SOPRA LA PRESSIONE DELLE PORTE CONTRO I LORO ARPIONI.

Di Gregorio Fontana.

Ricevuta li 14. *Fruttidoro An. VI.*
(31. *Agosto* 1798.)

Un Problema di Statica de' più semplici, che mai possano idearsi, sembra indubitatamente esser quello, in cui trattasi di determinare la quantità e direzione della pressione, che esercitano contro gli arpioni le imposte delle porte o finestre, che intorno a quelli su loro gangheri liberamente si muovono. Eppure, se affrontando di slancio questo Problema si presume, senz' altro ripiego, di considerare la porta nello stato suo attuale, e nella sua funzione ordinaria, s' incontrano delle difficoltà, che quand' anco non riescano insuperabili, sembrano però dover rendere questa ricerca laboriosa anzichè no e complicata. Per evitare cosiffatte difficoltà, e giugnere speditamente alla soluzione del Problema, è mestieri considerare la cosa più da lontano, ed esaminare la pressione, che viene esercitata da un piano supposto pesante e verticale contro due sostegni, sui quali si regge, posti non in una retta verticale, come lo sono gli arpioni d' una porta, ma in una retta comunque obliqua all' orizzonte. Ritrovato l' occorrente in questo caso, riesce poi facilissimo il passaggio al caso preciso della porta, che fa sforzo contro i suoi arpioni verticalmente disposti.

Sembra a primo aspetto, che il caso più semplice e più naturale debba esser quello della posizione verticale dei due sostegni, e che da questo debba passarsi all' altro della posizione obliqua, anzichè da questo secondo al primo: ma in fatti non è così; ed in ciò accade appunto quello, che si riscontra nella teoria delle potenze parallele, la quale anzichè guidare ed aprire la strada alla teoria delle potenze concorrenti, si deriva comodamente, qual conseguenza spontanea, da questa.

PROBLEMA.

Sia per tanto (Fig. 5.) il piano grave BCDE verticale, fermato a due sostegni ne' punti B, C posti in una retta BC obliqua all' Orizzonte, intorno ai quali esso può volgersi liberamente in circolo, ma non può aver altro moto. In questo stato di cose, cerco la direzione e la quantità di pressione, a cui soggiaciono i due punti di sostegno B, C.

Soluz. Sia G il centro di gravità del piano pesante, e la verticale PGA per esso tradotta tagli la linea BC dei sostegni sotto l' angolo $PAC = \varphi$. Il peso del piano dicasi P, il quale premerà contro la retta BC, come se fosse immediatamente applicato in A. Prendo AG per rappresentare l' azione del peso P, e meno da G la perpendicolare GF a BC, compiendo il rettangolo FH. Con ciò lo sforzo P si risolve in due, uno $AF = P \cos.\varphi$, che diremo Q; l' altro $AH = P$ sen. φ, che nomineremo R. Questo sforzo R produce nel sostegno B la pressione $\frac{AC}{BC} . R = \frac{AC}{BC} . P \text{ sen.} \varphi = p$ nella direzione BE, e nell' altro sostegno C produce una pressione $\pi = \frac{AB}{BC} . R = \frac{AB}{BC} . P \text{ sen.} \varphi$ nella direzione CD, entrambe perpendicolari a BC. Guidando ora le perpendicolari BK, CL sopra PA, nasce $BK = AB . \text{sen.}\varphi$, e $CL = AC . \text{sen.}\varphi$; con che abbiamo $p = \frac{CL}{BC} . P$, e $\pi = \frac{BK}{BC} . P$; e si è già trovato $Q = P \cos.\varphi$, che agisce contro i sostegni in direzione della linea BC, che li congiunge. Il che era ec.

Scolio. Se BCDE fosse un corpo di qualunque forma e grandezza sostenuto ne' due punti B, C, la precedente soluzione si applicherebbe anche ad esso interamente, purchè però il suo centro di gravità si trovasse nel piano verticale, che passa pe' due sostegni B, C.

Sup-

Supponghasi ora, che restando fermo il punto C (Fig. 5. e *6.*) vada di mano in mano innalzandosi il punto B, e quindi scemando l' angolo $GAC = \varphi$, come pure le rette AB, BK. Quando la verticale PG urta nel punto B, allora diventa $AB = o$, $BK = o$, ed $AC = BC$; e perciò in questo caso si ottiene $p = P \, \text{sen.} \, \varphi = R$, e $\pi = o$.

Seguitando ad innalzarsi lo stesso punto B, il concorso A della verticale GP colla linea CB de' sostegni viene a cascare al di là di B per rispetto a C (Fig. *6.*), e diventano negative le rette BA, BK, e conseguentemente negativo il valore della forza $\pi = -\frac{AB}{BC} . P \, \text{sen.} \varphi = -\frac{BK}{BC} . P$, che vuol dire, che essa premerà il sostegno C nella direzione $C\pi$ opposta alla prima sua direzione CD, mentre intanto la forza $p = \frac{CL}{BC} . P$ ritenendo la direzione di prima preme l' altro sostegno B per lo stesso verso BE, come dianzi.

Seguitando ancora il punto B a sollevarsi, e l' angolo A ad impicciolirsi, cresce la retta BK, e scema la CL; e in conseguenza cresce lo sforzo $\pi = -\frac{BK}{BC} . P$, e cala lo sforzo $p = \frac{CL}{BC} . P$.

Allorchè BC (Fig. 7.) arriva ad essere verticale, e perciò parallela ad AP, che è appunto lo stato naturale delle Porte e Finestre ne' comuni edifizj, CL e BK diventano entrambe uguali ad FG, e perciò abbiamo in questo caso $R = o$, $Q = P$, $p = \frac{FG}{BC} . P$, e $\pi = -\frac{FG}{BC} . P$; donde apparisce, 1.° che tutto il peso della Porta carica con pieno effetto verticalmente sugli arpioni per mezzo de' gangheri; 2.° che oltracciò una forza $\frac{FG}{BC} . P$ tende a svelle-

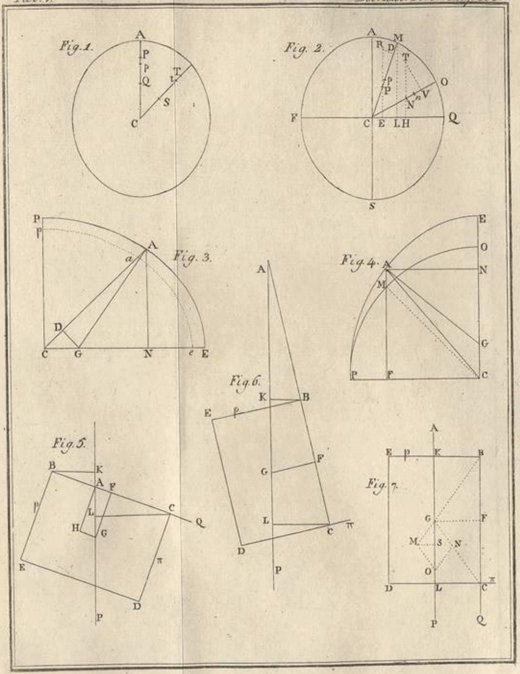
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

re dalla parete in una direzione orizzontale l' arpione superiore ; 3.° ed un' altra forza uguale ed opposta spinge orizzontalmente contro la parete l' arpione inferiore .

Avendo parlato di questo Problema col mio rispettabile Amico , il Professore Mascheroni , invitandolo a scioglierlo colla sua conosciuta sagacità , rilevai poscia da esso, che il Problema si sarebbe sciolto anche col guidare dagli arpioni B e C al centro di gravità G le rette BG e CG. Ed infatti, se nella verticale GP si prende GO=P, e sopra GO come diagonale, e co' lati presi nelle direzioni BG, GC si costruisce il parallelogrammo GNOM; GM esprimerà lo sforzo, che tende a strappare l' arpione B nella direzione BG, e GN rappresenterà la spinta, colla quale l' arpione C è incalzato in direzione di GC. Ora si ha dalla Statica GO : GM : GN : : sen. MGN : sen. OGN : sen. OGM : : sen. CGB : sen. GCB : sen. GBC : : CB : GB : GC; e quindi GM $=\frac{GB}{CB}\cdot P$; GN $=\frac{GC}{CB}\cdot P$. Se per tanto da M si abbassa il perpendicolo MS sopra GO, la forza GM resta risoluta nella forza verticale GS, e nella orizzontale SM, e quest' ultima, per l' analogia BG : GF : : GM : MS, risulta $=\frac{GF}{BC}\cdot P$, per l' appunto come prima. Facendo lo stesso colla GN, si trova per la spinta orizzontale contro C verso Cπ lo stesso valore $\frac{GF}{BC}\cdot P$. Lo sforzo verticale GS contro l' arpione superiore B, per l' analogia BG . BF : : GM : GS, si scopre $=\frac{BF}{BC}\cdot P$; e così la spinta verticale contro l' arpione inferiore C trovasi $=\frac{FC}{BC}\cdot P$. Sommando poi queste due pressioni verticali $\frac{BF}{BC}\cdot P$, $\frac{FC}{BC}\cdot P$ ne risulta la pressione totale P del peso della Porta.

E' cosa degna di considerazione, che le pressioni verticali contro gli arpioni B, C sono in ragion diretta delle distanze BF, CF dal punto F, che corrisponde al centro di gravità G della Porta; che è appunto il contrario di ciò, che avverrebbe, qualora la retta BC invece di essere verticale fosse orizzontale, essendo in tal caso le dette pressioni in ragion reciproca di tali distanze.