbe cadendo liberamente non da tutta l' altezza del fluido sopra l' orifizio, ma soltanto dalla metà dell' altezza.

Potrebbe credersi per avventura, che qualora al supposto del moto uniforme della molecola nell'attraversar l'orifizio si congiungesse il supposto del moto pure uniforme del grave nel primo istante della libera discesa, siccome è lecito supporre d'un moto istantaneo, e siccome quì sembra doversi supporre per l'analogia delle forze sollecitatrici, il peso cioè della colonna del fluido, e il peso della molecola, delle quali se si immagina la prima operante per impulsi istantanei, interrotti dalla cessazion di azione per la durata di ogni istante, dee supporsi ancor la seconda operante d'egual maniera; potrebbe, dico, credersi, che allora si ritrovasse la velocità della molecola uscente dal foro, non più *dovuta* alla metà dell' altezza del fluido; ma bensì a tutta l'altezza. Ma fatto sta, che anco supponendosi uniforme il moto d'un grave per tutto il primo istante della libera caduta dall' altezza ω, la velocità dell' uscita del fluido dall' orifizio, nell' ipotesi ch' essa rimanga costante per la durata dell' istante che impiega la prima molecola a trapassare l'orifizio, si dimostra, come prima, esser *dovuta* alla metà dell' altezza del fluido. Imperocchè sussiste anche in quest' altra ipotesi l'analogia $G : c :: A : \mu :: \mu : \omega$, e però $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$; ma per paragonare la velocità finale v del moto uniformemente accelerato per l' altezza $\frac{1}{2}A$ colla velocità c del moto uniforme per ω, insegna la dottrina del moto equabilmente accelerato, dover prendersi il doppio dello spazio scorso $\frac{1}{2}A$ e dividersi pel tempo t, in cui è stato percorso, con che hassi il valore di $v = \frac{A}{t}$, siccome si ha il valore di c nel moto uniforme con dividere lo spazio semplice ω per l' istante dt, in cui viene descritto, il che vale $c = \frac{\omega}{dt}$: Di quì adunque deriva $v : c :: \frac{A}{t} : \frac{\omega}{dt}$; e poichè sta manifestamente $v : c :: t : dt$, essendo nella libera discesa de' gravi le velocità finali in ragione de' tempi decorsi, ne viene in conseguenza

$v : c :: \frac{A}{v} : \frac{\omega}{c}$, ovvero $v^2 : c^2 :: A : \omega$; e quindi $v : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$. Laonde essendo anche $G : c :: \sqrt{A} : \sqrt{\omega}$, si dedurrà $G : c :: v : c$; e finalmente $G = v$, vale a dire la velocità dell' uscita del fluido dal lume infinitamente piccolo del recipiente risulta uguale a quella d' un grave, che cade dalla sola metà dell' altezza del fluido soprastante.

Il Cel. Bossut nella seconda edizione del 1786. del suo *Trattato teorico e sperimentale d' Idrodinamica* dimostrando ancor egli al §. 195., che la velocità dell' acqua uscente dal foro infinitesimo d' un vaso è *dovuta* a tutta l' altezza verticale del fluido sopra il foro, adotta un principio, che a prima vista potrebbe far credere, che egli riguarda come uniforme il moto della prima molecola o falda del fluido nella durata dell' istante, in cui attraversa l' orifizio; dal che poi nascerebbe una velocità, come abbiamo mostrato, *dovuta* alla sola metà della mentovata altezza. Egli chiama M la massa infinitesima di fluido, che la colonna soprastante all' orifizio spreme nel primo istante fuori dell' orifizio; m la massa, che in virtù del solo suo peso uscirebbe in detto istante dallo stesso orifizio; V la velocità della prima massa in quell' istante; v della seconda. Quindi osserva, che le masse M, m sono come i loro volumi, e questi come i prodotti dell' orifizio per le velocità V, v, e ciò per un Teorema da esso precedentemente dimostrato, che *il volume di liquore, che si scarica da un vaso per un foro, è uguale al prodotto di questo foro per la linea, che rappresenta la velocità dell' efflusso*. Ma siccome questo Teorema non può esser vero se non nel supposto che sia costante la velocità dell' efflusso; sembra quindi che il Bossut riguardi come costante la velocità V per tutta la durata del primo istante, in cui la massa M tragitta l' orifizio. Ciò non pertanto le masse M, m indipendentemente dal predetto Teorema si dimostrano proporzionali alle rispettive velocità V, v: e infatti tali masse sono come le altezze dei prismi che elleno rappresentano, e queste altezze non son altro che gli spazj da esse scorsi nel primo istante dell' efflusso, e questi spazj sono appunto come le velocità V, v in tal istante generate; avvegnachè, per la dottrina delle forze acceleratrici, allorchè due forze costanti, comunque tra loro diverse, producono due moti uniformemente accelerati, gli spazj trascorsi in egual tempo dal principio del moto sono tra loro come le velocità in tal tempo prodotte. E così sussiste in tutta la sua forza la dimostrazione del Bossut, la quale come da esso appoggiata al prefato Teorema, poteva a primo aspetto sembrar vacillante.

Ma se la prima molecola del fluido cammina nell' attraversar l' orifizio con moto uniformente accelerato durante il primo infinitesimo tempuscolo, ed acquista la velocità conveniente all' altezza del fluido nella fine di tal tempicciuolo; tutte però le molecole susseguenti escono dall' orifizio con moto uniforme e con velocità costante competente alla detta altezza. Ciò si deduce immantinente dalla unione e continuità della vena, che forma il fluido già scaturito dal foro, onde avviene, che (supposto il vaso ad una costante pienezza) scorrendo la prima molecola nel secondo istante colla velocità già acquistata uno spazio doppio di prima, cioè 2μ, la seconda molecola per non disgiugnersi dalla prima, dee ancor essa in tal istante percorrere uniformemente lo stesso spazio 2μ colla velocità medesima, e conseguentemente attraversare il foro (con che ella compie la prima metà di detto spazio) con moto uniforme, e con velocità *dovuta* all' altezza del fluido. Il che se vale della seconda molecola, dee pure valere della terza, della quarta, e di tutte le susseguenti. E così apparisce con piena evidenza, che tutte le molecole del fluido ad eccezione della prima escono dal foro infinitesimo del recipiente con moto uniforme, e con velocità costante generata dalla libera caduta per tutta l' altezza del fluido sopra il lume del vaso.

Di qui poi ulteriormente deriva una conseguenza singolare e inaspettata, che la forza impiegata ad espellere il fluido dall' orifizio, passato il principio del moto, cioè il primo infinitesimo tempuscolo, si fa due volte più grande ed energica di quello che fosse nel primo istante del moto, e persiste poi tale in tutti i successivi istanti, supposto sempre, che il vaso sia mantenuto nella stessa pienezza. Ed in vero poichè nella prima molecola la base rivolta all' orifizio trovasi, passato il secondo istante, come abbiamo veduto, lontana dall'orifizio per due volte la sua lunghezza, ossia per 2μ, la continuità del fluido esige, che quest' intervallo sia nel detto istante riempiuto ed occupato da due molecole eguali alla prima. Dunque nel secondo istante non una sola, come nel primo, ma due molecole sono cacciate fuori dall'orifizio, e così due altre nel terzo istante, due altre nel quarto, e così sempre in tutti gli istanti successivi dopo il primo; e tutte queste sono animate nell' attraversar l'orifizio da quella stessa uniforme celerità, che acquista la prima nella durata del primo istante, e che corrisponde all' altezza del fluido. Per conseguenza se la forza espellente del fluido nel principio del moto è, come abbiamo mostrato, uguale al peso d' una colonna di fluido, che ha per base l' orifizio, e per altezza quella del fluido stesso; la forza espellente dopo quel primo momento, come quella, che in ciascuno de' successivi eguali momenti imprime ad una doppia massa la medesima velocità, sarà accresciuta del doppio, cioè diverrà eguale al doppio peso della colonna, che sta a piombo sopra il foro; giacchè è noto dalla teoria delle forze acceleratrici, che due forze costanti, le quali in egual tempo imprimono la stessa velocità a due differenti masse, sono in proporzione delle medesime masse.

Il Newton nella seconda edizione della sua grand' opera de' *Principj* alla Prop. 36. Cor. 2. del Libro II. cambiò sentimento intorno alla misura della forza dell' acqua nell' uscire per le aperture de' vasi, avvegnachè laddove nella prima edizione egli avealа adottata eguale al peso d' una colonna d' acqua, che ha per base il foro e per altezza quella della superficie dell' acqua sopra il foro, nella seconda la pose al doppio maggiore, mettendola eguale al peso d' una colonna della stessa base, e di doppia altezza. *Vis* (così egli si esprime), *qua totus aquæ exilientis motus generari potest, aequalis est ponderi cylindricæ columnæ aquæ, cujus basis est foramen, & altitudo dupla vasis. Nam aqua exiliens, quo tempore hanc columnam æquat pondere suo ab altitudine vasis cadendo, velocitatem suam, qua exilit, acquirere potest.*

Questa misura Newtoniana della forza espulsiva dell' acqua dalle luci de' serbatoj fu nel 1724. acremente combattuta dall' inallora giovinetto, l' immortal Daniele Bernoulli nelle sue *Esercitazioni Matematiche*, e dal dotto Matematico e Medico Trentino Pier Antonio Michelotti nella profonda opera sopra la *separazione de' fluidi del Corpo Animale*; ma fu nel tempo istesso validamente sostenuta, e vittoriosamente difesa dai celebri Jacopo Jurin, e Jacopo Riccati, i quali rimasero in questo aringo vincitori e padroni del campo. Infatti quattordici anni dopo, Daniele Bernoulli nella sua Idrodinamica ritrattò la sua opinione, e coll' ingenuità propria de' grandi Uomini cedendo la palma al suo avversario Riccati, confessò solennemente il suo abbaglio. *Ista sententia* (dice egli al §. 9. della Sezione 13.) *a me olim, & ab aliis fuit impugnata, ab aliis rursus confirmata; nunc autem, postquam hanc aquarum motarum theoriam meditatus sum, lis ita dirimenda mihi videtur, ut, cum aquæ ad motum uniformem pervenerint, quæ quidem hypothesis est Newtoni, tunc recte altitudine dupla vasis vis illa definiatur; sed ab initio fluxus, ubi velocitas adhuc nulla est, vis simplici altitudini respondeat, moxque crescente velocitate, simul vis aquam ad effluxum animans crescat, & tandem ad eam magnitudinem exsurgat, quam Newtonus assignavit ..... Recte Riccatus, cum quo mihi de hoc argumento res erat, interrogatus, unde vis illa duplae aquarum altitudini conveniens oriri possit, cum, obturato orificio, gutta eidem imminens vi simplicis altitudinis urgeri manifeste appareat, respondit, distinguendum esse statum quietis a statu motus*. Questa nobile franchezza, onde quel Geometra immortale riconosce pubblicamente il suo fallo, e cede il campo al suo Illustre Avversario, ci richiama alla memoria quell' altro grand' uomo dell' antichità, l' antesignano e l' oracolo de' seguaci d' Esculapio, di cui ci narra Cornelio Celso (*a*) colla sua solita eleganza, e col suo gran senno, che, *a suturis se deceptum esse, Hippocrates memoriæ prodidit, more scilicet magnorum Virorum, & fiduciam magnarum rerum habentium. Nam levia ingenia, quia*

(*a*) *De Medicina* Lib. VIII. Cap. 4. Veggasi a questo proposito anche Quintiliano nel Lib. III. Cap. 6. delle sue Instituzioni Oratorie, dove all' esempio d' Ippocrate aggiugne quello di Cicerone, e di altri illustri Antichi, ed anche il suo proprio.

nihil habent, nihil sibi detrahunt. Magno ingenio, multaque nihilominus habituro, convenit etiam simplex veri erroris confessio; præcipueque in eo ministerio, quod utilitatis caussa posteris traditur; ne qui decipiantur eadem ratione, qua quis ante deceptus est.

Il famoso Eustachio Manfredi nell' annotazione 4. al Capo I. del Trattato della Natura de' Fiumi del Guglielmini, partendo dal supposto, che la velocità dell' acqua prorompente dal picciolissimo foro d' un vaso è *dovuta* all' altezza dell' acqua sopra il foro, e volendo provare, che la forza impiegata ad espellerla è il doppio peso della colonna, che ha per base l' orifizio, e per altezza quella del fluido, fa uso, con quella evidenza e chiarezza tanto sua propria, del seguente discorso: ,, Parmi dunque, che, se la velocità dell' acqua all' uscire da un foro dipende dalla pressione, e se tal velocità è veramente eguale a quella d'un corpo solido disceso liberamente dalla quiete per uno spazio eguale all' altezza dell' acqua sopra il foro, la forza che s' impiega nell' espellere l' acqua dal foro predetto, non sia già eguale, ma doppia del peso della colonna d' acqua, che sta sopra il foro. Per dimostrarlo, si consideri, che in un solido il quale cominci a discendere, tutto l' effetto istantaneo di quella forza che s' impiega nel muoverlo, consiste in quella quantità di moto infinitamente piccola, che risulta dalla quantità finita della materia del solido moltiplicata nel grado di velocità infinitamente piccola impressogli in quell' istante dalla detta forza. Laddove nel fluido, che comincia ad uscire da un vaso, tutto l' effetto istantaneo di quella forza, che si adopera nel muoverlo, è quella quantità di moto infinitamente piccola, che nasce dalla quantità infinitamente piccola del fluido, che si espelle, moltiplicata per quel grado finito di velocità che la detta forza gl' imprime. Dovendo dunque gli effetti istantanei adequati essere proporzionali alle loro cagioni, quando gl' istanti si prendono di durata eguale, la proporzione del detto moto istantaneo del solido al moto istantaneo del fluido ci mostrerà la proporzione delle forze, che li producono. Ora la detta proporzione de' moti istantanei è quella delle somme de' medesimi moti risultanti dopo un tempo qualunque eguale finito: imperocchè ciascuna delle

det-

dette forze restando sempre la medesima, produce in ogni istante una quantità di moto eguale a quella, che produsse nel primo istante, e però in tempo eguale si producono somme di moto proporzionali a que' primi moti istantanei. Prendendo adunque un tempo eguale finito, e per maggiore facilità scegliendo quello, in cui un corpo liberamente cadendo dalla quiete descrive tanto spazio, quanto l' altezza dell' acqua del vaso sopra il piano del foro; è manifesto che la somma de' moti istantanei del solido, che noi cerchiamo per tutto questo tempo, non è che il prodotto della quantità della materia del solido per la somma di tutte le velocità momentanee da esso acquistate, cioè per la velocità totale, che il solido ha acquistato nel fine del detto tempo. Parimente la somma, che noi cerchiamo de' moti istantanei del fluido per tutto il medesimo tempo, non è che il prodotto della quantità della materia fluida uscita dal vaso nel detto tempo, per quel grado di velocità costante, con cui è uscita: Ma questa si suppone eguale alla detta velocità acquistata dal solido; dunque la forza, che s' impiega nel muover il solido, starà alla forza, che s' adopera nell' espellere il fluido, come la quantità della materia del solido alla quantità della materia del fluido, che è uscita nel predetto tempo, cioè al doppio della colonna del fluido, che sta a piombo sopra il foro, o sia come il peso del solido al peso del doppio della colonna del fluido. Ma la forza che s' impiega nel muover il solido, è certamente eguale al peso, anzi è lo stesso peso del solido; dunque la forza che si esercita nell' espellere il fluido, è eguale al peso del doppio della colonna del fluido ,,.

Questo lucidissimo ragionamento di Manfredi è stato più brevemente da alcuni Autori esposto nella lingua analitica e simbolica, ma per mancanza di certa necessaria precisione e chiarezza ha fatto nascere degli equivoci nella mente de' Leggitori più attenti. Parmi, che con tutta la possibile evidenza possa enunziarsi così: Cercasi quel peso, il quale uguaglia la forza esercitata nel cacciar fuori dell' orifizio l' acqua contenuta nel vaso. Chiamo M la massa grave dotata del peso ricercato; C la velocità costante, con cui l' acqua esce dal foro, ed uguale pel supposto all' acquistata dalla massa M nella libera discesa per tutta l' altezza del fluido sopra il detto foro; Q la quantità d' acqua uscita dalla luce nel tempo di tale discesa. Per un istante qualunque la forza motrice della massa M nella sua libera caduta sarà $= MdC$, e la forza motrice della massa d' acqua dQ, che in tal istante prorompe dall' orifizio colla velocità permanente C, sarà $= CdR$. Laonde l' eguaglianza di queste due forze importa $MdC = CdQ$; ed integrando, $MC = CQ$; e quindi $M = Q$. Ma la quantità d' acqua Q esce dal foro colla velocità uniforme C dovuta all' altezza sopra il foro nel tempo che la massa M ha acquistato cadendo la stessa velocità C, o sia nel tempo che casca un grave liberamente da detta altezza; e in conseguenza per le leggi del moto de' gravi, Q forma una colonna d' acqua due volte più lunga di quella che sta a piombo sopra il foro. Dunque anche il peso di M, che si è assunto per esprimere la forza espellente dell' acqua, è uguale a quello della doppia colonna imminente al lume del serbatojo.

A giustificazione poi della strada tenuta dal Manfredi nell' addotta dimostrazione, egli fa opportunamente osservare, che „ non dee fare difficoltà, che nel raccogliere la somma de' moti istantanei, non siasi messo in conto quel di più di moto, che di mano in mano ha il solido in virtù della velocità antecedentemente acquistata; nè parimente quello che ha il fluido già uscito dal vaso, in virtù parte della velocità con cui uscì, e parte di quella che gli va imprimendo la sua gravità propria nel cadere per aria: perocchè questi non sono effetti istantanei di quella forza, che spigne il fluido o il solido; ma sono una continuazione dell' effetto delle velocità già impresse; e continuerebbero tuttavia quand' anche s' intendesse distrutta quella forza movente, di cui sola consideriamo l' effetto a ciascuno istante. „

Non dissimula per altro quest' acuto Geometra, che la proposizione, comunque rigorosamente dimostrata nelle accennate circostanze, che la colonna di fluido imminente all' orifizio non basta che per metà ad espellere l'acqua colla velocità indicata, veste una sembianza di paradosso, che sembra a prima vista offendere la retta ragione. Quindi egli si studia di toglierne l' aspetto informe, e prosegue ingegnosamente a dire: „ da questo discorso si può dedurre, che il semplice peso della colonna del fluido che sta perpendicolarmente sopra il foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l'acqua con quella velocità con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella d'un solido caduto da pari altezza); nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria, ad altro si saprebbe ricorrere, che all'altra acqua laterale, che è d'intorno alla detta colonna, e che spignendo, secondo la comune proprietà de' fluidi, per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell'ultima falda o gocciola d'acqua, che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tale pressione, per avere l'esito aperto per lo stesso foro); e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d'intorno intorno ciò, che quella ha lasciato di voto presso gli orli del foro; onde poi nasca la contrazione del getto. E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l'acqua laterale nel produrre quest'effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta essa in equilibrio; se pure non si dee dire piuttosto, che tutto l'effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso. “