

## L E T T E R A

Al Sig. Presidente CAV. ANTON-MARIO LORGNA

SOPRA DIVERSI ANEDDOTI MATEMATICI

Del Sig. PIETRO FERRONI.

Μετὰ λυγῆς ἢ μεθυσίς.

NEL porre l'ultima mano al *Diporto Analitico*, del quale parlano in più luoghi le mie *Meditazioni Analitiche intorno alla Formola*  $Sdx(-Lx)^{\pm\frac{1}{2}}$  ecc. (a), mi sono incontrato in alcune mancanze d'Autori celebratissimi, non avvertite, per quanto io sappia, prima di me da nessun altro Geometra. Molte di queste entrando nel piano della mia Opera precipitata, verranno allora ad esser fatte di ragion pubblica, nè farà discaro a conoscerli, come certe teorie recentissime, comunemente supposte nuove, in materia di Funzioni ed Equazioni finite o differenziali, e l'ultime o a differenze infinitesime, o a differenze finite, tanto assolute, quanto parziali, nascano con maggior chiarezza e semplicità da delle più antiche e già note, somministrategli da *Newton*, *Leibnitz* (b), e *Moirve* (c),

(a) Particolarmente il §. 28. e 32., e le Note 11. 120. 262. e 270.

(b) L'Abate *Bosjut* nella sua eccellente Memoria intitolata *Usages de la différentiation des Paramètres pour la solution de plusieurs Problèmes de la méthode inverse des Tangentes*, ed inserita nel Tomo II. delle *Mémoires de Mathématique & de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences*, par divers Savans, & lus dans les Assemblées Stampato a Parigi l'anno 1751., combina meco (vedasi il *Prodromus* ecc. a pag. 110. e segg. del Volume V. della Società Italiana) nel far autore il celebre *Leibnitz* dei fon-

damenti d'alcune profonde Scoperte moderne in materia di Calcolo Infinitesimale. Ecco come egli scrive a pag. 436. *Du reste, je fais l'occasion d'avertir que le fond de cette méthode ingénieuse, dont on a fait honneur à des Auteurs très-célèbres, appartient en propre à l'incomparable M. de Leibnitz. C'étoit à l'inventeur du calcul des Infinimens-petits, d'y ajoûter une branche dont la fécondité me paroît immense.* Si parla del metodo *differentiationis de Curvis in Curvam*.

(c) L'istesso generoso sentimento l'ha ancora eternato in rapporto a quello sommo Geometra esule dalla Francia

e vale a dire sino di quando incominciò a sublimarsi l'Analisi de' Moderni. Altre sono accennate nella mia *Esercitazione* stampata in quest'anno (a), o avranno luogo per la similitudine dell'argomento nelle Continuazioni del *Prodomo sul Calcolo Integrabile ecc.* (b), o in una Memoria sopra dei *Massimi e Minimi*, che spero in breve di pubblicare. In questa principalmente m'occorre spesso di far vedere, come male a proposito per risolvere dei Problemi lineari abbiano inciampato taluni in Equazioni di più alto grado (c), e come

(Londres T. I. edizione del 1770. a pag. 376.) M. de la Place, dandogli il primato sull'integrazione dell'Equazioni a differenze finite (sebbene con metodo indiretto) dove cita la *Tbro-ry of Chances* alla pag. 621. del Tomo VI. della precitata Raccolta Accademica, nella quale inferì l'ingegnosissima *Dissertatione sur la probabilité des causes par les évenemens*, ch'è il Problema inverso del comun Calcolo dei Probabili.

(a) *De Calculo Integralium Exercitatio Mathematica &c.* Soprattutto debbono consultarsi le pag. 98. 117. 177. 186. 212. 34. Intorno al principale oggetto dell'Opera merita d'essere osservato di più, oltre di quello, che ho detto parlando di *Leonardo Euler* alla pag. 142. e 287., che nel Capitolo VI. (T. I. Sez. II. Parte I. Libro I.) *Institutionum Calculi Integralis*, egli passa solamente di volo su della Formula generale degli Integrali dipendenti dagli Archi delle Sezioni del Cono, e lo fa discorrendo occasionalmente di tutt'altro argomento. *Ex hoc autem Capite* (scrive nello Scolio s. al §. 622. e pag. 455.) *comparatio arcuum ellipticorum & hyperbolicorum simili modo institui potest; cum enim in genere arcus Sectionis conicæ tali formula exprimitur*  $Sax\sqrt{\frac{a+bx}{c+ex}}$  *hoc transformata*  $\frac{dx(a+bx)}{c+ex}$  *in istam*  $S\sqrt{\frac{ax+(ac+bc)x+bx^2}{c}}$  *per præcepta tradita tractari potest.*

(b) Una è di già preparata per la stampa (*Nota s.*), e tratta principalmente dell'Equazioni di condizione delle Funzioni, ed Equazioni a differenze finite come criterio d'integrabilità, e degli Integrali particolari non compresi nell'Integrale completo, in seguito del bel Teorema di M. de la Place, annunziato la prima volta da lui nella Memoria e Tomo citato dall'*Annotazione 3.* alla pag. 619. e poi dimostrato e promosso dalle sue *Recherches sur les solutions particulieres des Equations differentielles* tra le Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno 1773.

(c) L'Algebra è un Istrumento, che senza il giudizio fino di chi l'adopri non conduce quasi mai di per se nel risolvere e costruire i Problemi alla massima semplicità ed eleganza. Così la pensava il Cav. *Newton*, e dopo di lui *Colin Mac-Laurin* nell'ammirabile sua Introduzione al *Treatise of Fluxions*, non meno che *Roberto Simson* nell'erudita e profonda sua Prefazione all'Opera *Apollonii Leca plana* (*Περί τῶν κωνικῶν*) restituita, edita del 1746. Meritano d'esser letti a questo proposito il Proemio di *Tommaso Perelli*, che precede la soluzione di alcuni Problemi geometrici inserita nel *Giornale Letterario di Firenze* (Articolo 1. Parte I. del T. VII. ediz. del 1755.), e l'*Elogio ecc.* in forma di Lettera alla pag. 64. pubblicato dall'Abate *Paolo Frisi* (1774) nel Volume LIII. del *Giornale di Pisa*.

me dimentichi o mancanti dell'Istoria delle Matematiche, ed in particolar modo della Sintesi Geometrica (a), abbiano altri derivato affai da lontano dei ritrovamenti pur troppo cognitivi, o almeno d'agevolissima deduzione. Possono principalmente servir d'esempio quei due Problemi famosi, uno dei quali tende a trovare la Somma minima di due Rette tra le innumerevoli, che partendo tutte da due punti assegnati vadano nell'istesso Piano a congiungersi sulla circonferenza d'un Circolo dato; e l'altro, ch'ha in mira di determinare tra tutti i Triangoli Sterici circoscritti da degli archi di Circoli massimi, insistenti sulla medesima base, e colle loro sommità, che vadano a finire o a disporsi sulla periferia d'un Cerchio minore (*almicantarab*), quale sia quello, ché goda dell'Area massima e minima. Il primo, per lo scioglimento del quale ha moltissimo faticato, ma indarno, ai giorni nostri un Matematico Italiano di qualche credito, lo condusse finalmente ad un'Equazione trigonometrica intralciatissima (b), e perciò da lui abbandonata senza risolverla, e senza nemmeno accorgersi ch'ei lavorava sopra d'un Problema Ottico antichissimo in Geometria come quello, che in virtù dei monumenti restatici apparisce avanti di tutti trattato dall'Arabo *Albazen*, e quindi da *Vitellione* di Po-

(a) Trattando d'un Problema d'Idrometria teorico-pratica m incontrai in un Teorema elegante e facilissima dimostrazione, attenente ad un Cono circolare retto, ed è che se un Piano gli sia tangente sul Lato *AB* (Fig. x.), ed in esso Piano conduca qualsiasi retta *BC*, ed a quella dal vertice la perpendicolare *AC*, e dal punto *C* la normale *CS* al Pian della Base, s'abbia sempre la proporzione *AB* : *BC* :: *Sen. ABO* : *Sen. CBS*. Difatto condotta *SI* perpendicolare alla tangente

$$\text{Sin. } MV \left( 1 - p^2 \frac{\text{Sin}^2 M}{\text{Cos}^2 M + p^2 \text{Sin}^2 M} \right) + \text{Cor. } MV \left( p^2 \frac{\text{Sin}^2 M}{\text{Cos}^2 M + p^2 \text{Sin}^2 M} \right) =$$

$$\text{Sin. } RV \left( 1 - g^2 \frac{\text{Sin}^2 R}{\text{Cos}^2 R + g^2 \text{Sin}^2 R} \right) + \text{Cor. } RV \left( g^2 \frac{\text{Sin}^2 R}{\text{Cos}^2 R + g^2 \text{Sin}^2 R} \right),$$

dove *g*, *p* sono le quantità cognite,

$$M = \frac{180^\circ - x}{2}, R = \frac{180^\circ - (\varphi - x)}{2}; \text{ e}$$

Tom. VII.

della Base, e congiunta *CI*, che per gli Elementi viene ad essere perpendicolare normale all'istessa tangente, nascono subito le Proporzioni *AB* : *BC* :: *BC* : *CI* ::  $\frac{\text{CS}}{\text{CI}}$  :  $\frac{\text{CS}}{\text{BC}}$  :: *Sen. CIS* = *Sen. ABO* : *Sen. CBS*.

(b) Non fo che trascriverla fedelmente dal suo Originale esistente presso di me, onde possa il lettore eruditamente giudicarne da se medesimo.

S s

merania (a), e sciolto elegantemente dipoi dall'Ugenio, Sluffo, Barrow, Cotelan, Smith, Robins, Simson ecc. (b), per non dire di tanti, che hanno ufato all'istesso effetto del Calcolo Differenziale. Ed in rapporto al secondo Problema non lascia di far maraviglia, come con grande apparato di Calcolo abbia preso a risolverlo poco fa F. T. Schubert nel Tomo IV. degli Atti nuovissimi dell'Accademia di Pietroburgo per l'anno M. DCC. LXXXVI. (c), quando il Massimo e Minimo, che appartengono ai due Triangoli Sferici equicruri, sono la naturale e facilissima conseguenza sì dei Teoremi elementari sulla misura delle Aree di quei Triangoli assegnata nel cominciare del Secolo XVII. dal Cavalieri (d), sì del noto principio Ugeniano, quasi contemporaneo, de' massimi e minimi (e).

Non avvi però a mio giudizio nessuno argomento geometrico, ch'abbia subite tante vicende, e sia stato soggetto a tante repliche presso i Geometri, quanto quello della qua-

(a) Proposizione XXXIX. del Libro V. d'Alhacen, e XXII. del VI. Libro di Vitellione.

(b) Si consultino le *Diversi Ouvrages de M. Ugenio de Zulichem* alla pag. 316. della Raccolta pubblicata nel 1691. dalla Real Accademia delle Scienze di Parigi, dov'è scritto *Construccion d'un Probleme d'Optique*, il Volume I. XXI. Parte II. delle *Philosophical Transactions* al Num. XXX. *Example VI.* da p. 479. a 476. (By *William Wales*), e soprattutto *Sectionum Conicarum Libri quinque* — Autore *Roberto Simson* — ediz. 3. del 1750. nel Problema III. dell' *Appendix*, dove (Fig. 701.) da questo imitatore profondo dell'Analisi degli antichi oltre della sua soluzione si dà l'elenco delle soluzioni degli altri, tranne quella di *Roberto Smith*, nell' *Optice* &c., ed altra di *Beniamino Robins* nei suoi *Mathematical Tracts*.

(c) *Novae Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* publicati nel 1789. — *Problematis cujusdam Sphaerici solutio* — (An. Junii 1786.) dalla pag. 89. fino alla 95.

(d) Vedasi il *Directorium universale*

*Uranometricum* &c. stampato in Bologna nel 1631. (Annotazione 1. del Tello della mia *Exercitatio* &c. rammentata nella Nota 4.)

(e) *Diversi Ouvrages de Mathematique & de Physique* (Nota 10.) — a Paris M. DC. XCIII. da pag. 316. fino a 331. — ove esiste la bellissima spezzazione intitolata „*Demonstratio regule de maximis & minimis*„. Questa regola venne appoggiata dal grande Ugenio ad un principio tutto diverso da quello del Calcolo Differenziale o sivero del Senator *Pietro Fermat*; ed è appunto per siffatto motivo, che scrivendo anni sono ad un Matematico di mia conoscenza gli feci avvertire che non già *Fermat*, siccome aveva creduto, ma *Keplero*, ed Ugenio si dovestero dire con tutta ragione i primi scuopratori d'una regola o canone ecumenico per l'invenzione dei *Massimi* e *Minimi*. Il principio Ugeniano consiste in queste brevi parole: „*Certum est utrinque aequalitatis casum existere*„, ed ha molta eleganza e semplicità nel risolvere alcuni Problemi di simil forte, come renderò manifesto in altra occasione.

dratura esatta delle parti della celebre Lunula Ippocratica (a). Ognuno sa, o dovrebbe sapere che fosse il primo a trovarla *Artusio de Lyonno* sino del M. DC. LIV. (b), con determinare a quale Spazio rettilineo si uguagliasse precisamente qualunque porzione indefinita della medesima Lunula, purchè tagliata per mezzo di Rette condotte dal centro del sottoposto Quadrante (c). *Tschirnhausen* senza sapere di lui, la dette per nuova correndo l'anno M. DC. LXXXVII. (d); e dopo di questi due Matematici fece l'istesso *Giovanni Perks* nel M. DC. XCIX. (e). Pareva che nel Secolo XVIII. dovesse

(a) La genuina certezza della dimensione della Lunula (Ménérius) può leggersi specialmente alla pag. 19. e legg. dell' *Histoire des recherches sur la Quadrature de Cercle &c. per M. Montucla* (1754). Che la prima scoperta della quadratura dell' Area intera Lunulare fosse d' *Ippocrate*, e non di *Enopide* (l' uno e l' altro dell' *Istoria di Chio nel Mar Ionio*), mi pare provato da *M. Cramer* con molta erudizione nella sua *Dissertation sur Hippocrate de Chio* (ved. Classe de Belles-Lettres dell' *Histoire de l' Academie Royale &c.* = *Année 1748.* = a *Berlin 1750.* dalla p. 481. sino a tutta la 498.) contro di *M. Heinius*, e di *Giovanni-Alberto Fabricio* (*Histoire &c.* della prefata R. Accademia per l' anno 1746. = *Dissertation sur Oenopidas de Chio* = alla pag. 401. e legg., *Bibliotheca Graeca* Lib. II. Cap. IV. §. 18.). Tutto consiste nella retta interpretazione comparativa del passo di *Proclo* di *nal. Metaphis. τριγωνιστι*, ed in una Critica sana delle deboli scoperte di *Enopide* in proposito di Geometria. Del rimanente si può stabilire con tutta certezza l'epoca della Quadratura della Lunula nel V. Secolo avanti Cristo.

(b) *Angena Curvilinearum contemplatio &c.* Si consulti a pag. XIII. la Prefazione del P. Abate Don *Guido Grandi* al suo *Costrolo de Quadratura Circuli & Hyperbolae* ristampato in Pisa l' anno 1710.

(c) Pochi anni dopo, e segnatamente nel 1668. *Renato Francesco Sluso*

nobilitò l' istessa Lunula d' *Ippocrate* (vedasi *Mesolabum &c.* = *Acceptis pars altera de Analyti, & Miscellanea* = *Leodii Eburonum* =) colla determinazione del suo Centro di Solidità, e della misura di tutto il Solido rotondo da lei generato rivolgendosi intorno ad un Asse parallelo all' estrema sua corda (Cap. IX. delle rammentate *Miscellanea*). Ne' miei *Preliminari* tutto ciò è dimostrato d' una maniera molto più semplice, e naturale.

(d) *Acta Eruditorum Lipsiae* anni 1687 = D. T. *Altitamentum ad multibidum quadrandi curvilinearum figurarum, aut earum impossibilitatem demonstrandi per sintaxim seriem* = alla pag. 526., dove così s' esprime „ quorum demon-  
strationem, et facilitatem suam laudens hic omisso; quamvis nesciam an ulli Theorema hoc animadvertissimum fuerit, utcumque haec lunula multorum mathematicorum ingenia exercuerit.”

(e) Nel Tomo XXI. n. 219. delle *Philosophical Transactions for the Month of December, 1699.* avvi dalla pag. 411. sino alla 419. Num. II. *A Letter of Dr. Wallis to Dr. Sloane; concerning the Quadrature of the Parts of the Lunula of Hippocrates Chius; performed by Mr. John Perks; with the further Improvements of the same, by Dr. David Gregory, and Mr. John Caswell.* La versione di questa Lettera è riportata da pag. 306. alla 313. degli *Acta Eruditorum Lipsiae* anni M. DCC. Non è però da tacersi che quantunque il *Wallis* scrivesse *But (as to the Parts of it*



essere ormai volgarissima quella scoperta; ma tuttavia ricomparve come nuova e pellegrina invenzione in uno Scritto del cadetto *Clairaut*, citato dalla Francese *Encyclopædia* (a). Malgrado tante ripetizioni dell' istessa geometrica verità, e contuttochè *Guglielmo Whiston* l'avesse renduta più famigliare e comune innestandola ai suoi Comentarj sugli Elementi d'*Euclide* pubblicati dal P. *Tacquet* (b), chi potrebbe mai credere che in linea di novità, sebbene mascherata, e sotto d'un aspetto illusorio, risorgesse nel M. DCC. LXXIV., e vale a dire assai più d'un Secolo dopo della sua prima comparsa? E nel risorgere chi crederebbe giammai, che fosse risorta con grave scapito della sua originaria universalità, cioè come Proposizione limitata e particolare, mentre nella sua nascita era generale ed *indefinita*? E pure è così; nè può da chicchessia dubitarsene subito che prenda ad esaminare la *Mémoire sur la quadrature de la partie* ecc. alla pag. 400. del Tomo VI. delle *Mémoires de Mathématique & de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savans, & lus dans ses Assemblées*. Essendo questa Memoria di M. *Bourand* assai breve (c), tornerà bene di fedelmente trascriverla. (Fig. 2.).

*Lunula, and the Appartenance thereunto* ) *New discoveries have been lately made, which (I think) had not been considered by any before this present age* ( p. 411. ), ed altrove ( p. 412. ) *not knowing that the like had been before attempted by any other*, contutto ciò nell' istesso luogo, e nominatamente alla Fig. 6. e pag. 414. ( Versione tradotta a p. 309. ) *David Gregory* rammentava a *Wallis* eletto flato *Mrs. Perks* intervenuto dallo *Hibernausen*. Questa osservazione del *Gregory* sembra sfuggita, non che al *Wallis*, ancora all' *Abate Grandi* quando scrisse ( l. cit. nella Nota 15. ) della pubblicazione della scoperta comunicata da *Perks* fin del Novembre 1699. *An observem, in iisdem Actis Lyptia: anno 1700. iterum uti novam adduci eandem partium Lunulae Hippocraticae quadraturam a D. Perks propositam in Epistola D. Wallisji ad D. Sloan, cum Notis David Grego-*

*rii, & Casuelli &c.?*

(a) All' Articolo *Lunule* oltretutto v'ha perfetto silenzio su tutta l'istoria della quadratura delle parti ecc. ( poichè citandovili gli *Atti* dell' Accademia di Berlino del 1748. nulla vi si parla di ciò, come vedremo tra poco ) viene allegato senza data quell' Opuscolo sotto il titolo *Diverses Quadratures circulaires, elliptiques, & hyperboliques*. *Montucla* ( l. c. Nota 14. pag. 27. ) 1730.

(b) Nell' Edizione Romana del 1745. fatta a spese di *Venanzio Mondani* si consultò lo *Scholium* 2. della Proposizione II. del XII. Libro degli *Elementi* citati, alla pag. 341. e 356. Tav. 5. e Fig. 11.

(c) Comprendesi in una mezza pagina dell' edizione in 4to originale *Parigina*, ch' io credo esser l' unica fino al presente.

1.° Si dans le cercle RBA, après avoir tiré la corde BA de 120 degrés, l'on tire le diamètre HD de manière qu'il divise l'arc BDA de 120 degrés en deux parties inégales, dont celui BD soit de 30 degrés, le secteur de cercle CBD sera  $\frac{1}{2}$  du cercle RBA.

2.° Si de la corde de 90 degrés AD l'on décrit l'arc FD, le secteur de cercle FSAD qui viendra de cette opération, sera  $\frac{3}{2}$  d'un cercle double, l'angle A ayant pour mesure la moitié de l'arc BD de 30 degrés, & par conséquent  $\frac{1}{2}$  du cercle RBA.

De-là il suit que  $CBD = FSAD$ ; mais ces deux secteurs sont communs pour la partie FSD, dès-lors le triangle SDA =  $CSB + BFD$ , ainsi l'excès du triangle SDA sur celui CSB est la superficie de la partie BFD. „ Ce qu'il falloit démontrer &c.

Prima di tutto avverto, che questa Quadratura non è ristretta, come vorrebbe l'Autore, al solo caso speciale dell'Arco AB di 120°, e perciò DB di 30°, ma per l'opposto si verifica in generale per qualunque altr'Arco da D per R fino in H, onde sia veramente una Quadratura geometrica indefinita. Imperciocchè preso l'Arco DB', DB' ecc.; si ha sempre per gli Elementi di Geometria il Settore DAF' = DCB', DAF'' = DCB' ecc., ed in conseguenza tolto lo Spazio comune DF' S', DF'' S'', ecc., rimane l'Area DB' F' = DS' A - CS' B', DB' F'' = DS'' A + CS'' B'', ecc. ossia eguale alla Somma o differenza di due Triangoli rettilinei, secondo che il punto B', B'', ecc. cada dall'una o dall'altra parte di R dividente la Semi-periferia in due Quadranti.

Rifletto in secondo luogo, che gli Spazj DBF, DB' F', DB'' F'' ecc. così misurati spettano alla Lunula Ippocratica, e son quelli istessi già per l'addietro quadrati, sebbene ora lo siano d'una maniera molto meno comoda ed elegante. Difatto in virtù dell'antico metodo o seguitando la maniera di Perks o l'altra di Tschirnhausen (a), ambidue combinano

(a) Gregory nel luogo delle *Transazioni* suadiviso alle pag. 416. e 417. dimostrò l'equipollenza dei due Triangoli (Fig. 2.) DAI, DOB, all'Area

di ciascheduno dei quali (a forma del primo, e secondo dei prelodati Scrittori) veniva ad essere eguale la parte BDF della Lunula. Diversamen-

nell' assegnare, dopo condotte le perpendicolari  $BI$ ,  $BT$ ,  $B^{\circ}T$  ecc., gli Spazi predetti rispettivamente eguali ai Triangoli  $ADI$ ,  $ADP$ ,  $ADP'$  ecc., che sono la cosa medesima di  $SDA - SIA = SDA - CSB$  per le parallele  $AC$ ,  $BI$ , come ancora di  $S^{\circ}DA - S^{\circ}IA = S^{\circ}DA - CS^{\circ}B$ , di  $S^{\circ}DA + S^{\circ}TA = S^{\circ}DA + CS^{\circ}B$  ecc. per motivo delle parallele  $BT$ ,  $B^{\circ}T$  al Raggio  $AC$  nominato di sopra. Quel che dunque non ha fatto adesso *Bourand*, di determinare cioè il Triangolo  $ADI$  eguale alla differenza degli altri due, lo fecero già circa ad un Secolo avanti i Geometri predecessori, e specialmente *Tschirnhausen*, che sebbene non annunziasse il suo metodo, dovette battere l'istessa strada, e partire dall'istesso principio dell'eguaglianza dei Settori  $DAF$ ,  $DCB$ , siccome è facile indovinare (a).

Oltre di ciò mi è stato di molta sorpresa, che non siasi l' Autor Francese provato a continuare l' Arco  $DF$ , perchè avrebbe veduta nascere immantinente l' antica Lunula  $DFPHBD$ , e nel punto  $C$  s'vanire il Triangolo  $CSB$ , e farsi perciò la Semilunula  $= CDA$ , tutta la Lunula  $=HAD$ ; il che l'avrebbe subito tolto d'inganno, rimandandolo al tempo d' *Ippocrate* (b).

Finalmente mi sono maravigliato, come nemmeno lo Scrittore della Prefazione ( che sembra essere il Segretario dell' Accademia ) (c) non abbia avuto questo naturalissimo accorgimento, ed anzi nel render conto di quella supposta Scoperta geometrica si esprima nel modo seguente (d). *Cette qua-*

te dal *Gregory* si potrebbe assai compendiarne il suo metodo, siccome è facile di ravvilarlo. Ho ricavato da tutto questo un Teorema nuovo, ed elegantissimo, cioè Triangolo  $ABC = RBFP$ , Triangolo  $ABC = RBFP$ , e così discorrendo degli altri. Siffatta *Quadratura delle porzioni lunulari* è diretta, nè dipende da niuna costruzione preliminare, a differenza di quelle già note.

(d) A fine di giungere direttamente all'eguaglianza di  $DEF$  in rapporto all' area del Triangolo  $DAI$  senza passare, come fece *Perks*, dalle proporzioni dei Segmenti circolari etc., ognun

vede che l'unico raziocinio doveva esser quello, che siegue,  $DTBF = DTBA = DFA = DTBA - DTA = DSA - CSB = DSA - ISA = DAI$ , .

(e) E vale a dire uno slancio di 22. in 21. Secoli indietro. (Vedasi l' *Annotazione* 14. sul fine).

(f) Difatto nelle *Prelazioni* apposte a ciaschedun Tomo di questa *Collezione* eccellente si dà non solo un brevissimo Estratto, ma ancora il giudizio *accademico delle Memorie*. Si vedano per esempio le *Note* seguenti 38. e 44.

(g) *Préface* alle pag. 19. e 20. ed all' *Articolo Géométrie = Quadratin-*



drature est du même genre ( quand'ella è non solo della medesima specie, ma l'istessa istessissima porzione lunulare di già misurata tanti anni prima ) des espaces si connus sous le nom de lunules d'Hippocrate. E quindi soggiunge con altro errore patente d'istoria Matematica. On trouve dans les Mémoires de l'Académie de Berlin des recherches analytiques de M. Cramer où il paroit avoir épuisé cette matière des Lunules quarrables, mentre all'opposto Gabriello Cramer nel Volume dell'Accademia citata, che si riporta all'anno M. DCC. XLVIII. (a), non parla mai della quadratura delle parti lunulari, come lo è quella di M. Bourand, e termina appunto la sua Memoria con dire „ Je ne dis rien des Quadratures partiales de ces Lunules. Cela me meneroit trop loin „ occupando il unicamente, sì col mezzo di Curve trascendenti, sì di Curve algebriche (b), di generalizzare le intere Lunule circolari quadrabili sul tenore dell'Ippocratica, ed iscanfare quello  $\Psi$ υδοπραγμα, che dette origine nell'antica Grecia ad una falsa Quadratura di Circolo (c).

Che siano del medesimo genere della quadratura della Lunula d'Ippocrate gli elegantissimi Spazj quasi in figura di  $A^{\alpha}\beta\eta\delta\sigma$ , o piuttosto di  $\Pi\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\kappa\alpha\delta\eta$ ; (d), che ha ricavati mo-

re d'un espace circulaire. Par M. Bourand.

(a) Dissertazione mentovata dalla Nota 14. alla pag. 494.

(b) Dopo della parte erudita comincia dalla pag. 491. la parte geometrica sotto il titolo *Trouver une infinité de Lunules quarrables*, ma sempre di Lunule intiere. È osservabile che le Curve algebriche, le quali somministrano infinite Lunule circolari quadrabili differenti dall'Ippocratica, ch'è però la più semplice, abbiano non poca analogia colle Rhodonee del Grandi ( come pruoverò nei miei *Perelliani* ) conosciute fino del 1733, sebbene quivi non nominate da Cramer.

(c) Alla pag. 485. della prelodata Dissertazione M. Cramer parla della vera Quadratura della Lunula, ed alla pag. 486. del paralogismo, o vero, o supposto, in cui cadde Ippocrate mediante una falsa Figura ( vedasi anche

la pag. 487. ), secondo Aristotele, deducendone la Quadratura del Cerchio.

(d) Questo vocabolo Greco adoperato da Pappo d'Alessandria nel Libro IV. delle sue *Collezioni Matematiche* ( prima di tutto dopo del Teorema XI. a pag. 71. „ *Circumferat in quibusdam libris antiqua propositio hujusmodi* „ edizione del 1658, o piuttosto 1660, ed a tergo della pag. 46. nella prima edizione del 1588, ossia 1602, quindi nell'enunciato della Prop. XVI. del medesimo Libro a p. 70. ), e lasciato senza versione da Federico Commandano, e da molti che vennero dopo di lui, significa uro Spazio compreso fra tre circolari Semicirconferenze, che si tocchino insieme, ed è ben diverso dal *Mixto*, *Mixto* ec., dove le Semicirconferenze, o Archi di Circolo fanno angolo tra di loro. Francesco Vietta però, ed i due Gesuiti Giovanni de la Faille, e Paolo Gui-

deramente dal Circolo Gio: Enrico Lambert; e descritti nel III.º Volume degli *Acti* Elvetici (a), non ammette alcun dubbio, andando del pari e l'una e gli altri nel dipendere la loro esatta misura geometrica da una felice compensazione o equipollenza di parti, per mezzo di cui l'Area curvilinea facciasi eguale alla rettilinea senza obbligare il Geometra ad una vera, rigorosa, e diretta specolazione di *Quadratura* (b).

Concedo egualmente, che simili *Quadrature* indirette, nate piuttosto da una fortunata combinazione, che da spirito vero geometrico, pruovino assai meno ingegno non che delle *Quadrature* dirette, come farebbe l'Archimèda della Parabola d'Apollonio (c), delle velocissime approssimazioni altresì, o per mezzo di Numeri, o per mezzo di Linee, delle

alio lo tradussero sull'autorità de' migliori Lessici, siccome altrove dimostrerò, per *Securicula*, *Scalprum* &c. ( pag. 376. *Operum Mathematicorum* &c., e Note 57. 83. ) ( Caput IX. a 375. *Arbelli*, & *Lunularum quadraturenes aliquæ*. Vieta prevenne Lambert: Si veda la Nota seg. 31. ).

(a) Edizione di Basilea del 1758. alle pag. 243. e 243. dal §. 20. fino al §. 27. delle *Observationes variae in Mathematicis puram*. L'Autore, quantunque impropriamente, chiama *Arbelli* nel §. 25. alcuni di questi Spazi.

(b) A questo proposito sia letto il §. 20. delle *Observationes* pocanzi accennate. Nella *Dissertazione* di Cramer citata dalla *Nota* 14. mi ha molto forpresso il passo seguente ( a p. 485. ) *Veit il premier espace circulaire, qui est est quarré, & cette quadrature, indépendamment de ce qu'elle a de curvieux, sert à prévenir une erreur, où l'on pourroit tomber, & qu'il semble que Des-Cartes ( Geomet. Lib. II. p. 39. Edit. 1659. in 4to ) même n'a pas évitée. C'est de croire que les Lignes droites & les Courbes sont d'une nature si dissimilable qu'il est impossible de les comparer.* Ma in primo luogo la Lunula d'Ippocrate non dà un esempio di rettificazione di Curve; ed oltre di ciò quando ancora non fosse

esistita, nè stata conosciuta all'età della *Geometria* di Cartesio la misura facile della Lunula, mancava forse l'esempio della quadratura della Parabola?

(c) I Traduttori, che sono di rado degli uomini di Scienza, peccano per lo più, quando gli prenda il piacere di far delle giunte al Testo sincero, o di brillare con delle glorie. David Kévalo nel suo *Præmio* tanto al Libro d'Archimede sulle Spirali: quanto all'altro sulla Quadratura della Parabola, vorrebbe far credere, che il modo meccanico di dimostrarla adoprato dal gran Geometra di Siracusa oltre a quello dedotto dalla teoria delle Serie, fosse un metodo grossolano e materiale, e non già rigoroso, nè esatto, come si conta di Galileo, allora quando per misurare il suo Spazio pesò una Cicloide in cartone. Alcuni confondono le Linee Spiriche colle Spirali, o colle vere Elici ossia Volute di Conone di Samo ( ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΙΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ edit. di Parigi del 1615. ). Del rimanente non v'ha a senso mio dimostrazione più bella, e più didascalica della misura dell'Area della Parabola d'Apollonio, come quella di Roberto Simson in fondo del Libro V. dell'Opera da me citata nella 10. *Annotatione*.

le Aree, delle Curve a dei Spazi rettilinei, cui presso gli antichi adattavasi la parola oggi giorno poco intesa  $\Omega\kappa\upsilon\beta\acute{o}\nu\omicron\varsigma$  (a), che converrebbe benissimo alle belle e spiritose costruzioni moderne d' *Adamo Kochanski* (b), *Euler* (c), *Lambert* (d), *Outhier* (e) ecc. onde conseguir presto e graficamente una Linea retta pressochè uguale ad una Circolare Circonferenza.

Ma tuttavia, sebbene le *quadrature* di quelle porzioni di Lunula sian cosa non molto pregevole, e nulla sublime, bisogna pur dire esser fenomeno sempre raro questo di *parodiare* (f) una Scoperta antica, e nel darla per nuova più di un Secolo dopo deformatla così stranamente da far due passi giganteschi all' indietro ( come ho mostrato di sopra ) in rapporto a ciò, che allora sapevasi. Dei plagj se ne contano molti, o per dir meglio, di quelle scoperte, cui con tutta ragione potrebbe applicarsi l' epitetto di *novotantique*. Non è però a mia notizia, nè in materia di Erudizione, nè in materia di Scienza un caso simile a questo, dove in cambio di progredire, o almeno di essere *stazionaria*, una Scoperta antica siasi fatta *retrograda*. Abbia, se pur si voglia, il P. *Enrico Noris* senza saperlo lavorata la sua dottissima interpretazione dei Cenotafj Pisani sul Modello MS. di *Giovanni Pagni*: nulla ha però da invidiare nè di bellezza, nè di dottrina all' opera di chi l' avea preceduto in que-

(a) Questo, ovvero  $\Omega\kappa\upsilon\beta\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ , era il Titolo d' un Libro perduto di *Apolonio Pergo*. come rilevasi dal Commentario d' *Eutocio Ascalonita* al Libro d' *Archimede De Circuli dimensione*, dove lasciò scritto verso la fine  $\epsilon\upsilon\tau\eta\ \Omega\kappa\upsilon\beta\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ .

(b) *Histoire* &c. di M. *Montucla* indicata dall' *Annuaire* 14. alla pag. 64.

(c) *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* Tom. VIII. nel Sommario al N. VII. p. 26. e 27. (*Excerptum ex MSS. Cartesij; Opera Postuma Cartesij* &c., ediz. di Amsterdam del 1704.)

(d) *Alta Helveticæ Physico-Mathematico-Anatomico-Botanico-Medica* &c. *Volumen III.* a pag. 133. verso la fine del §. 10. e 134. 135. §. 12. E' di Tom. VII.

Snellio.

(e) Tom. II. citato nella Nota 2. alla pag. 333. — *Sur une nouvelle Quadrature par approximation*. La *Prélazione* o *Sommario* alle pag. XV. XVI. l' encomia così „ *Cette idée a paru simple & ingénieuse* „ Di fatto ell' ha grande eleganza, e la rettificazione della Periferia circolare vicinissima al vero si consegue con molta facilità, usando specialmente del *Dispersus (circinus)* adattato alla descrizione d' *Archi* di Cerchio di lungo Raggio, il quale istrumento fuol chiamarsi col nome d' *Epimetro*.

(f) Domando perdono alla *Crusca*, se prendo ardire da novatore anche sul correctissimo *Vocabolario Toscano* del 1735.

sta letteraria fatica (d). Siano pure i primi Filosofi della Grecia (b), ed i Pitagorici in special modo (c) quelli, che concepirono avanti di tutti l'universale attrazione della Materia: dovremo sempre ammirare, e riempire di giusti encomj il Cav. *Isacco Newton*, come quegli, che l'abbia tanto arricchita, nobilitata, accresciuta, e ridotta a canoni, e leggi certe, almeno per tutto ciò, che riguarda il gran Sistema dell'Univerfo (d).

Quanto sia necessario oggidì essere al fatto di tutta l'Istoria Matematica avanti d'assicurarli di qualche novità nella Sintesi o nell'Analisi, chiaro apparisce da molti altri esempj, i quali ci debbono convenevolmente instruire. Difatto avan-

(a) *Censura Pijana Cuius & Lucii Celsarum Dissertationibus* (4) illustrata — Venetiis, 1681 — in fogl. di p. 430. Atti e Memorie inedite dell'Accademia del Cimento ecc., pubblicate dal Dr. Giovanni Targioni Tozzetti Tomo I. (1780.) alle pag. 471. 472. e 474. Questo infaticabile raccoglitore di MSS. ed altre anticaglie, suppone nel loc. cit. inferiore di merito l'Opera stampata del *Noris* all'inedita del *Pagnis*. Ma siccome per l'abbondanza delle materie da esso trattate non lascia di prendere abbaglio in delle cose chiarissime (nell'istesso Tomo I. (ex. gr.) al §. LI. e pag. 461. egli dice „ nel *Trattato della data della stampa de' Saggi di Naturali Esperienze* è 1666. „ quando l'Edizione prima e magnifica ha nel Frontispizio di molte Copie 1667. ), ne lascio ad altri il giudizio.

(b) *Empedocle* tra gli altri, il quale fioriva nel V. Secolo prima dell'Era Cristiana, asserì che il Mondo era regolato dall'Amore e dalla Discordia, cioè da due sole forze Attrazione e Ripulsione. (*Observations générales sur l'étude de la Philosophie ancienne* — Par M. Frezet — *Assemblée publique* du 13. Nov. 1744. — alla pag. 101. delle *Mémoires de Littérature* nel Tomo XVIII. stampato in Parigi l'anno 1751, dell'*Histoire de l'Académie Royale des Inscriptions & Belles-Lettres &c.* depuis l'année M. DCC. XLV.

jusques & compris l'année M. DCC. XLVI.).

(c) *Præfatio Authoris*, cioè di *David Gregory*, la quale precede tanto l'edizione d'Oxford del 1705., quanto quella di Ginevra del 1756. dell'*Astronomie Physica & Geometrica Elementa* dalla pag. 3. fino al fine, ch'è un capo-d'opera d'Eruizione trattata da vero filosofo.

(d) Per spiegare i fenomeni, che accadono nel *Microscopio*, in rapporto ai quali *Newton*, *Pemberton*, *Mac-Laurin*, *Keil*, *Clairaut*, *Buffon*, *Siagon*, *Gio. Teofilo Desaguliers*, *Jacopo i Granfosand*, e cent'altri usarono delle medesime forze sotto diverse leggi, l'esito non è stato egualmente sicuro, e felice. Dove consultarsi segnatamente l'ingegnosissima senza pari *Memoire* fisica di M. *Monge*, intitolata *Sur quelques effets d'attraction ou de repulsion apparus entre les molécules de matière*, dalla pag. 506. fino a 530. del Tomo della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno M. DCC. LXXXVII., pubblicato nel 1789. Matematico sommo com'è l'Autore, non poteva far meglio conoscere ai Dotti, quanto debbano in materia di fatti tenerli sempre lontani da intuonare *supra, in terra*, nè poteva mai dare un esempj più illustre delle superstitie del suo spirito nell'anteporre a dei Sistemi famosi la semplicità delle Leggi ordinarie della Natura.

zandosi le Matematiche con sorprendente rapidità *velut unda supervenit undæ*, non può mai essere a meno, che di sovente i Geometri s'incontrino tra di loro nell'istesso soggetto, ed alcuna volta quelli, che vengano dopo, o vadano meno felici, o nulla sappian dei primi.

L'Abate Bossut nel Tomo II. dell'istessa Collezione Accademica, in cui è registrata la Memoria di M. Bourard, ha sciolto questo facil Problema ( Fig. 3. ) *Trouver la solidité d'un segment BKROX de Conoïde parabolique ABXDO coupé par un plan parallèle à son axe (a)*. Impiega quasi un'intera facciata di Calcolo per dimostrare, che la Curva ROX generata dalla sezione del Paraboloido mediante un piano normale alla base sia una Parabola del tutto identica alla generatrice del Solido (b). Le Teoriche d'Apollonio Pergeò vi conducevano direttamente; e noi altri Italiani l'abbiamo le mille volte stampato (c). Imperocchè nella Parabola genitrice è sempre  $DK \cdot KB = KX^2 = RK$ . Parametro,  $D'K \cdot K'B = K'X^2 = R'K$ . Par.° Dunque ecc. Gareggiando con un altro Geometra egli di più si felicita col pronunziare queste parole: *Il est à propos de remarquer en passant que cette méthode est générale pour tous les solides de révolution, & qu'elle servira toujours trouver la nature de la courbe ORX au moyen de simples substitutions; c'est au lecteur à juger si celle de l'auteur que j'ai citée a le même avantage*. Ma da un Teorema di Evangelista Torricelli (d) pubblicato fino del M.DC.XLIV.

(a) *Solution de deux Problèmes de Géométrie* dalla pag. 541. alla 557. Parlo qui del secondo, ch'è a pag. 553, e principia *Autre Problème*. Nella Prefazione o *Scemario* (p. XVI. XVII.) si conchiude il giudizio della Memoria nel modo seguente „ *Ces deux solutions ont paru exactes & élégantes* „.

(b) Leggesi fino a parte della pag. 554. Il Problema pareva sì difficile che un *autre Géomètre l'a aussi résolu dans les Mémoires de Mathématiques présentés à l'Académie de Paris &c.*

(c) Mi sovviene ( per dirne una ) della Proposizione 22. ( alla pag. 85. ) ossia Lemma IV. del Libro III. della notissima Opera di Vincenzo Viviani

*De Locis solidis secunda Divisione Geometrica in quinque Libros in lingua temporum amissis Aristoteli senioris Geometria &c.*, pubblicata in Firenze l'anno 1701. e dedicata al Re Luigi XIV. E poi basti il dire ch'ell'è la Proposizione ultima del L. IV. di Pappo ( ediz. di Bologna 1660. a p. 112. ).

(d) Tra le Opere stampate di questo Geometra, e raccolte in un solo Volume, si legge nell' *Appendice de dimensione Cocbea* il *Lemma primum* alle pag. 136. ( ma veramente 144. ) e 145. della 2. numerazione. Siffatto Teorema ammirabile egli lo nominò ( MS. Palatino ecc. ) *Frasco Capitelletto*, ed alcuna volta *Frasco Diabolico*.



ho facilmente dedotto, che per ogni Solido rotondo sia tale la Curva  $ROX$ , ossia la sua proiezione ortografica sul piano del Meridiano  $QATV$  parallelo al piano secante  $XROK$ , che  $Q.P. PT = Q.P'. PT'$ , ecc.  $= CI. IC = CP = RP'$ , di dove ricavanfi immediatamente senza di nessuna *sostituzione* la natura, le proprietà, e l'equazione della Linea cercata (a) come quella, che ha sempre l'istesso rapporto colla generatrice, di cui gode l'Iperbola Apolloniana referendola alle due Rette, che a lei servono di Asintoti (b).

Nel VI. Volume della *Raccolta* medesima, precedentemente citato parlando di M. *Bourand*, mentre ch'io raccoglievo tutto ciò, che potesse mai appartenere alla provincia in oggi coltivatissima delle Funzioni *arbitrarie*, tanto *continue*, quanto *discontinue*, mi accadde d'aver sott'occhio la maniera assegnata da M. *de la Place* per andare in cerca del

valore dell'Integrale  $\int \frac{d\mu}{\sqrt{-l\mu}}$  da  $\mu=0$  sino a  $\mu=1$   $\int$  cui veniva condotto a fin di risolvere un Problema bellissimo intorno ai giuochi d'azzardo (c). Avevo, qualch'anno fa, speculato sopra di questo Integrale; onde nel leggere il modo nuovamente adoprato da quel valentissimo Matematico, mi parve che l'Autore peccasse per tre differenti ragioni.

In primo luogo lo dà per nuovo, o almeno non cita nessuno, che n'abbia trovato il valore  $=\sqrt{\pi}$ , come se quella Formola assai bizzarra non fosse mai stata nel caso proposto integrata prima di lui, quando lo fu da *Leonardo Euler*, e dal Cav. *Gio. Alberto* suo Figlio negli Atti delle Accademie delle Scienze di Pietroburgo, e Berlino (d).

Secondariamente per riconoscere, che posto  $i = 0$

(a) Ecco il metodo generale analitico. Sia  $y = \varphi x$  l'Equazione della generatrice  $QAT$ : farà (posta  $IC = a$ ) l'Equazione cercata della Curva  $XRO$  espressa sempre così  $z^2 = (\varphi x)^2 - a^2$ .

(b) Intendo però quell'analogia o convenienza di relazione in rapporto all'Iperbola d'*Apollonio* paragonata unicamente al suo *Asse primario*.

(c) *Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements* dalla pag. 621. sino a 656. (Nota 3. 3). Si veda il Num. III. al Problema I. (p. 624.) e leggasi principalmente la pag. 629.

(d) Volumi V. e XI. dei vecchi *Comensari* della prima Accademia, e Tomi XVI. e XVII. della seconda.

fia  $\frac{1-\mu^{2i}}{2i} = -l\mu$ , chiama in ajuto, scrivendo nel M.DCC.LXXIV, la regola *differenziale* di *Giovanni Bernoulli* (a), quando fino del M. DC. XCV. aveva di già pubblicato senza di quella regola *Edmondo Halley* esser sempre  $\frac{\mu^0-1}{0} = \frac{\mu^{2.0}-1}{2.0} = l\mu$ , come risulta dal Volume XIX. delle *Trasfazioni* Anglicane (b).

Ed in fine ricava da un Teorema remotissimo d'*Euler*  $\int \frac{\mu^n d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2i}}} \cdot \int \frac{\mu^{n+1} d\mu}{\sqrt{2-\mu^{2i}}} = \frac{1}{i(n+1)} \cdot \frac{\Pi}{2}$ , facendo  $n=i-1$ , il ricercato valore (c), quando senza ricorrere a questo artificio indiretto, e quasi divinatorio, e senza prender la cosa sì da lontano deriva immediatamente, piuttostochè da un prodotto di due Integrali, dall'Integrale unico  $\int \frac{\mu^{n+1} d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2i}}}$  posto  $n=\infty$ , siccome ho altrove provato, e vale a dire da un'agevolissima Formola Newtoniana (d).

Avviso ciò per il solo motivo di far veder sempre più quanto dobbiamo andar cauti nel giudicare del merito, e della vera epoca delle scoperte, se taluna volta declinano dal dritto sentiero uomini sommi quanto i testè nominati, dei quali non avrò mai l'ardimento d'esserne giudice, e farò in ogni tempo rispettosissimo ammiratore. Son convinto, che dove giungono nell'età nostra gli artifizj del Calcolo, farebbe vano il pensare, che v'arrivassero i metodi (almeno i superstiti) degli antichi. Opulente come son oggi le Matematiche, si lasciano indietro tutte le scoperte dei Greci, e dei Geometri trapassati, che calcando sempre dappresso le loro orme precedettero, o non usarono l'Algebra di *Carte-*

(a) Nota 40., e Num. 10. del §. I. delle mie *Meditazioni Analitiche* eccitate fin da principio.

(b) Tomo XIX., e Nota 97. delle precennate *Meditazioni*.

(c) La Sigla  $\Pi$  rappresenta la Semicerconferenza del Circolo, di cui  $i$  sia il Raggio, siccome scrive l'Autore

nella pag. 655. Del resto si veda il Cap. VIII. del Volume I. (a pag. 230. e legg.) *Institutionum Calculi Integralis* di L. Euler.

(d) Si consulti il §. II. delle *Meditazioni* suddette intitolato *Nuovo metodo d'integrare la Formola Euleriana*.

fo (a). Nacquero tuttavolta alcuni felicissimi ingegni, i quali spiegarono dei voli, e si aprsero nuove strade per arricchire gli Annali della Geometria, tenendo ferma l'eleganza delle costruzioni e dimostrazioni, e quell'aurea chiarezza e semplicità, che distingueva i Matematici della Grecia. *Keplero*, *Galileo*, *Cavalieri*, *Torricelli*, *De la Faille*, *Guldino*, *Gregorio da San Vincenzo*, *Pascal*, *Huygens*, *Simpson*, *Simson*, ecc. (b) hanno dei capi-d'opera di questa Specie. Non conviene abolire del tutto ( e particolarmente in Italia (c) ) l'elegante lor modo di dimostrare, nè mai turbar

(a) Anche assai dopo l'epoca della pubblicazione della *Geometria di Cartesio*, che accadde nell'anno 1637., molti dei Matematici eziandio ultramontani, in cambio di servirsi dell'Algebra, come aveva incominciato ad effettuare con qualche frutto *Francesco Vieta*, il quale morì nel 1603, seguitarono a far scoperte per via di Sintesi, e particolarmente col metodo degli indivisibili e dei Limiti de' rapporti.

(b) Sù di *Giovanni Keplero* ho trovato un aneddoto singolare di mano del *Viviani*, che qui fedelmente riporto. Considerando egli alcune deboli dimostrazioni nella *Nota Stereometria Vektorum omnium optissima. Axiomata Stereometriae Archimedae Supplementum* = *Linzi* 1681. = scrisse in margine *Sensui non fidei Geometriae Galilei ergo dum caecus erat, hanc conclusionem minime perciperet. Ob quam humilis Geometria si corporis oculis indigeret!* Quanto al P. *Giovanni de la Faille*, cioè alla di lui bella *Opera* stampata in Anversa del 1632. prefisso i Meursi, col Titolo *Theoremata (40) de Centro gravitatis partium Circuli & Ellipsis*, mi fece assai d'amarrezza quando di sì piccolo Libro lessi il giudizio, che M. *Montucla* ne pubblicò (*Histoire &c. sur la Quadrature du Cercle* Nota \* a pag. 65.). La *Faille* public en 1632. un ouvrage très-ingénieux, quoique un peu prolix &c. Intorno all'Opera del P. Paolo *Guldino* de Centro gravitatis trium Specie-

*rum Quantitatis continuae. Liber I. = Vienne Austriae 1631., Liber II. De compositione & resolutione Potestatum rotundarum = ibid. 1640., Liber III. Geometria Rotundi = ibid. 1641., Liber IV. Archimedes illustratus = ibid. 1641., il medesimo illustrato in un altro sbaglio affermando (*Histoire des Mathématiques* T. I. P. I. L. V. pag. 326. e T. II. P. IV. L. I. pag. 217.) che nella prima Edizione di *Pappo* (Nota 30.) mancasse il luogo della Prefazione al VII. Libro (si confrontino le pag. 252. della 2. ediz. e 265. e terzo della I.) dov'è in termini puntuali accennata l'istessa regola di quel Gesuita *Sancti Gallensis*. Commette altro errore nella data di quella Edizione, che non fu, come scrive, del 1581., ma del 1588. Poteva piuttosto dire, che i mostri apposti a quell'Opera erano poco degni di un Matematico = *Ponderant sine pondere, nec aequiponderant* = Retando centrum sunt = *Facile centrum promovet* = *Obscura centrum illustrat* = &c. Quando non si volesse esser molto indulgenti per un Geometra Scienzista. (Vedasi la Nota 53.)*

(c) Certuni accusano di pedanteria gli Italiani per avere applicate le frasi matematiche alle materie di Politica, e di pubblica Economia. Ma a parer mio questa voglia di *geometrizzare* dove non sembra, che dovesse aver luogo la Geometria, è venuta con altre di là dal Mare. La *véritable Equation du commerce, pour parler le langage des Géomètres, est l'abondance ou la*

Pordine delle scoperte. Abbandonando onninamente lo studio delizioso di quei Geometri, andrebbe forse perdendosi quel vero spirito d'invenzione e di combinazione d'idee, che passa per essere il sommo pregio dei Matematici.

Saremmo di certo più ricchi di questo genere d'invenzioni, se ci fossero pervenuti tutti i tesori dei Greci, confunti per la massima parte attefo gli incendi della due Librerie di Pergamo ed Alessandria (a). Il solo Commentario di Proclo Diadoco al I. Libro d'Euclide (b), e la Prefazione al Libro VII. delle Collezioni di Pappo Alessandrino (c) ci

varete de ce qu'on présente au public, de ce qu'on expose en vente, multiplies par le besoin que l'on en a, eu par la demande que l'on en fait. A tout prendre, plus il y a de demandeur d'une denrée eu d'une marchandise, quelle qu'elle soit, plus cette denrée & cette marchandise prennent faveur, plus le prix en augmente (pag. 181. dell' *Essay sur la Marine & sur le Commerce* ediz. del 1743.). ( Si consulti la Nota 98. ).

(a) Il primo avvenne nel Secolo I. dell' Era Cristiana, perchè secondo Strabone quella Biblioteca esisteva regnando Tiberio, quantunque avesse sofferto diverse vicende al tempo di Cleopatra, Marc-Antonio, ed Augusto. Ell'era fondata da Eumene II. ed Attalo II., Sovrani d'un piccolissimo Stato nella gran Misa dell'Asia Minore, i quali regnarono 3. Secoli prima della venuta di Cristo. Se si debba credere a Plinio, non conteneva meno di 30000. Volumi. Qual' esempio immortale di Re Filosofi! L'altro incendio fu poco dopo del 642. ossia verso il mezzo del Secolo VII. dell' Era volgare. Era fondata la Libreria Alessandrina da Tolomeo Sotere colla direzione di Demetrio di Falera. Tolomeo Filadelfo, e quindi Tolomeo Ptolemaeus l'accrebbero assai. Vien detto, che contenesse più di 40000. Volumi. L'ordine del Califo Omar, eseguito da Anny Generale dei Saracini, bastò in breve a distruggerla per riscaldare i pubblici Bagni. Mai Terme più ricche non ebbero al Mondo.

Ecco gli Annali de' Barbari.

(b) Di Proclo esiste la Vita, che scrisse il di lui scolare Marino, stampata da Gio. Alberto Fabricio nel 1700. in Amburgo, e ripubblicata in Londra l'anno 1703. alla fine della sua *Bibliotheca Latina*. Molto si trova scritto di lui, e 3. altri Procli nel Lessico di Suida (ediz. di Cambridge del 1703. per Ludolfo Kuster), nella Vita d'Apollonio Tyanese compilata da Filostrato, non meno che nella *Vie d'Apollonius de Tyane* — a Berlin — in 4. Volumi 1774., e nel Lib. V. Parte IV. della *Bibliotheca Graeca* &c. al titolo *Procli antiquiores & juniores* dalla pag. 435. sino alla 434. ediz. del 1717. Ma più di tutto viene illustrata l'istoria di Proclo da un Inscrizione Tyatirena, che pubblicherò in altro tempo insieme col mio Commentario. Del rimanente viveva Proclo poco avanti di *Achilles Tatius* nel V. Secolo della nostr' Era. ( *Dissertation* di M. Heinius citata dalla Nota 14., dove si legge alla pag. 409. *Proclus summi Diadocus, Philosophi Platonici, & Mathematici celeberrimi, qui brilluit dans le V. Siecle* &c. ( Vita d' Apollonio ecc. per Monsignor Gio. Bernardo Guandini, in 8vo Venezia 1749. ).

(c) Non manca chi creda esistere oggigiorno in Arabo nella Biblioteca di Fez, fondata da *Almanzor*, e come attesta *Eupernas* composta di 34000. Volumi, tutte le Opere di Pappo, il quale fiorì sul cadere del IV. Secolo, ch'erche ne dica in contrario *Giovanni Stoefero* ( *Commentarius in Procli*

rammentano le nostre perdite, e perdite a senò mio irrimediabili dopo di tante diligenti ricerche fatte a quest' uopo durante l'aureo Secolo de' Medici in tutte le Biblioteche del Mondo cognito (a). Le Coniche d'Apollonio mutilate del Libro VIII. (b), Pappo mancante dei due primi Libri, dei quali esiste in grazia del Wallis la traduzione di un breve frammento ricavato da rarissimo Codice d'Oxford (c), Euclide corrotto da tanti Scoliaſti ed Amanuensi (d), ci hanno impoverito di più col privarci di molte originarie bellezze dei

*Diadochi Sphaeram editus Tubingae 1534*). Forſe la maſſima parte di queſte verſioni d'antichi Codici Greci riſale al X. Secolo, e molti faranno di quelli, che il Califo Almansor obbligò a darglieli a ſcelta Michele III. Imperator di Conſtantinopoli dopo d'averlo vinto in battaglia. Quante maggiori ricchezze letterarie doveva avere diſſatto l'antica Città di Bizanzio ſuperiormente a quelle, di cui c' iſtruiſce la Prefazione accennata? Converterà ora cercarne dei miſerabili avanzi ſulle Coſte occidentali dell' Africa? *Non nota, ſed nove*: tale è ſtata ſempre, e farà la fatalità delle coſe umane. Intorno alle ricerche dei Libri mancanti di Pappo, e d'altre Opere rare inedite, come l'*Harmonicon Caſteſe* di Vietta ecc., ſi legga ciò che ſcrive del Cardinal Leopoldo il Targioni da pag. 499. a 504. del Tomo I. citato dalla Nota 40.

(a) Per un ſemplice faggio ſi legga la Parte b. del Tomo II. degli *Atti e Memorie inedite dell' Accademia del Cimento e Notizie aneddote ecc.* pubblicata dal Dr. Targioni in Firenze l'anno 1780. al Num. XXXI. XXXII. e XXXIII. dalla pag. 238. fino alla 241., dove parliſi di Pappo, e Archimede. Solamente riſetto per digreſſione che Luca Hoſtenio citando (a p. 241.) il Libro Archimedeo *Πησι τῶν ὑπεροπῶν*, lo cita mutilato, e perciò mancante di ſenſo. Imperocchè eſſendo il Libro *De inſidentibus humido* (dei Galleggianti), e *Πησι τῶν ὑπεροπῶν* ſignificando *De inſidentibus* (vedati al

Verbo *ὑπερ*, *ὑπεροπῶν*, *ὑπεροπῶν* *Stephani Linguae Graecae ab Henrico Stephano conſtructi Tomus II.* alle pag. 1570., 1581.), e nient' altro, ſi di meſſiero completarlo coſt' *Πησι τῶν ὑπεροπῶν ἐπιτύπη*, com'è in altri Teſti. Nella celebre Biblioteca Bodleyana d'Oxford, e nella riſtrettiffima Libreria del Seraglio della Porta Ottomana, che comprende ſol tre in quattromila Volumi tra Turchi, Perſiani, ed Arabi, ſenza neſſun Codice Greco, non eſiſtono par le di già fatte rimazioni, Opere di qualche importanza tra le mutilate o ſmarrite.

(b) Halley reſtituì il Libro perduto, di cui ſi parla (Nota 75.), e lo reſtituì con tanta ſagacia e profondità, che Roberto Simſon (giudice ſenza pari) ebbe a dire di lui *... qui ſamen magno acumine a cl. Halleo reſtitutus eſt.* (Sia letta Prefatio ad *Lectionem* dell'Opera Simſoniana mentovata dalla 30. Nota).

(c) Pappi *Alexandryni ſecundi Libri Mathematicae Collectionis fragmentum hallense deſideratum ex Cod. MS. anno 1688. primum editum, latine redditum, & Notis illuſtratum.* (Tomo III. della Raccolta di tutte l' Opere Matematiche Walliſiane ſtampato in Oxford e *Theatro Sheldoniano* l'anno 1699.)

(d) Queſti errori ſi correggerebbero ſubito, mentre ci ſoſſero pervenuti gli aleri Elementi di Geometria compiaſti da Scrittori Greci anteriori ad Euclide, come Ippocrate di Chio, Leone, Theuſido, Hermitimo ecc.



dei Codici Greci. *Federigo Commandino*, piccolo Matematico e mediocre Grecista, mostra in parecchi luoghi di non avere inteso il vero senso di *Pappo*, siccome apparisce dal confronto della sua versione col famosissimo Codice Vaticano (a). *Proclo* aveva sofferto di più tradotto da *Giovanni Hervagio* di Basilèa (b), e quindi da *Francesco Barocio* (c). E poco meno che i *Dati d'Euclide* (  $\Delta\epsilon\delta\delta\mu\alpha\upsilon\alpha$  ) non siano stati sfigurati egualmente da *Claudio Hardy* di Parigi (d). Quanto alla Collezione stampata nel M. DC. XCIII. sotto il titolo di *Veterum Mathematicorum Opera Græca & Latina* da *Filippo de la Hire* (e), oltre che non ripara di gran lunga ai gravi scapiti, che hanno sofferti la Geometria, e l'Aritmetica, sì nella parte Istorica, come nella Teoretica per la mancanza d'importantissimi Libri, e segnatamente tra questi degli Elementi (  $\text{Α}^{\prime}\mu\alpha\iota$  ) d'*Archimede* (f), e dell'Arte numeraria (  $\text{Α}\delta\gamma\iota\sigma\mu\eta$  ) d'*Apollonio* (g), nè sono abbastanza ricompensati dalle dotte fatiche dei *Vieta*, dei *Snellij*, dei *Vi-*

(a) Loc. cit. dall' *Annotazione* 6a, ed Opuscolo di *Giuseppe Torelli* intitolato *Cofse Geometriche*, edito in Verona ecc. ( *Nota* 106 ).

(b) L' Opera è Greco-latina distinta col titolo  $\text{ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ}$ , e vien dopo all'  $\text{ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ'}$  dell' edizione di Basilèa del 1533.

(c) *Procli successoris Lycii Philosophi Platonici & Mathematici probatissimi Commentarius in primam Elementorum Euclidis Libri quatuor latine versus* ecc. in Venezia 1760. colla dedica al Patriarca d' Aquileja Monsignor Daniel Barbaro. Pare che M. Cramer non conoscesse questa 2da. Edizione, avendo scritto nel loc. cit. dalla *Nota* 14. a pag. 328 *Je présente d'abord le Texte de Proclus, tel qu' il se trouve dans l' édition unique, à ce que je pense, cet Auteur. C' est celle d' Hervagius à Basle 1531.*

(d)  $\Delta\epsilon\delta\delta\mu\alpha\upsilon\alpha$  Theoremata geometrica 95. cum Praefatione Marini Philosophi Neapolitani = *Euclidis Data* Tom. VII.

ta = *Parisii*, 1657. edizione *Græcolatina*.

(e) Vedasi a pag. 367. il Tomo II. dell' *Histoire de l' Académie Royal des Sciences &c. avant le renouvellement* edizione Parigi del 1733. È una Raccolta simile a quella d' Amsterdam del 1679. *Antiquæ Mathematicæ Systema, Græcè, & Latine Marcus Michonius restituit, ac Notis explicavit* = in un solo Volume.

(f) Altri scrivono  $\text{Α}\rho\chi\iota\mu\epsilon\delta\iota$ . Era un' Opera indirizzata dall' Autore ad *Zeu-xippum*, e la nomina egli medesimo nel suo Libro *Ψαμμίτη* ( *Arenarius* ). Molto n' ha scritto M. Meior nel Tomo XVI. ( non XV. come dice Montucla alla pag. 391. *Nota* (b) del I. Volume della sua *Storia Matematica* ) dell' *Histoire de l' Académie Royale des Inscriptions &c.* edizione di Parigi del 1747.

(g) Wallis nel Tomo III. *Oper. Mathematicæ* alla pag. 559., e *Fabricio Bibl. Græc. Lib. III.* nella *Nota* in piè della pag. 563. suppongono che quell' Opera citata da *Eutocio* nei suoi *Commentarii* al Libro d'*Archimede*  $\text{Κ}\alpha\theta\eta\lambda\upsilon$

viani, degli Halley, dei Simson ecc., i quali, e nel passato, e nel presente Secolo si posero a indovinare diverse Opere Greche smarrite (a), ell'è una raccolta di cose, che si riportano per lo più alle Matematiche miste (b).

Giova eziandio di riflettere, che le bellezze dei Greci, le quali tuttora ci restano in proposito di Geometria, non abbiano fatta tra noi fino al giorno presente quella maggior comparsa e risalto, di cui eran capaci, perchè i Geometri (tranne David Gregory, ed Halley, cui dobbiamo le inappuntabili e veramente preziose Edizioni Greco-Latine d'Eucclide, Apollonio, e Sereno di Antissa (c), edizioni che ono-

Minopus fosse d'un antico Geometa nominato Minopus. Io però credo, che sia d'Apollonio da Perge, cioè dell'istesso Scrittore delle Coniche, chiamato per antonomasia da tutta l'Autichità Geometra Magnus. So bene che i Greci scrivevano Μίνος, e non Μάγνος, ma lo egualmente che nei bassi tempi decadendo la purità della Lingua, e promiscuandosi colla Latina, molte parole Romane usò, che venissero scritte colla declinazioni e caratteri della Grecia. Eutocio viveva nel VI. Secolo della nostra Era o sul declinare del V. e forse regnando Anastasio Dioscuro. Trai molti esempi, che altrove pubblicherò per fondamento della mia congettura, ricavati per la massima parte dal Dufresne D. Du Cangé Glossarium ad Scriptores mediæ & infimæ Latinitatis == Tom. VI. Parisiis, 1733. == cito adesso il solo Πέτρος Μάγνος Portus Magnus (oggi Portsmouth) nella Isola Britanniche, com'è scritto nel Capo III. del Libro II. della Geografia antica di Tolomeo.

(a) Apollonius Gallus per ristabilire il Libro *ἑπτάγων* (De Trilioniibus) (Opera Diabematika (Nota 30.) in unum Volumen congesta ac recognita, opera atque studio Francisci a Schooten Leydensis &c. == Lugduni Batavorum, 1646. == ex Officina Elseviriorum == Apollonius Batavus seu exsuscitatus Apollonii Pergæ ΠΕΡΙ ΔΙΟΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΟΜΗΣ (de determinata Sectione) Geometria == Lugodini, 1648.; De Maximis & Minimis Geometrica - Di-

vinatio in V. Librum Apollonii Pergæ == Florentiæ 1659.; De locis Selliæ Aristæ Senioris &c. (Nota 46.); *ἑπτάγων* di Apollonio seu de Spatii sectione, & de sectione rationis == Oxoniæ, 1708.; Apollonii Pergæ Lecta pinnarestituta (Nota 6.); De Sectione determinata Libri duo restituti, & duobus insuper Libris aucti, Πέτριον (Portsmouth) Liber == Glasgæ, 1773. nella Raccolta postuma intitolata Roberti Simson Opera quaedam reliqua publicata 3. anni dopo la morte di quell' egregio Geometa, che mancò di vita l'anno 1768. e 21mo dell'età sua.

(b) Più fortunati dei Libri Geometrici sono stati quelli di Geografia. Abbiamo tutto intiero e corretto nell'ediz. de' Wetliani Stephanus Byzantius de Urbibus ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΠΕΡΙ ΠΟΛΕΩΝ ediz. d'Amsterdam del 1725.; Dionisii Alexandrini Periegeticon, sive de situ Orbis, Geographi veteris minoris, per non dire di Tolomeo, nè del Phyllo Byzantius de septem Orbis spectaculis græce & latine verius, & notis illustratus a Leone Allatio == Romæ, 1640. ==

(c) Euclidis omnia que supersunt == Oxoniæ, 1703. == Apollonii Pergæ Conicorum Libri 3. & Sereni Antifoeni de sectione Cylindri & Coni Libri duo cum Pappi Alexandrini Lemmatibus & Eutocii Ascalonitæ Commentariis. Ex Codic. MS. editis Edmundi Halleus &c. == Apollonii Pergæ Conicorum (pag. 137. sino a 171.) Liber 3. restitutus sive de problæ-

rano le Stampe d'Oxford, ed il principio del Secolo XVIII.) qualora siano profondi nella Scienza sublime, ch' essi professano, hanno a sdegno di essere, o forse non possono essere eccellentemente periti della Greca Lingua, e Letteratura. Di qui n'accade, che in parecchie delle traduzioni, che abbiamo, o sia male appropriato il significato delle parole alle cose per mancanza di sapere Geometrico, o non sia stato inteso, nè interpretato per imperizia di Lingua (a). I replicati passaggi di Codice in Codice, mentre mancava la Stampa, le corrosioni, e lacerazioni della Carta bombacina e comune, dei Papiri, e Pergamene antichissime, l'ignoranza dei Copisti, la decadenza della Lingua dotta, la promiscuazione o confusione dei Dialetti (b) hanno, o separatamente o cumulativamente aumentato il male fino al segno, che senza combinare in un uomo solo i talenti di sommo Matematico, e di sommo Grecista, non sia mai sperabile di porre in chiaro, e disotterrare dai Libri fortunatamente rimastici, ed avanzati alla voracità del tempo, e all'ingiuria, o trascuranza degli uomini, tutto ciò che si potrebbe sapere delle Scoperte antiche Geometriche, ed in particolare di quelle nate e promosse sotto il bel Cielo dell'Jonìa (c).

*matris determinatis divinatio* (vedasi la Nota 61.) *Oxonie et Theatro Sheldoniano, anno Dom. 1710.*

(a) Potrebbe servir d'esempio la voce Πέρισμα, la cui interpretazione sincera riserverò ad altro tempo. Ma che più? Vi sono stati taluni oggi-giorno, che non hanno distinto il differentissimo significato dei due vocaboli Τεπίσμα, Αρσζλλήμα. Molto maggiori abbagli s'incontrano nell'interpretare diverse passioni dei Numeri descritte da Ocello di Lucania (contemporaneo d'Ippocrate di Chio (Nota 14.)), la cui opera è l'unica pervenutaci intiera tra i filosofi Pitagorici, dei quali non abbiamo che pochi Frammenti.

(b) Per esempio Archimede scrisse in Dorico, ed i Copisti dei bassi tempi lo trascrissero nel Greco comune. Consultisi a questo proposito la

Parte I. del Tom. II. degli *Atti e Memorie* citate nella Nota (66) alle pagine 240. e 241. Quel Dialetto comune o confusione di antichi Dialetti non è per altro la Lingua Ameri- ca, siccome certi andarono pensando, contro dei quali con tutta ragione opina il Ch. Autore dell' *Ars metrica seu de Græcorum Prosodia Tractatus* = Colle 1782. = a pag. 107. Num. III.

(c) Si fa che l'Attica e l'Jonìa ebbero l'istessa origine. *Atticorum & Ionum antiquitus eadem fuit sermo- nis proprietas, & Attica Europæ Ionis pars. Crescente vero multitudine postea quam misse in Asiam Colonie, Ienium appellationem usurpassent &c.* (pag. 3. Jacobi Zuingeri... *Græcorum Dialectorum Hypotyposi*, in più del Lessico dello Scapua stampato in Amsterdam l'anno 1652.)

Vv ij

Cade il Secolo XVIII., ed è ancora mistero l'interpretazione sincera dell'Epigramma al Re *Tolomeo d'Erasofene da Cirene*, conservatoci da *Eustocio d'Ascalona* (a), lasciato senza versione dai Traduttori (b), e comprendente il Voto (Α'αδijαα) sospeso sù d'una Colonna in ringraziamento agli Dei per la soluzione del Problema Deliaico. *Anton Maria Salvini*, e *Vincenzo Viviani* mutuamente ajutandosi, non furon vaevoli a interpretarlo, come apparisce da un MS. originale, che conservo tra le mie schede (c).

La parola Α'αδijαα usata da *Pappo* nella Prefazione al VII. Libro (d), che contiene non meno di tutta la Teoria *Centrobarica* prodotta tanti anni dopo dal Gesuita *Paolo Guldino* (e), si cerca iavano nei *Lessici manuali* (f), contato ancor quello diligentissimo di *Beniamino Ederico* (g), e l'istesso Tesoro d'*Enrico Stefano* (h). Consultando *Suida* (i), si

(a) Nell' *Archimede* Grecolatino di *Basilide* del 1544. vien riporato, ma senza traduzione, a pag. 25. del Testo Greco. Manca in quello di Parigi del 1615. quantunque ancor esso Grecolatino, perchè non vi sono i *Commentarij* d' *Eustocio*, non meno che in altre Edizioni. Non è compreso nell' eccellente Raccolta ΣΤΕΦΑΝΟΝ ΕΥΗΓΓΡΑΜΜΑΤΩΝ o sivero nell' *Anthologia*. *Vicia* ne parla alle pag. 348. e 349. *Operum Mathematicorum* &c., ma senza versione. Incomincia il Testo Greco dell' Epistola in fronte dell' Epigramma con Βασίλει Πρωτεύει Ερατοσθένι χαιρεῖ ( a pag. 20. della 1ma. ediz. ecc.

(b) *Commaedino*, *Sturmio*, *Maurollico* &c. &c. ( *Ediz. d' Archimede* di *Paolo Manuzio* in *Venezia* del 1558. di *Norimberga* del 1667. e la posteriore *Palermitana* del 1685. procurata da *Alfonso Borelli*.)

(c) *Salvini* doveva essere molto giovane, quando prese a tradurre quell' Epigramma con avere al fianco il *Viviani*. Imperocchè la versione incomincia Supplementum Epistolae Eustocij Ascalonitae Ammonio philosopho inscriptae, ex interpretatione Cl. Adolef.

*Ant. Maria Salvini*. E' però vero che il *Salvini* si fece assai presto distinguere per eccellente *Grecista* avendo di soli 23 anni ( e vale a dire nel 1669., perchè nacque del 1646.) ottenuta nello studio Fiorentino la *Cattedra* di *Lingua Greca*.

(d) Nell' edizione del 1660. rammentata dalla *Nota* 30 si guardi alla pag. 252.

(e) *Nota* 37.

(f) *Cornelii Schrevelij Lexicon manuale Graeco-Latinum & Latino-Graecum* &c. = *Patarvi*, 1769. = ; *Johannis Scapulae Lexicon Graecolatinum* &c. = *Amstelredami*, 1652. = , &c. &c. Nel primo si trovano le sole voci Α'αδijαα Α'αδijαα, che vogliono dire tutt' altro.

(g) *Beniamini Hederici Lexicon manuale Graecum* = *Lipsiae*, 1722.

(h) ΘΗΣΑΥΡΟΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΗΣ Tom. I. a pag. 406. e seg. della 2da. ediz. que annum nullam gerit. ( *Blich. Manutiae Annalis Typographici* Tom. III. pag. 756. = *Hage Comitum*, 1725. )

(i) Tomo I. alla pag. 155. dell' Edizione Inglese sopraccitata del M. DCC. V. typis academicis.

trova coll'autorità di *Ellanico* (a) interpretato per *Res controversae*. I Traduttori l'hanno lasciata fino ad ora vestita alla Greca (b), senza vedere che  $\text{Α}μικς$  stava per *contra* come per *circum*, d'onde nasceva  $\text{Α}μικςμικς$  (*Res circum versa*, *rotandum &c.*) non altrimenti che da  $\text{Ε}πις \text{Ε}πιςμικς$  (c).

Che dirò io del precitato Titolo dell'antichissimo Libro  $\text{Ω}κωτόβριος$ , ch'era una giunta, e promozione felice dell'Opera Archimedea *De Circuli dimensione* (d)? *Giovanni Wallis*, sebbene fosse tra i primi dei Matematici dell'età sua, forse preso da quella Greca parola la lascia tal quale ella è, vantandola inesplicabile (e) avvegachè amasse molto, e non sempre a proposito di grecizzare. *Ervagio*, *Viviani*, e *Gio-*

(a) Vi furono, secondo *Fabricio* due *Ellanici*, uno cioè *Hellanicus Leticus historicus*, l'altro *Hellanicus Junior grammaticus* (vedali *Bibl. Græ.*) Il Barone de *Sainte-Croix* e l'Abate *Barthelemy* non so per quale svista non sian d'accordo tra loro nelle *Table* cronologiche del Tomo VII. del *Voyage du Jeune Anacbaris en Grèce* in rapporto al tempo, nel quale visse *Ellanico* Lesbio. Difatto nella *Table 2. (Epoques)* e nella VII. a pag. 167. (ediz. de *Que-Ponti* del 1750.) *Ellanico* nasce dell'anno 495. avanti *Cristo*, e poi nella II. e III. (pp. 187. e 204.) si fa fiorire nel VI. Secolo prima di *Cristo*, cioè quando *Ellanico* stesso non era ancor nato.

(b) Nel luogo di *Pappo* indicato dalla Nota 81. si legge *Perfectionum utroque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum &c. Imperfectionum autem proportio composita est ex proportione amphismatum &c.* *Viviani* nelle postille marginali scritte in matita per illustrazione di varj de' più oscuri passi del suo *Pappo*, pallato pocanzi ex *Nosocomio Fiorentino* nella Libreria pubblica *Magliabechiana*, indovinò colla guida del *Salvini* il vero senso di  $\text{Αμικςμικς}$ . Ecco come egli scrisse. *Amphisma significat fortasse omne quod circumferatur aut circum rotatur, vel sit linea vel sit superficies.*

(c) *Jeannis Scapulae Lexicon &c.* citato da 841a. *Annotazione.*

(d) L'argomento era precisamente l'istesso di quello, che *Giovanni Bernoulli* il seniore espresse nella seguente maniera *Peripheria ad Radium ratio per numeros celeriter appropinquantes* (Num. CLXV. del Tomo IV. della Raccolta delle sue Opere *Schediasma Cyclometricum &c.* alle pag. 107. e 108.) (si veggia la Nota 14.)

(e) *Opera Mathematica &c.* Tom. III. alla pag. 199. nella Nota. *Liquet hinc & ex sequentibus Apollonium quendam (Pergeum credo) tractatum scripsisse (qui perit) de numeris quantumvis magnis inter se multiplicandis, unde haec desumpta sunt collectanea. Quis fuerit ille liber aut quomodo appellatus, non constat, eoque secundum hujus collectaneorum libri initium desit, nisi forte (quod non est vero ab simile) ille fuerit, quem *Estocius* (sub finem commentariorum in *Archimedis dimensionem Circuli*) *avvristos* vocat ab *Apollonio Pergeo* conscriptum (sed qui perit), cujus argumentum huic ab simile non fuisse inde constat. Ma *Wallis* a mio giudizio ha qui confuso con quest'opera d' *Apollonio* l'altra, ch'io penso essere patinamente di lui (i.e. *Μαθηματικῶν*), della quale ho parlato nell' *Annotazione* 12., ed era di pura *Aritmetica*.*



viani Alberto Fabricio ( ch' è quanto dire un valoroso , ed instancabil Grecista ) la traducono, o piuttosto l'annunziano per *Mocyncium* (a), corrompendo il Testo, e cavandone una voce vaga, senza nessuno significato. Almeno avessero scritto *Ocytocium* ( *Ὠκυτάκιον*, che aveva senso, ed appellava al *Cito-pariens*, colla quale arditata metafora secondo la testimonianza del Lessicografo *Suida* s'intitolava l'antico Frasario ( *Promptuarium*) di *Teleso* (b). *Montucla* (c) cambia il vero vocabolo nell'altro *Ὠκτεβος* ( come se permutando l' *Ὠμέγα* in *Ὀμικρόν*, e variando o trascurando gli *accenti* e gli *spiriti* non si facesse torto alla *Lingua*, e quindi professava altamente di non intenderlo. Io mi lusingo d'averlo col suffragio di molti Eruditi felicemente spiegato (d).

*Cramer* nella Dissertazione accennata sin da principio ha occasione di nominare l'Opera di *Sporo Niceno* *Κήρυξ Ἀριστοτελική* (e), e su di quella soggiunge. *Je laisse ce Titre en Grec, ne sachant comment le vendre en François. Κήρυξ signifie un gâteau de Cire, un Raion de miel. Mais quel rapport de ce mot avec le Titre d'un Livre? Il est vrai que les Titres singuliers peuvent être bien anciens, puisqu'ils ont leur origine dans la bizarrerie de l'Esprit humain. & dans l'envie de mettre de l'esprit par tout.* Da questo passo primieramente apparisce, come *Cramer* non avesse presente il luogo

(a) Wallis l'aveva tradotta *Ocytocium* ( loc. cit. pag. 559. ), e vale a dir non tradotta, sebbene *Hervagio* prima di tutti corrompendola n'avesse fatto *Mocyncium* ( a pag. 57. della sua versione ΕΤΤΟΚΙΟΤΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΕΙΣ ΤΑ ΑΡΧΙΜΗΑΟΤΕ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΤΑΙΝΑΡΟΥ ΚΑΙ ΤΑ ΑΛΛΑ ΤΙΘΟΜΝΗΜΑΤΑ in fondo dell' ΑΡΧΙΜΗΑΟΤΕ ΤΟΥ ΣΤΡΑΚΟΤΣΙΟΥ, ΤΑ ΜΕΧΡΙ ΝΤΝ ΣΩΖΟΜΕΝΑ, ΑΠΑΝΤΑ &c. del 1544. ), seguitato in ciò dal *Viviani* ( a pag. 57. Poella marginale apposta da lui ad un Codice tipografico, ch'era del Nefococcio di S. Maria Nuova, e adesso della Libreria Magliabechi, il quale comprende oltre la sola versione latina dei Commentarij

d' *Eutocio* diversi Trattati di *Peurbachio*, *Regiomontano* &c. ), e dal *Fabricio*, come appare dalla pag. 562. del III. volume della *Biblioteca Greca* dell' ediz. di già mentovata.

(b) Ovvero traducendolo letteralmente *Arte d'accelerare il parto.* ( *Note 57. e 93.* )

(c) Sia consultata la pag. 36. dell' *Histoire* &c., di cui parla la *Nota 55.*, e 565. T. I. *Histoires des Mathematiques.*

(d) Nel mio commentario citato dall' *Annotazione 468.* a pag. 307. dell' *Exercitatio Mathematica* &c. pubblicata in quest' anno.

(e) Vedasi la Pag. 488. del I. accennato dalla *Nota 14.* *Wallis* l. c. alla pag. 547. ( *Nota 93.* )

del I. Libro di Plinio seniore *Inscriptionis apud Græcos mira felicitas* &c. o secondo Giovanni Arduino sull' autorità d' *Aulo Gellio festiuitas* (a), letto il quale ogni meraviglia svanisce essendo in termini puntuali. Di più col passo di Plinio for'occhio averebbe veduto, che se i Codici portavano scritto  $\text{Κηρα}$ , non mai potevasi questo Titolo, ma  $\text{Κηρα}$  interpretare per Favos o Mellificia (Officine o Serbaroj di miele) come piacque tradurlo al Fabricio (b). Scritto adunque, come Cramer lo scrive  $\text{Κηρα}$ , e come esiste nei Codici di maggior fede, inclino a credere che significasse *Præcipua*, *Selecta* ecc. cosicchè il Libro di Sporo altro non fosse che *Selecta ex Aristotele*, non diversamente che ad uole delle scuole, s' intitolano ancora oggigiorno *ex Cicerone*, *ex Platone*, *ex Terentio Selecta*. E di fatto quel Libro di Sporo vien riportato da Eustocio (c), che scrivendo all' Ionico-Attica o seguendo il Testo originale doveva scrivere  $\text{Κηρα}$  in vece di  $\text{Κηρα}$  col cambiare, com'era l'uso, il dittongo  $\alpha\iota$  nella lettera  $\eta$  (d), ma tener fermo nel suo posto l'accento acuto, ed allora il vocabolo non derivava altrimenti  $\alpha\pi\delta$  τῆς  $\text{Κηρα}$

(a) Cui Plinii secundi *Historia Naturalis Libri XXXVII*, quæ interpretatur *et notis illustravit Joannes Harduinus* &c. Editio altera emendator & auctior Tomo I. — Parisiis, 1731. — allo pag. 4, e 5. Quello del passo Pliniano è una Satira fina della ridicolezza e pomposità dei Titoli dati dai Greci ad alcune delle Opere loro. Egli scrive che quell' inusitata moda terminasse presso dei Greci coll' *Historia Catholica* di Diodoro Siculo, che visse nel I. Secolo dell' Era Cristiana — *Apud Græcos defuit nugari Diodorus* & *βιβλιοθηκῶν historiam suam inscripsit*. (Comprende 40. Libri, dei quali ne son restati 15 soli, e pochi frammenti d'altri). Ma se questo gusto depravato terminò nella Grecia, ripriuncipò col rifiorgere della Letteratura e delle Scienze in Italia, e quindi in altre parti d' Europa. Abbiamo ancor noi i nostri Prati (*Αριστοτελῆς*), non ci mancano le *Παράγραφοι*, lo specchio *Κάθετος*, o perfino *Omnia hora-*

*rum opsonia*) *Francofurti*, curante Jo: Jacobo Porfio, A. 1614., con cento altri motti, che per molte ragioni giova di non rammentare. E di fatto Platone scriveva ai suoi tempi (e vale a dire 4. secoli prima di Cristo) che Socrate fosse dedito all' ironia, principalmente prendendolela con Hippia il Scifita; e sebbene il gran Xenofonte difendesse da quell' attacco quell' immortale Filosofo, contuttociò gli Ateniesi seguitarono sempre la perfezzione del loro onorevole Concittadino.

(b) Nota in piè della pag. 163. del Libro III. della *Bibliotheca Græca* &c.

(c) *Commentarii in Librum Archimedis de Circuli dimensione* verso la fine (a pag. 49. del Testo Greco nell' ediz. del 1544.) Wallis, Fabricio &c nei luoghi altrove citati hanno letto *Porus* in vece di *Sporus*.

(d) Zuingero nella sua *Hypotyposis* &c. indicata dalla Nota 78. (*Biblioth. 16. Nov. 1605.*) al *Dialectus Attica*, e

ma da *Kai'pos*, Nè questa mia coniezzura s' indebolisce, perchè le due voci *mortalia*, *precipua* verrebbero in Greco rappresentate dall' istessa parola *Κηρια*, essendovi in quell' Idioma altri esempj di simil forte, come *λινξ* *Linx*, *Singulus*, e cent' altri consimili.

Non finirei mai questo saggio, se volessi tutte trascrivere dalle mie Schede le osservazioni, che ho fatte sopra dei Codici più autorevoli per illustrare lo stato antico delle Matematiche nella Grecia. Nè fidandomi del mio solo giudizio sì nella scelta dei Codici di miglior fede, sì nella interpretazione dei passi di maggiore impegno e difficoltà, ho chiamati a parte del mio lavoro i luminari più insigni della Greca Letteratura, tra i quali è per me molto onorevole di nominare l' Abate Gio: Cristoforo Amaduzzi, il Canonico Angelo Bandini, ed il Proposto Domenico Maria Becucci amatissimo mio Cugino materno *ex Sorore* (a).

Di eccitamento ed impulso più grande a perfezzione la mia Opera, ed anzi ad estenderla a molte versioni di luoghi difficilissimi della Geografia di Tolomeo (b), e di Strabo-

segnatamente a pag. 5., dove esiste l' intitolazione marginale *D diphthongos quocuoque permutant Attici*, e di nuovo a pag. 43. nella *Dialectorum omnium synopsis*, stabilisce la mutazione di *AI* in *H* cum *Iota subscripto*, come da *αινιαυ αινιπ*, ed altresì *υτι Iota non subscriptur* (ex gr.) da *πρωιαναι πρωιαναι*. Lancelotto, e chiunque che lo ha seguito, non notarono quello eslo. Non se ne fa nemmeno parola nell' altro Opuscolo, stampato dopo di quello del Zaingero nel medesimo Lessico dello Scapula pag. 64. e legg. *De Graecae Linguae Dialectis ex scriptis Joannis Grammatici*. Quindi è che la voce Greca *κρηια* non sia probabilmente la radice del derivato *Κρηια*, come lo sarebbe di *κρηια*, e neppure sia *κρηια* fors, *fallum*, *mors*, lebbene i due derivati *κρηια* *opportunitas*, *temporivitas*, e *κρηια* *in/cia* *epulacales*, cambiato o no l' *ai* in *ai*, di significato tanto diverso non riconoscono differenza sensibile nè di composizione nè di pronunzia. Intanto abbiamo sott' occhio altro esempio

della voce *κρηια*, la quale, avvegnachè derivi da *κρηια*, tuttavia ha sofferta la mutazione di *ai* in *ai* anche indipendentemente dalla diversità dei Dialecti.

(a) Oltre di tante Opere insigni, che la Repubblica Letteraria dove a quelli valorosi Eruditi, basti di nominare in rapporto al primo *Monumentum Marbatiana* &c., in proposito del secondo il suo titolo *Catalogo della Libreria Mediceo-Laurenziana* e rispetto al terzo l' *Arithmetica* rammentata nella 77ma Nota.

(b) In apologia di Tolomeo (non già delle Carte Geografiche annesse alla sua stimabilissima Opera, che sono di Agathemer) merita d' esser letta e ben ponderata la *Memoire sur la Geographie de Ptolomee; & particulièrement sur sa description de l'interieur de l' Afrique* — Par M. Bouché — dalla pag. 119., fino a 128. del Tomo degli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Parigi* per l' anno 1787. stampato del 1789.

ne (a), mi è stato il vedere, come abbiano ancora di fresco con delle interpretazioni infedeli alcuni Traduttori poco avveduti data nascita e credito a dei mostruosi Romanzi di Fisica, ed in particolar modo d'Idrometria, sovvertendo l'ordine delle cose sul debole fondamento d'un passo d'antico Scrittore per lo più mal inteso, e fabbricando sull'ali della fantasia non regolata dalla ragione Sistemi arditi, e meno brillanti dell'immaginosa Teoria della Terra e del Cielo del Conte *De Buffon*, e delle sue Epoche della Natura (b).

Ma prima di render pubbliche l'altre mie riflessioni aspetto con impazienza la Stampa d'*Oxford* di tutte le Opere d'*Archimede*, di nuovo interpretate e corrette dal sempre celebre *Giuseppe Torelli* sulla scorta specialmente d'un rarissimo Codice della Libreria Veneta di San Marco, come giova sperare in virtù dell'annunzio datone dal Cav. *Pindemonte* alla Repubblica Letteraria (c). Forse quel Geometra eruditissimo almeno in parte mi averà prevenuto; ed amo meglio che dalla sua dotta penna, anzichè dalla mia, vengano sparsi dei lumi intorno ad un argomento, che altri credano inutile, altri leggiero nell'età nostra, in cui alcuni degli uomini addetti alle Scienze non solamente trascurano la sentenza del Venufino: *Difficile est proprie communia dicere* (d), ma contano a lode ignorare le Lingue della Grecia e del Lazio, onde sia che decadendo a poco a poco in Italia, sembrino minacciar d'avvicino il ritorno di quell'epoca trista così bene descritta da *Lord Malmesbury*. „ *Stupori & miraculo erat ceteris, qui Grammaticam nosset* “ (e).

Intanto ho l'onore di essere ecc. ecc.

(a) L'edizione di Amsterdam del 1707. assai più accurata di quelle dello Xylandro (Basilea 1771.), e del Calaubono (1767.) è l'unica da me adoperata, non sapendo se la recentissima d'*Oxford* sia venuta ancora alla luce. Avvi di più tra l'edizioni moderne la versione Tedesca di M. Penzel in due Volumi, annunziata favorevolmente dalla R. Arcademia di Berlino a pag. 55 dell'*Histoire* fot. Tom. VII.

zo il dì 21. Novembre nel Tomo degli *Arti* per l'anno 1776.

(b) *Les Epoques de la Nature*. Tomi 2. in 2. ediz. di Parigi del 1785.

(c) Parte I. del Tomo II. della Società Italiana stampato in Verona l'anno 1782.

(d) *Horatius De Arte Poëtica* al verso 128. ( *Patauii*. 1769.

(e) *Londres* T. III. alla pag. 48. ediz. di Neuchatel dell'anno 1771.

Fig. I.

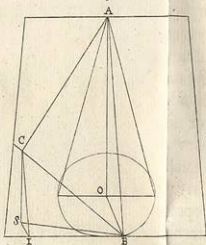


Fig. II.

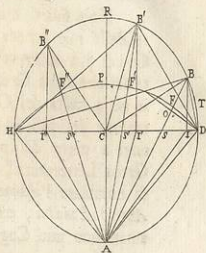


Fig. III.

