
STATICA E MECCANICA

DE SEMIFLUIDI

Del Sig. PAOLO DELANGES

Professore di Matematica nel Collegio Militare di Verona.

INTRODUZIONE.

TRa semifluidi io intendo d'annoverare la sabbia, l'arena, le migliarole di piombo, il miglio o altre materie consimili. Sogliono al giorno d'oggi i Fisici usare indistintamente, parlando dell'acqua o liquori, tanto la voce di fluido che di liquido; io però ho creduto conveniente di apporre alle materie sopraindicate il nome di semifluido, per essere composte di parti elementari visibilmente separate e distinte fra sè non solo, ma eziandio quante e divisibili, condizioni, che certo non possono assegnarsi agli elementi de' liquidi, e nemmeno a' propriamente detti fluidi, come farebbe l'aria, il fuoco ecc. Non ho trovato che di tale specie di fluidi sia stata fatta menzione da altri autori, se non che da *Galileo* e da *Lambert*. Il primo così alla sfuggita osservando che, a differenza de' liquidi (a) "accumu-
 ,, lati insieme si sostengono ammuchciati; e scavati fino a
 ,, certo segno, resta la cavità, senza che le parti d'intorno
 ,, scorrano a riempirla; agitati e commossi subito si ferma-
 ,, no, tantosto che il motore esterno gli abbandona,, trova
 egli motivo " di poter molto ragionevolmente arguire, i
 ,, minimi dell'acqua, nei quali ella pur sembra esser risolu-
 ,, ta (poichè ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima

Tomo IV.

T t

(a) Opere di *Galileo Galilei*. Tom. 111. pag. 25.

„ polvere , anzi non ha consistenza nessuna) esser differen-
 „ tissimi dai minimi quanti e divisibili „ e segue “ nè saprei
 „ ritrovarvi altra differenza che l'essere indivisibili „ ecc.
Lambert (a) poi imprendendo a stabilire la teoria delle pa-
 „ lasitte e della solidità o fermezza del fondamento delle ope-
 „ re d'architettura , e rilevando che le immersioni di solidi
 „ parallelepipedi leggermente poggiati sulla superficie della sab-
 „ bia rinchiusa in un vase , sono in ragione diretta de' pesi e
 „ reciproca delle basi loro , ed osservando in oltre che un pa-
 „ rallelepipedo del peso di 18 mezz'onze immergevasi 6 linee
 „ cadendo dalla superficie , e rimaneva in equilibrio posto tre
 „ linee sotto la superficie della sabbia , conchiuse da ciò esser-
 „ vi perfetta rassomiglianza tra la fluidità della sabbia e quel-
 „ la de' liquidi . “ Car , com'egli dice , encore dans les liqui-
 „ des un parallelepède specifiquement plus léger sera en
 „ équilibre lorsque la profondeur a la quelle il y est enfoncé
 „ est en raison directe de son poids et en raison reciproque
 „ de sa base et de la gravité spécifique du liquide . „ E' sta-
 „ to mio scopo pertanto nell'istituire le sperienze che sono
 „ per esporre intorno a' semifluidi non solo di rilevare per di-
 „ verse vie il loro grado di analogia in ciò che riguarda le
 „ leggi idrodinamiche seguite da' liquidi , ma eziandio che riu-
 „ scissero di qualche immediata utilità ne' bisogni umani , e
 „ singolarmente in que' casi ne' quali rendesi del pari necessario
 „ conoscere i modi di agire de' liquidi che de' semifluidi . La-
 „ scio giudicare a' dotti se meriti essere coltivato ed aver luo-
 „ go nella Fisica tale argomento .

(a) “ *Nouveaux Mémoires de l'Acad. MDCCLXXII.*
 Roy. des Sciences ecc. „ Berlin. An.

ARTICOLO I.

Della linea di livello de' semifluidi.

ESPERIENZA I.

§. 1. Rattenuto un vase cilindrico conico o di qualsivoglia altra figura, in maniera che sia verticale l' asse di esso diretto al centro d'un foro fatto nel suo fondo, a qualche distanza dalla superficie di una tavola orizzontale, ed essendo detto vase riempuito di un semifluido, questo sortendo dal foro del fondo componesi in figura conica esattamente. Adoperando la stessa maniera di semifluido e generandosi nel modo esposto più e più coni di diversa altezza, osservasi che il loro lato è ugualmente inclinato sul piano soggetto, inclinazione che d' ora innanzi chiameremo *linea di livello*. Similmente togliendo una parete ad un vase di qualunque figura prismatica od altro, contenente il semifluido a diverse altezze, componesi esso da quella parte che forte in piano inclinato, e sotto una costante linea di livello. E così finalmente scomponendosi o incavandosi una massa semifluida in qualsivoglia modo, apparisce sempre costante la linea di livello in essa da quelle parti nelle quali il semifluido ha avuto libertà di comporsi da se stesso. Eseguite queste esperienze in tre diverse sorta di semifluido, cioè nella sabbia minutissima di fiume, nel miglio, e nelle migliarole di piombo, ho trovato, che la linea di livello della sabbia formava col piano soggetto l' angolo di - - - - - 33.°
 quella del miglio - - - - - 23.°
 e quella delle migliarole di piombo - - - - - 22.° 30'
 e per ultimo quella di pallini di un diametro triplo delle migliarole - - - - - 25.°
 Cotali angoli d' inclinazione furono da me misurati esattamente, mediante un istrumento composto d' un quadrante annesso ad una squadra, come può comprenderli colla sola ispezione della figura I.

Considerazioni .

5. II. Oltre alla proprietà di mantenere i semifluidi costante la loro linea di livello nella propria specie, come abbiamo rilevato nella descritta esperienza, restano ancora da farsi intorno a' risultati di essa delle considerazioni non meno degne della curiosità di un Fisico. Osservando pertanto gli angoli d'inclinazione delle linee di livello ne' diversi semifluidi posti a cemento, si vede in primo luogo, che la sabbia tuttochè composta di minutissime ed impalpabili particelle sdruciola, o per così dire, tende meno a distendersi ed accostarsi al livello orizzontale proprio de' liquidi, di quello faccia il miglio, le migliarole ed i pallini di piombo di maggior diametro; il che potrebbe attribuirsi alla irregolare figura delle particelle che la compongono, mercè della quale provando maggiore resistenza d'attrito nel raggrarsi e svolgersi le une su le altre, sostengasi in conseguenza la massa loro più elevata come accade. Si rileva poi in secondo luogo, che la linea di livello del miglio è pressò a poco quella delle migliarole di piombo, quantunque le particelle di queste sieno più sferiche e più pesanti, la lisciatura e pulitezza però ne' granelli del miglio sembra che compensi le altre due qualità, che ad esso mancano. E finalmente si rileva in terzo luogo, che la linea di livello delle migliarole di piombo è più inclinata all'orizzonte che quella de' pallini della stessa materia, ma di diametro maggiore. Considerando ora tutti questi fenomeni insieme, ne consegue legittimamente, che tanto più la linea di livello di un semifluido s'accosterà ad essere orizzontale, quanto più le particelle che lo compongono tenderanno con perfezione ad essere di figura sferica, lisce e minute. Essendo orizzontale la linea di livello ne' liquidi, possono adunque, anzi debbono concepirsi gli elementi loro essere indivisibili e di figura perfettamente sferica.

6. III. Occorrendo nelle sperienze, che seguono, confrontare fra se volumi di vasi cilindrici, conici ed anche prismatici, e di conoscere i pesi assoluti de' semifluidi in essi volumi contenuti, così crediamo opportuno di preparare in

questo luogo i materiali necessarj, onde agevolare tali calcoli all' uopo.

I.° Essendo l' angolo formato dalla linea di livello coll' orizzonte, per la sabbia 33° , per il miglio 23° , e per le migliarole di piombo $22^\circ, 30'$ (S. r.), avremo dalla Trigonometria la ragione del seno al coseno dell' angolo d' inclinazione appartenente alla sabbia, espressa da numeri - $9 : 14$ per l' angolo d' inclinazione del miglio - - - $39 : 92$ e per l' angolo d' inclinazione delle migliarole di piombo - - - - - $38 : 92$

Laonde con tali ragioni in pronto facilmente può determinarsi o l' altezza o il raggio della base di un cono da qualsivoglia degli accennati semifluidi generato, qualora siano l' una o l' altro dati.

II.° Procedendo con rigore ho trovato il peso del pollice cubo di sabbia - - - - - Dramme $7, 3$
 pollice cubo di miglio - - - - - $4, 2$
 pollice cubo di migliarole di piombo - - - - $39, 3$

III.° Chiamando A l' altezza d' un prisma rettangolare, L la lunghezza della base e D la sua larghezza, ed intendendosi date le dimensioni in pollici, avremo generalmente Volume del prisma rettangolare - - Pol. cub. ADL
 e per il peso d' un egual volume

di sabbia - - - - - Dram. $\frac{73 ADL}{10}$

di miglio - - - - - Dram. $\frac{42 ADL}{10}$

di migliarole di piombo - - - - - Dram. $\frac{393 ADL}{10}$

IV.° Chiamando A l' altezza di un cilindro, e di un cono, amendue con l' asse perpendicolare al piano della base, e D il diametro della medesima, sarà generalmente

Volume del cilindro - - - - - Pol. cub. $\frac{11 AD^3}{14}$

e per il peso d' un egual volume

T t iij

$$\text{di sabbia} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{803 AD^3}{140}$$

$$\text{di miglie} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{33 AD^3}{10}$$

$$\text{di migliarole di piombo} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{4323 AD^3}{140}$$

$$\text{V.}^\circ \text{ Volume del cono} - - - - \text{Pol. cub.} \quad \frac{11 AD^3}{42}$$

e per il peso d'un egual volume.

$$\text{di sabbia} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{803 AD^3}{420}$$

$$\text{di miglio} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{11 AD^3}{10}$$

$$\text{di migliarole di piombo} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{1441 AD^3}{140}$$

VI.° Essendo D il diametro della base maggiore del cono tronco, e d il diametro della minore, A la sua altezza, è noto che farà generalmente

$$\text{Volume del cono tronco} - \text{Pol. cub.} \quad \frac{11 A(D^2 + Dd + d^2)}{42}$$

e però il peso d'un egual volume.

$$\text{di sabbia} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{803 A(D^2 + Dd + d^2)}{420}$$

$$\text{di miglio} - - - - - \text{Dram.} \quad \frac{11 A(D^2 + Dd + d^2)}{10}$$

$$\text{di migliarole di piombo} - - - \text{Dram.} \quad \frac{1441 A(D^2 + Dd + d^2)}{140}$$

ARTICOLO II.

Della pressione verticale de' semifluidi .

§. 4. Ho architettato la macchina rappresentata di prospetto dalla figura II. per misurare con esattezza le pressioni verticali de' semifluidi. Nel mezzo d'una tavoletta di legno *AB* abbracciante due colonne verticali *PR* *QS*, alle quali può rattenerfi a maggior o minor altezza, secondo il bisogno, dal piano d'una tavola orizzontale, che sostiene l'intero apparecchio, sono incavati più fori circolari, onde ricevere vasi di diversa grandezza, e di figura cilindrica o conica. In mezzo poi al traverso *RS*, che lega le sommità delle due colonne sopraddette, è affissa la girella *E*, intorno a cui rivolgesi un filo, che sostiene da una parte la lance *C*, e dall'altra, passando per l'asse del vase accomodato nel foro competente sulla tavoletta *AB*, il fondo posticcio *D* del medesimo vase. E' chiaro pertanto, che determinandoli l'equilibrio meccanico fra la lance *C* ed il fondo *D*, si determinerà eziandio con precisione il peso equivalente alla pressione, che soffre il detto fondo *D* per la quantità del semifluido contenuta nel vase, a cui deve rattenerfi congiunto.

ESPERIENZA II.

§. 5. Versando a diverse altezze delle tre maniere di semifluido, sabbia, miglio, e migliarole di piombo in due vasi cilindrici di latta, amendue alti poll. 6, e di base l'uno di poll. 2 di diametro, e l'altro di poll. 3, ho trovato facendo uso della descritta macchina i risultati che seguono

TAVOLA I.

Vase cilindrico alto poll. 6 col fondo di poll. 2 di diametro			
Altezze de' semifluidi	Pesi equivalenti alle pressioni sul fondo del vase		
	Sabbia	Miglio	Migliarole di piombo
Pollici	dram. gr.	dram. gr.	dram. gr.
2	21 : 15	18 : 0	177 : 0
4	28 : 0	26 : 30	220 : 0
6	35 : 0	33 : 45	-----

TAVOLA II.

Vase cilindrico alto poll. 6 col fondo di poll. 3 di diametro		
Altezze de' semifluidi	Pesi equivalenti alla pressione sul fondo del vase	
	Sabbia	Miglio
Pollici	dram. gr.	dram. gr.
2	76 : 30	49 : 0
6	139 : 0	88 : 0

Considerazioni.

§. 6. Col foccorfo delle formule espote (§. 3. n. iv.) agevolmente ricavati dagli sperimenti sopra descritti, che le principali

cipali proprietà riguardo alle pressioni verticali de' semifluidi contenuti in vasi cilindrici, sono 1.^o che la pressione contro il fondo è minore del peso assoluto della colonna semifluida ad esso soprastante, essendo nella sabbia il terzo, e nel miglio e mighiarole di piombo la metà circa di detto peso assoluto: 11.^o che siffatte pressioni verticali procedono da vicino in ragione delle radici delle altezze nello stesso vase cilindrico: 111.^o e che per ultimo in differenti vasi cilindrici sotto la medesima altezza s'accostano le pressioni contro i fondi, nella sabbia, più alla ragione de' cubi, che de' quadrati de' diametri loro, e per converso nel miglio più alla ragione de' quadrati che a quella de' cubi. Debbo confessare che mi trovava sì lontano dal prevedere le proprietà dichiarate, che a stento mi sono accinto all'esecuzione di tali esperienze, persuaso già, come avrebbe sembrato ad ogni uno ragionevole, che le pressioni verticali de' semifluidi su fondi di vasi cilindrici dovessero pareggiare il peso assoluto delle colonne semifluide soprastanti, seguire nello stesso vase cilindrico la ragione delle altezze, ed essendo costante l'altezza in differenti vasi cilindrici, seguire la ragione de' quadrati de' diametri loro. Sembra a me pertanto non poter derivare che la pressione effettiva sul fondo posticcio *AB* (Fig. III.) del vase cilindrico *AHLB* sostenuto verticale, come abbiamo indicato nell' antecedente paragrafo, sia minore del peso assoluto della colonna semifluida *ADEB*, o *AFGB* se non che dal sostenimento proveniente dall' attrito che incontrano le particelle semifluide aderenti alle pareti dello stesso vase; e di fatti trovando le particelle del miglio e delle mighiarole di piombo, attesa la figura e liscitura loro, meno ostacoli e ritegno nelle pareti del vase, osserviamo che in tali semifluidi vie più s'accostano le pressioni effettive alle assolute. Siccome poi in tutte e tre le maniere di semifluido adoperate negli esperimenti generali sul fondo posticcio *AB* lo stesso cono *ACB* si trovandosi il semifluido inalzato nel vase all' altezza *AD* di 2 poll., che alla *AF* di 4, o 6 (§. 5. n. 1.); ne segue che la pressione effettiva sofferta dal fondo *AB* ha maggior ragione al peso assoluto della colonna semifluida della prima altezza *AD*, che la pressione effettiva al peso assoluto della colonna semi-

fluida della seconda altezza AF , e quindi la pressione effettiva nell'altezza AD alla pressione effettiva nell'altezza AF avrà maggior ragione che l'altezza AD alla AF , e perciò la pressione effettiva del semifluido nell'altezza maggiore sarà minore della pressione effettiva nell'altezza minore di quello converrebbe alla ragione delle altezze dello stesso semifluido; il che è conforme pure a ciò che abbiám raccolto dall'esperienza. Seguendo queste idee potrebbe tentarsi ancora qualche spiegazione della terza sopraccennata proprietà riguardo alle pressioni verticali de' semifluidi contenuti in vasi prismatici. Ma siccome non possono considerarsi questi ragionamenti in fine che sole conghietture; così non giudico di perder tempo intorno a ciò tempo maggiore inutilmente.

ESPERIENZA III.

§. 7. Nell'apparecchio indicato (§. 4.), ho accomodato de' vasi conici di latta, ed infondendo in essi a differenti altezze de' semifluidi, ho cercato in ogni caso la pressione, che soffrivano i fondi sottoposti alle basi inferiori de' detti coni. Due sono stati i coni, che ho messo in opera, tutti e due colla base inferiore di pollici due, ma il lato di uno, essendo l'asse verticale, era inclinato all'angolo di 53° sul piano soggetto, e nell'altro formava l'angolo di 23° . Ed ecco i risultati degli esperimenti eseguiti col primo degli enunciati vasi.

Vase conico alto poll. 6 colla base inferiore di poll. 2 di diametro, e col lato inclinato a 53.°			
Altezze de Semifluidi. Pollici	Pesi equivalenti alle pressioni sul fondo sottoposto alla base inferiore del vase.		
	Sabbia Dram. gr.	Miglio Dram. gr.	Migliarole di piombo. Dram. gr.
2	19 : 20	5 : 0	86 : 0
3 $\frac{1}{7}$	21 : 15	7 : 25	-----
4	21 : 45	8 : 10	134 : 30
6	23 : 30	9 : 25	-----

Essendosi ad un vase conico alto poll. 4, e nel rimanente conforme al sopraddetto, saldato un coperchio di latta alla maggior base superiore, lasciando in centro di detto coperchio un foro circolare di 2 poll. di diametro, di maniera che sostenuto coll' asse verticale dalla solita macchina (§. 4) e colla base maggiore in giù, il foro preparato in essa uguagliava la minor base superiore pure di poll. 2 di diametro, si è trovato, che in tal vase, riempito di sabbia, cioè essendo in esso la sabbia alta poll. 4, la pressione verticale contro il fondo sottoposto al foro equivaleva a - Dram. 24 : 30 ed essendo riempito di miglio, a ----- Dram. 11 : 0 Adoperando poi il secondo vase conico superiormente accennato ch'era alto poll. 3 $\frac{1}{7}$ col lato inclinato a 23°, e colla base inferiore di poll. 2 di diametro, essendo riempito di sabbia, cioè essendo in esso la sabbia alta poll. 3 $\frac{1}{7}$, si è tro-

vato, che la pressione verticale contro il fondo sottoposto al foro equivaleva a - - - - - Dram. 19 : 0
ed essendo riempito di miglio, a - - - - - Dram. 6 : 20

Considerazioni.

§. 8. Ne' vasi conici pertanto, come si è veduto de' cilindrici (§. 6.), le pressioni effettive contro i fondi sono minori de' pesi assoluti delle colonne semifluidi ad essi soprastanti, seguendo prossimamente la ragione delle radici delle altezze del semifluido infuso nel vase; intorno alle quali cose possono farsi le riflessioni, che sono state fatte nel sopraccitato luogo. Paragonando poscia i risultati del vase conico rovesciato che avea il foro fatto nella base maggiore, e del vase conico col lato inclinato 23° sull'orizzonte, coi corrispondenti del primo vase conico compresi nella tavola; si rileva, che nel vase conico rovesciato la pressione effettiva è bensì minore dell'assoluta, ma maggiore di quella che dà il vase conico uguale e diritto, e che la pressione effettiva nel vase conico col lato inclinato all'angolo di 23° è qualche cosa minore di quella, che provasi nell'altro vase conico col lato inclinato all'angolo di 53° ; di maniera che sembra che nel primo caso il semifluido circonfuso alla colonna di quello che sovrasta al foro, aumenti la pressione effettiva sul fondo, e che nel secondo, per essere meno inclinato il lato del vase conico, cioè per esservi meno quantità di semifluido circonfuso alla colonna semifluida soprastante al foro, s'aumenti la pressione effettiva sul fondo; il che però dee procedere fino ad un certo limite, osservandosi col confrontare da sè i risultati esposti nella tavola di questa esperienza III. con quelli compresi nella tavola I. dell'Esperienza II., che le pressioni effettive su i fondi de' vasi cilindrici sono maggiori delle pressioni effettive su i fondi de' vasi conici in parità di circostanze. Io certo avrei giudicato che essendo riempito il vase conico *AHLB* sostenuto con l'asse verticale di semifluido, il fondo *AB* dovesse portare maggior pressione di quella, che soffrirebbe da una colonna semifluida *ADEB* rinchiusa in vase cilindrico, a cagione del

semifluido circonfuso *AHD ELB*, sembrando in certa maniera, che dovette questo caricarsi contro la stessa colonna *ADEB* ed aumentare in conseguenza la pressione sul fondo *AB*; ma ciò non accadendo è duopo adunque conghietturare che all'opposito la colonna semifluida *ADEB* che ha per base il fondo *AB* non agisca contro di esso nemmeno con quella libertà che agirebbe se si trovasse rinchiusa in un vase cilindrico; sicchè più impedimenti soffra per parte del semifluido ad essa circonfuso nel vase conico che dalle pareti del detto vase cilindrico a cagione dell'attrito, come abbiamo considerato al §. 6.

§. 9. Dai tentativi che feci per conoscere se i semifluidi abbiano tendenza a premere ancora verticalmente dal basso all'alto, non m'è riuscito di rilevar intorno a ciò effetto alcuno sensibile, mancando in essi probabilmente questa proprietà in confronto de' liquori per avere la loro linea di livello inclinata all'orizzonte come si è dimostrato (§. 1.). Riguardo pertanto alle pressioni verticali di tali semifluidi, ciò che può ammettersi con certezza in conseguenza delle esposte esperienze, si è, che rinchiusi in vasi cilindrici e conici rattenuti sospesi con l'asse verticale, *le pressioni verticali dall'alto al basso sono minori del peso assoluto delle colonne semifluidi soprastanti al fondo de' vasi, seguendo la ragione prossimamente sudduplicata delle altezze con quelle altre particolarità, che a suo luogo sonosi indicate; tra le quali una singolarmente merita di esser notata, cioè che le pressioni effettive ne' vasi cilindrici sieno maggiori delle pressioni effettive ne' vasi conici sotto altezze uguali.* Proprietà tutte, che intanto palesemente dimostrano agire i semifluidi, quanto al premere per linea verticale, con leggi bensì loro proprie, ma che partecipano di quelle de' solidi e de' liquidi in un tempo stesso: imperocchè l'essere le pressioni effettive minori del peso assoluto delle colonne semifluidi soprastanti a' vasi, e maggiori ne' vasi cilindrici, che ne' conici, non può attribuirsi che a quel limitato grado di libertà, che hanno le particelle che li compongono, essendo certo, che se fossero legate insieme costituendo un solido solo, la pressione effettiva nel vase cilindrico farebbe uguale all'assoluta, e nel vase conico svanirebbe interamente portandosi

tutto il peso assoluto dai lati dello stesso vase: e se fossero dette particelle al sommo libere e scorrevoli le une sulle altre a guisa di quelle de' liquidi, farebbero, qualunque fosse la figura del vase, le pressioni effettive uguali alle assolute, cioè al peso delle colonne semifluide soprastanti a' fori, e seguirebbero tali pressioni la ragione delle altezze, e non la ragione minore, cioè la sudduplicata delle medesime altezze, come s'è raccolto dagli esperimenti.

ARTICOLO III.

Della pressione orizzontale o laterale de' semifluidi.

§. 10. Il vase, di cui mi sono servito per misurare la pressione orizzontale o laterale de' semifluidi, era di figura prismatica, lungo poll. 16, largo ed alto poll. 6, con le due pareti lunghe stabili sul fondo, e delle altre due, una si moveva sulla base, mediante un perno orizzontale, e l'altra poteva fermarsi a più o meno di distanza inserendola in canaletti verticali scavati nelle lunghe pareti stabili, ed in corrispondenti canaletti orizzontali fatti nel fondo del vase medesimo, onde ridurlo di maggiore o minor capacità secondo il bisogno. La parete mobile suddetta mettevasi in equilibrio col sospendere due lance alle due estremità di un cordoncino di seta (raccomandato nella metà dell'orlo superiore di essa, e che portavasi orizzontalmente all'altezza di poll. 7. lin. 7 sopra il fondo del vase passando sopra due girelle congeguate alle estremità opposte di esso), e coll'aggravare del peso necessario quella, ch'era sospesa dalla parte, verso cui detta parete mobile dovea disporsi al movimento. L'altra lance poi serviva a rettenere i pesi occorrenti all'equilibrio della parete mobile venendo premuta dal semifluido infuso nel vase.

ESPERIENZA IV.

§. 11. Due sono stati gli elementi, che ho avuto in vista nel rintracciare le leggi delle pressioni laterali de' semifluidi rinchiusi in un vase parallelepipedo rettangolo, l'uno la maggior o minor altezza, e l'altro la maggior o minor

estensione di essi in lunghezza in detto vase, rimanendo costante la larghezza del medesimo. La macchina sopra descritta fu costruita adattata a cotali esperimenti, da' quali, mettendo a cimento i nostri tre soliti generi di semifluido, cioè sabbia, miglio e migliarole di piombo, ho ricavati i risultati esposti nella seguente tavola.

Altezze del semifluido nel vase	Estensioni in lunghezza del semifluido nel vase	Pesi equivalenti alle pressioni laterali del semifluido, esercitanti la loro azione alla distanza di poll. 7 lin. 7 dal centro del foro della parete mobile.		
		Sabbia Dram. gr.	Miglio Dram. gr.	Migliarole di piombo Dram. gr.
2	4	-----	-----	14 : 0
2	6	2 : 22	2 : 45	-----
4	6	-----	-----	69 : 30
4	10	9 : 30	14 : 30	-----
6	2	23 : 0	27 : 7	206 : 0
6	4	-----	-----	206 : 0
6	6	24 : 45	27 : 22	-----
6	8	24 : 52	31 : 30	206 : 0
6	16	24 : 45	32 : 0	-----

Considerazioni.

5. 12. E poichè rappresentando *ABCD* (*Fig. V.*) la sezione per lunghezza del vase parallelepipedo, che abbiamo

adoperato nell'espofa fperienza, ed AB la parete mobile intorno al perno B , e BH la linea di livello, in cui comporrebbesi la massa semifluida $ABCD$ infusa nel vase, la parte di semifluido contenuta nello spazio ABH farebbe quella, che si porrebbe in movimento, se venisse tolta di mezzo la detta parete mobile AB , rimanendofi l'altra contenuta nello spazio $BHDC$ immobile e stagnante nel vase; così è sembrato, singolarmente a quelli che trattarono sulla pressione de' terreni, che la pressione esercitata dall'intera massa semifluida $ABCD$ dipender debba dalla quantità contenuta nello spazio ABH ; di maniera che la massima pressione nel nostro caso per la sabbia farebbe, posta l'estensione AH della massa semifluida nel vase poll. 9, lin. 4. (6. 3. n. 1.), nel miglio poll. 14, lin. 2, e nelle migliaiole di piombo poll. 14, lin. 6, trovandosi costantemente alto il semifluido poll. 6. L'esperienza però è ben lontana dal secondare simile ipotesi, avvegnachè ella ci fa conoscere, che la maggiore o minore estensione della massa semifluida nel vase sotto la medesima altezza di poll. 6 non porta alterazione computabile nella pressione sofferta dalla parete mobile passando perfino dalle massime estensioni sopraindicate a quella di soli poll. 2, oltre il qual limite non abbiamo creduto ragionevole di procedere, onde poter concludere già colle restrizioni proprie alla fisica de' corpi, che *le pressioni laterali de' semifluidi sono costanti sotto la medesima altezza, influendo poco o nulla la maggior loro estensione in lunghezza, come si è veduto*. Il che potrebbe spiegarli in qualche modo riflettendo, che in qualunque situazione inclinata BA' si trasferisca la parete verticale BA , il semifluido infuso nel vase prontamente comporrebbesi nella linea GE parallela alla sua linea di livello BH , e ciò dovendo succedere anche nella situazione inclinata vicinissima alla BA , e consistendo nella forza producente tale movimento infinitefimo impresso nella parete il valore della pressione laterale del semifluido contro di essa; dipenda perciò detta pressione soltanto dalla disposizione al moto di una quantità di semifluido assai piccola, diventando, per esprimersi in qualche maniera, indifferente alla parete mobile AB l'averne, rinchiuso in lunghezza dietro di se con maggiore o minore estensione. L'altra proprietà poi
che

che ricavasi dai risultati della medesima esperienza iv. si è, che, posta costante la distanza dal centro del moto, a cui deve agire la potenza necessaria ad equilibrare le pressioni laterali de' semifluidi, distanza che nel nostro esperimento era di poll. 7 lin. 7, si è, dico, che le pressioni laterali di tali semifluidi seguono, nella sabbia, più da vicino la ragione de' quadrati delle altezze, che la composta di detti quadrati, e delle radici delle medesime altezze, e nel miglio, e molto più nelle migliarole di piombo più da vicino la seconda che la prima delle enunciate ragioni: ovvero riducendo la distanza della potenza dal centro del moto uguale all' altezza del semifluido infuso nel vase, si ha per la ragione delle pressioni laterali della sabbia quella delle altezze, e per il miglio, e con più esattezza per le pressioni laterali delle migliarole di piombo la ragione composta delle ragioni delle altezze, e delle radici loro.

Non possiamo qui dispensarci di far vedere appunto come l'enunciata ragione seguita dalle pressioni laterali de' semifluidi, si lega e combina con la ragione delle radici delle altezze che seguono nelle pressioni verticali. E di fatto sia *ABCD* (*Fig. VI.*) la sezione per lunghezza di un vase parallelepipedo con la parete mobile *AB* sul perno *B* esposta alla pressione del semifluido che lo riempie. Ammettendo pertanto che la pressione orizzontale del semifluido in qualsivoglia punto della parete mobile *AB* sia proporzionale alla radice dell' altezza del semifluido che sovrasta, è chiaro che il piano *ABE* conterminato dalla parabola *AE*, di cui l' asse sia *AB*, ed abbia l' unità per parametro, indicherà la somma delle pressioni che soffre la parete mobile *AB*; sicchè chiamando *A* l' altezza *AB* di essa, detta somma sarà espres-

sa dalla quantità $\frac{2}{3} A\sqrt{A}$; e posto che sia *G* il centro di gravità del piano *ABE*, onde condotta l' orizzontale *GH* sia *BH* uguale $\frac{2}{5} A$, avremo per i comuni principj di Sta-

tica espresso sotto la forma $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 5} A^2 \sqrt{A}$ il momento di tutta la pressione laterale contro la parete *AB* disposta a gi-

rarii sul perno B e rattenuta in equilibrio da una potenza equivalente P , che agisca colla distanza AB , cioè A , dal centro di moto B : per il che sarà $P \cdot A$ in ragione di $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 5} A \sqrt{A}$,

o sia P in ragione di $A \cdot \sqrt{A}$, vale a dire, che la potenza P occorrente a rattenere in equilibrio la parete mobile AB , soggetta alla pressione laterale del semifluido rinchiuso nel vase $ABCD$, è in ragione composta dell' altezza della parete, o del semifluido, e della radice della medesima altezza. L' esperienza ha corrisposto quanto basta per poter concludere, che le pressioni laterali de' semifluidi seguono l' indicata ragione, combinandosi in essa e irregolarità di figura ed un impedimento vicendevole nelle particelle di essi al loro pronto scioglimento, dalle quali e simili accidentalità si fa astrazione nell' esposto ragionamento matematico, ed è perciò appunto che le migliarole di piombo, componendo un semifluido più uniforme e regolare, s' avvicinano con maggior precisione all' enunciata legge. Nelle pratiche nullameno può usarsi nel calcolare la pressione laterale de' terreni la semplice ragione delle altezze per non abbondare di soverchio.

§. 13. Non sarà ora spregevole il far osservare, come i fenomeni riguardanti le pressioni laterali de' semifluidi s' uniformano, o per meglio dire s' accostano a quelli delle pressioni laterali de' liquidi astretti ad agire sotto condizioni uguali. E primieramente è noto per le leggi idrostatiche, che la parete AB soffrirebbe sempre la stessa pressione dal liquido infuso nel vase $ABCD$ qualunque sia l' estensione di esso liquido in lunghezza, purchè fosse innalzato costantemente all' altezza AB , su di che, da quanto si è veduto, i nostri semifluidi procedono del pari con tanta approssimazione, che per questo riguardo non potrebbe dubitarsi essere analogo il modo di agire de' primi a quello de' secondi. In secondo luogo poi, siccome è dimostrato pure dall' Idrostatica, che essendo il vase $ABCD$ riempito di liquido, il piano del triangolo ABF col lato orizzontale BF uguale al verticale BA , rappresenterebbe la somma delle pressioni orizzontali sostenute dalla parete AB , somma che può esprimersi dal-

la quantità $\frac{1}{2}A'$ nominando A l'altezza AB ; così ne segue per i principj statici, che $\frac{1}{2}A'$ indicherà la somma de' momenti di dette pressioni contro la parete mobile AB sul suo perno B ; e che la potenza P necessaria a rettere in equilibrio detta parete sarebbe proporzionale al quadrato dell'altezza AB del liquido, che sta nel vase. Se i semifluidi pertanto non danno la potenza P che soltanto proporzionale all'altezza AB , come accade nella sabbia, o prossimamente in ragione composta di detta altezza, e della di lei radice, come nel miglio e più nelle migliarole di piombo; nulladimeno non può ad essi negarsi un modo di premere contro la parete AB analogo a quello de' liquidi: analogia, che si fa sempre più manifesta quanto che il semifluido è composto di particelle atte a sciogliersi e facilmente svolgersi le une sulle altre.

§. 14. Quantunque poi abbiassi veduto nell' articolo antecedente, che le pressioni verticali de' semifluidi sono minori del peso assoluto delle colonne soprastanti a' fondi, benchè di vasi cilindrici o prismatici, ciò però non toglie, che il fondo BC del vase prismatico $ABCD$, come pure se fosse di qualsivoglia altra figura, mentre poggia sul piano soggetto, non soffra l'intero peso della colonna semifluida $ABCD$ o di tutto il semifluido in esso vase rinchiuso, avvegnachè ognun ben vede, che per l'aderenza che in questo caso hanno le sponde ed il fondo a vicenda, gli sforzi laterali delle particelle semifluide verso le sponde sono dalle medesime contrabbandati, e quindi rimanendo esse particelle immobili, deggiono, come se costituissero un solo tutto, aggravarsi contro il fondo del vase o contro il piano soggetto su cui è appoggiato. Non è difficile lo spiegare in oltre co' soli principj della Statica de' corpi la doppia azione esercitata dal semifluido rinchiuso dentro il vase $ABCD$, cioè di premere con tutto il suo peso contro il fondo CB e nello stesso istante contro le sponde laterali dello stesso vase. Si concepiscano perciò, per intendere questo fenomeno con chiarezza, tre corpi uguali M , P , N disposti regolarmente dentro il vase $ABCD$ come si vede nella figura VII. E' certo intanto che se i due laterali M N fossero congiunti e legati insieme con quello di mezzo P , il fondo BC porterebbe l'in-

X x ij

tero peso de' corpi $M P N$ costituenti una massa sola, e le sponde $AB CD$ andrebbero esenti da qualsivoglia pressione de' corpi laterali $M N$, essendo nelle fatte supposizioni indifferente all' equilibrio di tutti e tre i corpi insieme il trovarsi o non trovarsi annesse dette sponde al fondo BC del vase. Ma siano i corpi laterali M, N sciolti, com'è proprio delle particelle semifluidi, da quello di mezzo P , e congiunti i centri di gravità di essi corpi colle rette $MP NP$, presentino le verticali $ME PR NF$ i loro pesi assoluti, ed intorno alle verticali $ME NF$ siano costruiti i parallelogrammi $PH PG$ co' lati $MH NG$ perpendicolari alle sponde $AB CD$; faranno dunque in tal caso $MH NG$ gli sforzi o le pressioni esercitate da' corpi laterali MN contro dette sponde $AB CD$, ed $MP NP$ que' ch' esercitano nello stesso istante contro il corpo di mezzo P . Ma siccome la forza composta PS che risulta dalle due $PL PI$ uguali e per diritto alle $MP NP$ uguaglia i due pesi assoluti $ME NF$ de' due corpi laterali $M N$, così si fa chiaro, che mentre le sponde $AB CD$ del vase soffrono le pressioni rappresentate dalle rette $MH NG$, il fondo BC è aggravato dall' intero peso assoluto de' tre corpi insieme $M P N$ in esso vase rinchiusi. Procedendo con simile scomposizione e composizione di forze, ciò che s'è provato di soli tre, può egualmente provarsi per qualsivoglia moltitudine di corpi, ch' esistessero aderenti sì, ma slegati l' uno dall' altro dentro il vase $ABCD$. Quindi apparisce, che il premere de' semifluidi lateralmente è un effetto derivante dalla stessa gravità delle particelle loro, e che hanno questa proprietà di più a differenza de' solidi per essere dette particelle l' una dall' altra slegate e libere.

ARTICOLO IV.

Della direzione, che tengono le particelle de' semifluidi per sortire dai fori orizzontali ne' vasi di figura cilindrica e conica.

ESPERIENZA V.

§. 15. Mediante l' apparecchio rappresentato dalla figura 11. si ratteneva un vase di figura cilindrica o conica sof-

pefo con l' asse vetticale, e col suo fondo orizzontale. In tale pofizione pertanto fi dovranno fempre intendere rattenu- ti i vafi co' quali furono efeguiti li fequenti fperimenti; avvertendo però, che i vafi conici fi rivolgevano colla bafe maggiore all' infu, e che per foro in detti vafi dovrà inten- derfi la loro bafe minore rivolta all' ingiù, e coftituita in un piano orizzontale.

Semifluido fabbia.

N. I. Vafe cilindrico alto poll. 6, di poll. 2 di diame- tro, e col foro di lin. 4 di diametro nel fuo fondo oriz- zontale. Innalzato il femifluido in quefto vafe all' altezza di poll. 2, e di poll. 4, e lafciano in ogni cafo libero l' ef- fluffo pel foro del fondo, la fuperficie fuperiore del femiflui- do difpofa in un piano orizzontale, s' incavò con qualche irregolarità di figura in centro di detta fuperficie dal primo iftante, ed abbattandofi il femifluido per qualche linea verti- calmente le particelle femifluide di mano in mano dall' orlo di detto incavo alla fuperficie interiore del vafe s' incammi- narono tutte per l' asse del medefimo, coftituendo in figura conica col vertice in giù la fuperficie del femifluido. For- mato ch' ebbe in tal guifa il femifluido, e perfezionato il fuo imbuto, continuò effo a fcaricarfi alimentando fempre il foro di particelle femifluide difcefe dall' alto di detto imbu- to, reftando, finita la fcarica, ftagnante dentro il vafe una certa quantità di femifluido difpofa nella propria linea di livello dalla fuperficie interna del vafe all' orlo del foro effi- fente nel fuo fondo.

Innalzando nello fteffo vafe il femifluido all' altezza di poll. 6, cioè empiendolo interamente, e dandogli libertà di efcire dal foro fuddetto, s' abbaffa per tre o quattro linee circa d' altezza, mantenendofi orizzontale in fuperficie fen- za fcomponerfi le particelle in effa coftituite; fuccedono quin- di l' incavo e l' imbuto e fi compie la fcarica come nel ca- fo antecedente.

Adattando al medefimo vafe un fondo col foro di 6 lin. di diametro fi offervano effetti preffo poco uguali a' defcritti.

N. II. Vafe cilindrico alto poll. 6, di poll. 3 di diame-

tro. Eseguendo con questo vase gli esperimenti eseguiti col sopraindicato nel n. 1. si osservano accadere gli stessi fenomeni, se non che apparisce in superficie minore la discesa verticale effettuandosi prestamente l'incavo e l'imbuto.

N. III. Vase conico alto poll. 6, e col lato inclinato sull'orizzonte all'angolo di 53°

Essendo fornito questo vase tanto del foro di lin. 4, che di lin. 6 di diametro, il semifluido, che lo riempiva dal primo istante che cominciò a fluire dal foro, formò in superficie una specie d'imbuto intorno l'asse del cono, che andò di mano in mano dilatandosi, finchè pervenne alla superficie interna del vase. Le particelle in superficie del semifluido confuse all'imbuto nascente si veggono discendere verticalmente, abbassandosi il semifluido nel vase, e ad imbuto compiuto discendono per la superficie conica di esso, fluendo per tale via dal foro del vase medesimo, il quale resta in fine interamente voto.

N. IV. Il getto del semifluido sabbia usato in questi esperimenti nell'uscire da' fori de' fondi orizzontali di vasi cilindrici e conici descritti a' NN. I. II. III., dal foro in giù per poll. 12, ed anche 15 progugue raccolto, restringendosi sotto un diametro presso a poco la metà di quello del foro, prendendo la figura di un cono tronco; vicino al foro però dimostra rivolgersi con qualche convessità verso l'asse del medesimo getto: indi le particelle semifluide si veggono spargersi e allontanarsi dalla intrapresa via, e sempre più si osserva maggiore lo spargimento, e l'allontanamento di esse quanto più lungo si fa il getto, talmentechè v'è ragione a credere, che seguendo senza impedimenti per considerabile altezza si convertirebbe egli in una specie di pioggia.

Semifluidi miglio e migliarole di piombo.

N. V. Applicato al vase N. 1. il fondo col foro di lin. 4 di diametro, si è posto in esso il semifluido all'altezza di poll. 6. Scaricandosi il semifluido pel detto foro mantenne la sua superficie orizzontale così disposta da bel principio per la discesa di poll. 3 lin. 6; quindi cominciò a farsi più e più concava intorno l'asse del vase, finchè pervenuta a poll.

4 lin. 8, si costitul in superficie conica, che è quanto a dire, che il semifluido formò a detta distanza soltanto, presa dietro la superficie interna del vase, e perfezionò il suo imbuto. Le particelle semifluide comprese nella superficie discesero senza scomporsi in direzione verticale; ma cominciando a divenire più e più concava, le più vicine all'asse successivamente s'incamminavano per l'asse medesimo al foro, continuando a discendere verticalmente le particelle rimanenti ad esse circonfuse, per modo tale che soltanto perfezionato l'imbuto si vedevano partire le più lontane aderenti alla superficie interna del vase per portarsi intorno l'asse del medesimo, e mettersi per tale via in pronto, onde sortire dal foro fatto nel suo fondo, cessando ogni movimento verticale. Terminato l'efflusso rimase immobile certa quantità di semifluido disposto nella propria linea di livello dall'orlo del foro alla superficie cilindrica del vase.

Nello stesso vase, essendo empiuto di semifluido, ed avendo nel suo fondo il foro di lin. 6 di diametro, cominciò ad incavarsi o farsi concava la superficie orizzontale del semifluido, discesa dall'altezza di poll. 4, ed essendo il foro di lin. 11 di diametro, dall'altezza di poll. 4 lin. 10. Nel restante le particelle del semifluido proseguirono come sopra.

N. VI. Vase cilindrico descritto al N. II.

Empiendo questo vase di semifluido, ed eseguendo con esso i medesimi esperimenti, si osservò, che essendo fornito il suo fondo del foro di lin. 4 di diametro, la superficie orizzontale del semifluido principiava a diventare concava discesa dall'altezza di poll. 1, lin. 10, e l'imbuto si stabilì all'altezza verticale di poll. 3, lin. 11, tolta nella superficie cilindrica del vase; e che avendo il foro lin. 6 di diametro, il concavo appariva, essendo discesa la superficie del semifluido per poll. 2, lin. 1; e sotto il foro di lin. 11. di diametro, per poll. 2, lin. 9. Quanto al movimento delle particelle semifluide tutto accadde come s'è dichiarato nel N. v. antecedente.

N. VII. Vase conico alto poll. 6, e col lato inclinato sull'orizzonte all'angolo di 53°

Trovandosi fornito questo vase del foro di lin. 4, o di lin. 6 di diametro, ed essendo riempito di semifluido, la

superficie orizzontale di questo comincia dal primo istante, che lasciassi libero l'efflusso, a farsi concava dalla superficie conica interna del vase intorno all'asse del medesimo con uniformità e regolarmente: e va divenendo vie più concava proseguendo la scarica del semifluido. Le particelle poi situate in superficie si veggono fornite di due moti nello stesso tempo, cioè del verticale discendendo, minorandosi la massa semifluida nel vase, e dell'obliquo per incamminarsi verso l'asse del medesimo, compiendosi in tal guisa la scarica totale.

N. VIII. Vase conico alto poll. $3\frac{1}{2}$ col lato inclinato sull'orizzonte all'angolo di 23° .

Preparato questo vase col foro di lin. 4, o di lin. 6 di diametro e caricato interamente di semifluido, tutto accade come nel vase antecedente N. VII, salvo che la concavità in superficie più presto acquista profondità notevole sembrando anzi che poco dopo cominciato l'efflusso si costituisca sotto una certa linea di livello costante fino a scarica compiuta.

N. IX. I getti verticali di questi semifluidi miglio e migliarole di piombo nel sortire da' fori orizzontali de' vasi indicati a' NN. v. vi. vii. viii. si conformano nella figura di cono tronco, la di cui base minore è il foro del vase. Le particelle semifluidie sortite dal foro veggonsi vie più discostarsi le une dalle altre quanto più sono discese al basso, mantenendosi però tutte insieme dentro il volume dell'accennato cono tronco. Le particelle componenti il getto formato dalle migliarole di piombo si tengono più raccolte che quelle del miglio, e conformano sotto al foro il getto con qualche convessità verso il suo asse, nell'uno e nell'altro getto si osservano inoltre tratto tratto in diverse loro sezioni orizzontali arrestarsi e sospenderli le particelle in esse comprese, dimostrando quasi in quell'istante di equilibrarsi nell'aria dentro cui nuotano e muovonsi.

Considerazioni.

§. 16. Dagli esperimenti pertanto esposti nell'antecedente sperienza, ma singolarmente da quelli che si son fatti col miglio e le migliarole di piombo, si raccoglie, che quanto a' vasi

a' vasi cilindrici v' ha una certa altezza determinata, a cui inalzati i semifluidi suddetti cominciano a disporre dal primo momento dell' efflusso la superficie loro in imbuto, facendosi vie e vie più concava, oltre la quale rialzandoli la mantengono parallela all'orizzonte, finchè ad essa pervengono; altezza poi che va crescendo, aumentandosi il diametro del vase e diminuendosi il diametro del foro orizzontale, ch' è in centro del di lui fondo; dal che apparisce il sistema dell' efflusso in tali vasi dipendere dalla combinazione o concorrenza di tre elementi nello stesso tempo, cioè dall' altezza del semifluido nel vase, dal suo diametro, e da quello del foro costituito nel suo fondo. E quanto a' vasi conici dee concludersi derivare il sistema del loro efflusso sopra tutto dall' altezza del semifluido in essi infuso, e dalla minor o maggior inclinazione all' orizzonte de' lati loro, non essendosi potuto scorgere differenze di effetti per la diversa grandezza de' fori da lin. 4 a lin. 6 di diametro. Ma non v' ha dubbio però che in fine non debba riguardarsi il sistema di efflusso ne' vasi cilindrici come un caso di quello de' conici e viceversa, avvegnachè ne' primi lo stesso semifluido, che li riempie, costituisce intorno al loro fondo colla quantità, che osservasi stagnante, terminato l' efflusso, una base conica come se tale fosse per quel tratto la figura di detti vasi cilindrici. Benchè poi da questi esperimenti non siasi rilevato che la direzione del moto delle particelle costituite in superficie; nulladimeno sembra intanto, che dal moverli queste per linee verticali fino a certa distanza dal foro, non possa ciò avvenire, se non che col concorrere al foro medesimo non solo le particelle ad esso soprastanti, ma le laterali ancora, e dover continuare ciò anche cominciata la concavità della superficie continuando a vedersi dette particelle fornite ancora del moto verticale, congiunto però coll' inclinato verso l' asse della concavità medesima. Diminuendosi l' attività in detto moto verticale, mentre s' aumenta l' ampiezza e la profondità dell' imbuto, egli è evidente contrassegno avere in tale situazione le particelle soprastanti al foro preso tale vantaggio a fortire da esso sopra le laterali, che finalmente nemmen una ne può fortire perfezionato l' imbuto, nel qual caso l' efflusso al foro viene alimentato dalle

sole particelle costituite nell' alto dell' imbuto medesimo . E tutto ciò scorgesi pure accadere similmente ne' vasi cilindrici non meno che ne' conici, soltanto colla differenza in questi, che sembrano le particelle soprastanti al foro avere anche sotto le maggiori altezze più attività a farsi strada che le laterali, comparendo qualche concavità in superficie dall' istante che comincia l' effluo. Questo è quello, che può dirsi per ora all' indigrosso intorno alla direzione che tengono le particelle de' semifluidi dentro i vasi da' quali esfluiscono, esaminando il movimento della loro superficie costituita da bel principio in un piano orizzontale.

§. 17. Esaminando poi l' andamento e la figura del getto verticale formato da' semifluidi nel loro effluo, siccome nel semifluo sabbia viene esso per la maggior parte alimentato dalle particelle che successivamente vanno discendendo dall' alto dell' imbuto, che generali in superficie col cominciare dell' effluo medesimo, dirigendoli elleno in conseguenza per tale via al foro; così sembra che la figura conoidale assunta del getto verticale di tale semifluo debba indicare, che le particelle, che mantengono l' effluo seguono la prima direzione loro inclinata verso il centro del foro anche fortite dal medesimo. La convessità pure, che ha il getto rivolta verso il di lui asse vicino al foro, dimostra che procedono le particelle semifluide intorno l' asse del getto di moto composto, dell' inclinato cioè secondo il quale sortono, e del verticale generato dalla gravità loro. Lo spargerli poi le particelle semifluide componenti il getto dopo avere unitamente trascorso il notabile spazio verticale di 12 in 15 pollici, dee attribuirli certamente all' azione, che prende l' aria sottoposta contro di esse, debilitandoli di mano in mano nelle particelle circonfuse al getto la forza obliqua, che tende a tenerle raccolte a quelle che scorrono in direzione dell' asse del medesimo. Ma come ragioneremo intorno al getto del miglio e delle migliarole di piombo, conformandosi pure esso anche in questi semifluidi bensì sotto la figura di un cono tronco, ma tutto all' opposto di quello che accade nella sabbia, cioè colla base minore al foro orizzontale del vase? Che ciò accader debba, non già perchè in cotali semifluidi non sieno dirette eziandio le particelle al cen-

tro del foro, benchè le particelle in superficie si veggano discendere per linee verticali, ma perchè a cagione della grandezza figura e disposizione loro dieno all'aria libero passaggio, onde riacquistare per la via più breve il posto primiero da cui viene cacciata, e che in conseguenza sia essa che le segrega e disunisca fino da principio del loro effluo, non ci potrebbe accertare a mio credere che un'esperienza nel vacuo Boyleano; tutto che veggasi che nelle migliarole di piombo per essere le particelle semifluide pesanti si tengono esse più raccolte che quelle del miglio leggiere e facili a lasciarsi condurre dall'aria in moto. Egli è vero che all'aria pure si attribuisce comunemente lo spargimento di una massa di pallini cacciata fuori da un archibugio, il che diventa un caso moltissimo consimile a' nostri getti, ne quali la forza impellente nelle particelle, che si presentano al foro, è la velocità che possono aver acquistata dentro il vase; ma non può nulla ostante concepirsi il fenomeno con chiarezza. Ciò però ch'è presumibile si è, che al foro soltanto in siffatti semifluidi le particelle ad esso tratto tratto concorse s'accostano vicendevolmente in quell'istante quanto loro è possibile contrastando le une alle altre la libera sortita dal medesimo foro; il che accadendo come di fatto accade, attentamente osservando, non può non sospettarsi concorrere al foro le particelle semifluide con direzioni inclinate verso il di lui centro. Cerchiamo però mediante l'esperienza di acquistare più precise nozioni su questo soggetto.

ESPERIENZA VI.

§. 18. (a) Tinta a nero della fabbia consueta im-
piegata in questi sperimenti, e del miglio a color rosso,
si è osservato, che i. componendosi in un vase cilindrico
uno strato di fabbia nera alto poll. 2, con altro strato egual-
Y y ij

(a) Questo pensiero, che a me è venuto in mente senza averne avuta da altri notizia o traccia alcuna, appli-

cato, ed esteso, ad altre materie analoghe potrebbe servire a molto utili e curiose scoperte.

mente alto di sabbia comune, e poscia lasciandosi libero l'effluo dal foro preparato in centro del di lui fondo, forte sul bel principio un po' di sabbia componente lo strato inferiore, indi comparisce mescolata, e ben tosto effluisce tutta quella dello strato superiore, compiendo la scarica la rimanente dello strato inferiore eccetto quella parte che compone sul fondo nella propria linea di livello dall' orlo del foro alla parete del vase.

II. Empiendo un vase conico di sabbia a due colori distinti in due strati, vedesi cominciare l'effluo il color inferiore, e proseguire mescolato a due colori fino a scarica compiuta.

III. In un vase cilindrico alto poll. 6 infuso del miglio colorito a rosso all'altezza di poll. 4, e del miglio naturale all'altezza dei due pollici rimanenti, si osserva effluire dal foro fatto in centro del fondo di detto vase il miglio inferiore rosso, poscia comparire frammischiato con quello dello strato superiore, compendosi la scarica col medesimo. Sul fondo però del vase rimane stagnante parte del miglio inferiore rosso costituito come altre volte s'è detto.

IV. Nello stesso vase componendosi due strati uguali alti poll. 2 uno di miglio rosso, e l'altro di naturale, esce il miglio dello strato inferiore, finchè la superficie dello strato superiore disposta orizzontale discende, senza scomporsi, per piani paralleli a sè stessa; ed esce frammischiato con quello dello strato superiore dacchè principia la superficie a farsi concava, sortendo finalmente schietto il miglio rimanente dello strato superiore, e compendosi così la scarica totale col solito avanzo in fondo del vase di quella qualità di miglio con cui si compone lo strato inferiore.

V. Caricato il vase conico alto poll. 6, e col lato inclinato a 53.° sull'orizzonte di miglio rosso all'altezza di 3 poll. e di miglio naturale all'altezza degli altri 3 poll. rimanenti, comincia l'effluo col miglio rosso dello strato inferiore, poscia disponendosi la superficie del semifluido in imbuto continua col miglio a due colori in confusione, confusione che diventa meno e meno osservabile, compiendo la scarica totale del vase il miglio naturale componente lo strato superiore.

Considerazioni.

6. 19. Confrontandosi pertanto i risultati di questa sperienza gli uni cogli altri, raccogliamo con certezza, che nell'effluire i semifluidi da' fori orizzontali fatti intorno il centro de' fondi di vasi rattenuti con l'asse verticale, dirigenti al foro le particelle inferiori, e di mano in mano le più prossime al medesimo, fino a che la superficie di tali semifluidi costituita orizzontalmente così si mantiene discendendo soltanto per piani paralleli senza scomporsi; ma poichè comincia essa a divenire vie e vie più concava, essere questo indizio certo che concorrono al foro non solo le inferiori, ma eziandio le superiori insieme, e con maggior concorso le seconde quanto che s'accosta a stabilirsi in imbuto, ed arrestarsi interamente il concorso delle inferiori a imbuto perfezionato. Che se così accade ne' vasi che vanno vuotandosi, è chiaro che possiamo tener per certo, che se in un vase fosse talmente costituita l'altezza del semifluido, che la di lui superficie potesse rimanere orizzontale per qualche spazio di discesa a efflusso corrente, e venisse infusa quantità di semifluido uguale a quella che forte dal foro, onde si conservasse costantemente alla stessa altezza, in tale combinazione di cose l'efflusso verrebbe alimentato regolarmente dalle particelle semifluide più vicine al foro, e così di mano in mano dalle successive poste in necessità di occupare il luogo dalle prime abbandonato. Nullameno i seguenti esperimenti dilucideranno ciò con maggior certezza.

ESPERIENZA VII.

6. 20. La figura VIII. rappresenta la sezione verticale del vase di vetro, che abbiamo in questa sperienza adoperato, di cui l'altezza AC è poll. 4, lin. 10, il diametro AB poll. 2, lin. 2. Applicato a tal vase il fondo CD di latta col foro E in centro di lin. 4, la superficie AB costituita in un piano orizzontale del semifluido miglio, che lo riempie, e che si lascia effluire dal detto foro E , si conserva orizzontale per la discesa AM di poll. 1, lin. 2, pervenu-
 Y y ijj

ta in MN comincia a farsi concava, e di mano in mano sempre più concava, sicchè perfeziona e stabilisce il di lei imbuto alla profondità AH di poll. 3, lin. 8, restando stagnante dentro il vase dal suo fondo CD all'altezza CF o DG di lin. 8 la quantità di semifluido FCE GED intorno al foro E composta nella di lui conveniente linea di livello FE o GE . Questi sono gli accidenti, che accadono nella superficie del semifluido che riempie il vase $ACDB$ nel corso del suo vuotamento. Passando poi ad osservare il moto delle particelle semifluide aderenti alla parete del vase si è notato

I. Che col cominciare l'efflusso mettonsi in moto tutte le particelle semifluide comprese nell'altezza AF o BG restando immobili le disposte nella rimanente altezza del vase FC o GD , movimento, che gradatamente dal basso all'alto va diventando insensibile, quanto più va scemando il semifluido in altezza, di modo che quand'è ridotto all'altezza CH con le particelle comprese in CF se ne veggono altre ancora da F in H egualmente immobili, attendendo per così dire il momento di portarsi al foro per la superficie dell'imbuto, già in tal luogo, come s'è avvertito, compiuto e perfezionato dal semifluido.

II. Presa diligentemente la rispettiva distanza di due particelle r , s soprapposte l'una all'altra in linea verticale, e vicino alla superficie AB del semifluido, che riempie il vase, e così pure quella di due altre z , x poco sotto il punto N , donde la detta superficie comincia a farsi concava, si è osservato, che ridotto mediante l'efflusso il semifluido in MN , cioè all'altezza CM , sì le prime che le seconde particelle sono mantenute discendendo nella loro linea verticale; ma le prime r , s passate sotto il punto N s'accostarono l'una all'altra più sensibilmente che le z , x di altrettanto discese verso il punto L , delle quali però l'inferiore x dimostrò di essersi qualche poco discostata dalla parete.

III. Facendo attenzione al movimento di una sola particella r costituita in sommità del vase, ed infondendo in esso di continuo nuovo semifluido, onde mantenerlo alla primitiva altezza CA , si è osservato che essa discendeva bensì per linea verticale, ma che nello stesso tempo veniva vic

più stimolata ad internarsi dentro il vase essendosi perduta interamente di vista pervenuta intorno al luogo *G*.

IV. Sottomettendo allo stesso vase di vetro *ACDB* (Fig. IX.) il fondo *CED* di figura conica, il cui lato *CE* o *DE* era inclinato sul piano soggetto *FG* all'angolo *CEF* o *DEG* di 23° conveniente alla linea di livello del semifluido meglio scelto per questi esperimenti (§. 1.), sonoi confermati tutti gli accidenti descritti ne' NN. I. II. III. nel movimento delle particelle semifluide aderenti alla parete del vase *ACDB*, scorgendosi in fine che niente importava avere sottoposto al vase il fondo *CD* (Fig. VII.) orizzontale, poichè lo stesso semifluido infuso in esso si stabilì da per sè il fondo *FEG* di figura conica uguale precisamente a quella del fondo artificiale *CED* immediatamente applicato al vase medesimo, come ora abbiamo dichiarato.

Considerazioni.

§. 21. Benchè pertanto nella sopra esposta sperienza VII. non abbiassi potuto rilevare se non che la direzione del moto delle particelle semifluide aderenti alla parete del vase di vetro che le conteneva, non potrà non accordarsi però che le osservazioni fatte su tali particelle contribuiscono moltissimo, onde conghietturare sulla direzione del moto delle interne tolte alla vista dall'opacità propria de' semifluidi: mentre egli è certo, che fino a che la superficie *AB* conservasi orizzontale o parallela a sè stessa, tutte le particelle costituite all'altezza *D_r* oppure *D_s* deggiono muoversi del pari che le *r*, *s* aderenti alla superficie del vase. Possiamo pertanto ormai, combinando e considerando insieme i fatti presentatici dalle tre sperienze riferite nel presente articolo, concludere con certezza, che qualora l'altezza del semifluido infuso in un vase cilindrico fosse tanta che potesse mantenerli orizzontale la superficie del semifluido, che deve esfluire dal foro fatto in centro del fondo di detto vase, e che il semifluido nel vase fosse ridotto a stato permanente, sicchè tanto ne venisse continuamente sovrapposto quanto ne andasse uscendo dal foro, possiamo, dico, in tale sistema di effluo concludere con certezza essere tutte in moto le par-

ticelle semifluide dentro il vase, ed avere tutte oltre al moto verticale una chiamata o tendenza al foro, la cui attività va crescendo dalle particelle superiori alle inferiori diventando massima in quelle, che trovansi immediatamente sul fondo di figura conica, che il semifluido da per sè si forma e stabilisce; e che mercè di tal chiamata al foro succede, che il moto verticale delle particelle semifluide sia più veloce di mano in mano nelle superiori che nelle inferiori, di maniera che combinarsi col maggior movimento di chiamata al foro un minore movimento di discesa per linea verticale verso il fondo, e viceversa. Quindi non senza fondamento si può ammettere, che stante la combinazione di detti due movimenti le particelle semifluide circonfuse a quelle della colonna soprastante al foro discendano dall'alto, e s'incamminino verso il fondo del vase percorrendo linee curve, le di cui convessità rivolte verso le sponde del vase divengano vie più rimarchevoli quanto più sono vicine alle sponde e s'appressano al foro (*Fig. X.*), presentandosi ad esso perciò le particelle laterali, che concorrono all'efflusso con una velocità derivante da fissato moto composto; ma in quanto spetta il grado di velocità delle particelle nel momento di effluire cercheremo di accertarcene con esperimenti particolari, bastando per ora di esserci assicurati della direzione, che tengono le particelle de' semifluidi nel sortire da fori orizzontali in vasi cilindrici, potendosi conghietturare similmente quella, che debbono seguire effluendo da vasi conici.

§. 22. Passando ora ad esaminare l'analogia che osservano i nostri semifluidi co' liquidi quanto sia alla direzione che tengono sì le particelle degli uni che degli altri, onde sortire da fori orizzontali fatti ne' fondi di vasi cilindrici o conici, si rileva intanto che il semifluido sabbia, tuttochè di particelle minutissime, è comparso nelle nostre sperienze meno atto a mantenere la superficie orizzontale in confronto del miglio e delle migliarole di piombo; il che fa vedere, che anche per questo conto tanto più procedono in via analoga i semifluidi co' liquidi, quanto le particelle loro sono disposte per la figura e liscezza a sciogliersi e raggrarsi le une sulle altre. Di maniera che parrebbe, che un liquido, le

do, le di cui particelle debbono concepirsi al sommo grado perfettamente sferiche e lisce, dovessero nello scaricarsi dal foro orizzontale fatto nel fondo di un vase mantenere costantemente la superficie orizzontale fino a scarica compiuta, senza che accada in essa coll'accoltarsi al fondo, come accade ne' nostri semifluidi, indizio d'imbuto alcuno. Eppure l'esperienze instituite dagl'Idrodinamici, onde stabilire questo fatto, sono tuttora contraddicenti le une alle altre: pretendono alcuni la generazione dell' enunciato imbuto a più o meno distanza dal fondo del vase secondo la di lui figura o la grandezza del foro per cui esce il liquido che va da esso vuotandosi; e pretendono altri non darsi ne' liquidi generazione d'imbuto alcuno, ma vuotarsi egliino interamente mantenendo la superficie orizzontale fino a esstusso compiuto. Non è ora mio proposito d'internarmi su tale questione, e mi sia soltanto lecito il dire difficilissimo essere a tal uopo instituire un' esperienza decisiva e libera da illusioni e da equivoci, e ciò non asserisco senza ragione, mentre essendomi per mera curiosità accinto sul momento ad eseguire qualche sperimento, scegliendo un vase di figura conica come più atta a dover produrre l'imbuto, ed accadendomi di vedere la generazione di questo succedere ora a maggiore ed ora a minor distanza dal foro, mi venne il sospetto, che non si lasciasse il tempo sufficiente all' acqua infusa nel vase di equilibrarsi, e consumare il moto vorticoso, che non può a meno d'introdursi nella di lei massa colla successiva infusione dall'alto; e di fatti usata tale avvertenza non m'è riuscito durante il vuotamento del vase scorgere segno alcuno in superficie d'imbuto e nemmeno di concavità. Ma comunque sia la cosa, egli è certo, che nasca o non nasca l'imbuto presso il fondo ne' liquidi, ciò nonostante mostrano essi di procedere similmente a' semifluidi nell' esstuire da' fori orizzontali de' vasi, che li contengono, bastando a stabilire tale conghiettura la proprietà comune di mantenere la superficie orizzontale, quantunque pe' secondi soltanto dovesse occorrere certa determinata altezza: quindi è che si possa ragionevolmente presumere, che ne' liquidi pure a somiglianza de' semifluidi, anzi ne' primi con maggiore perfezione ed attività che ne' secondi, esstuenti dal foro orizzontale di un

vase, in cui vengano mantenuti a costante altezza, sieno in primo luogo in movimento ad un tempo tutte le particelle della massa liquida che trovasi dentro il vase, e che in conseguenza non possa aver luogo in natura nè la *cateratta Newtoniana*, e nemmeno l'*infundibulo del Zenarini*; e che in secondo luogo sieno dotate dette particelle di un moto per linea inclinata verso il foro, che cresce di energia dall'alto al basso, e di un moto verticale da questo dipendente, che s'augmenta all'opposto dal basso all'alto, sicchè s'accostino al foro discendendo per linea curva, la di cui convessità rivolta verso le sponde del vase divenga rimarchevole nelle vicinanze del fondo, il che è conforme a quanto fu osservato da *Daniello Bernoulli* (a) e con maggior esattezza dal diligentissimo *Abate Bossut* (b), dico con maggior esattezza, perchè il primo autore stabilisce, che le particelle liquide discendano per linee rette verticali fino a certa distanza dal foro, da cui sortono poscia dirigendosi ad esso pure per linea retta, mentre il secondo osserva, che dall'istante in cui dirigonfi al foro procedono per linea curva.

ARTICOLO V.

Del movimento de' semifluidi, che effuiscono da fori orizzontali nel fondo di vasi cilindrici.

ESPERIENZA VII.

§. 23. **M**antenendo in un vase cilindrico di poll. 2. di diametro il semifluido sabbia all' altezza di poll. 6, ed essendo l' orificio nel fondo orizzontale di lin. 5 di diametro, ne sortirono in un minuto poll. cub. 47
 Fornito poi lo stesso vase del foro di lin. 3. di diametro ne effluirono in un minuto - - - - - 17
 Poste le medesime cose e facendo uso del semifluido miglio, dal foro di lin. 5 di diametro ne sortirono - 29 $\frac{1}{2}$

(a) Idrodinamica . Parag. 3. Sezione. 4.

(b) Hydrodynamique . Tom. II. Part. II. Chap. III. pag. 3. ecc.

e dal foro di lin. 7 di diametro - - - - - 48
 Da un vase di poll. 3 di diametro, in cui si man-
 tenne pure il detto semifluido meglio all' altezza co-
 stante di poll. 6, avendo l' orificio lin. 5 di diame-
 tro se ne raccolsero in un minuto - - - - - 31
 e sotto l' orificio del diametro di lin. 7 - - - - - 54 $\frac{1}{2}$

Considerazioni.

§. 24. Se pertanto i nostri semifluidi effluissero da' fori orizzontali colla velocità, che un grave acquisterebbe dall' altezza, a cui essi vengono costantemente dentro i vasi mantenuti, dovrebbe verificarsi l' equazione (A) (a)

$$(A) \dots Q = \frac{2tK\sqrt{ab}}{\phi}$$

in cui Q è la quantità del semifluido, che scende dall' orificio orizzontale del vase, t il tempo dell' efflusso, b l' altezza costante del semifluido, K l' area dell' orificio, ϕ un minuto secondo, e nelle nostre misure a l' altezza di piedi $14\frac{1}{2}$ che un grave percorrerebbe nel detto minuto secondo. Ma applicando all' esposta equazione i dati descritti nella surriferita Esperienza VII, si trova, che quanto al semifluido sabbia dall' orificio di lin. 5 di diametro ne dovrebbero esser fortiti poll. cub. 523 in vece di 47, da quello di lin. 3 di diametro poll. cub. 189 in luogo dei 17: e quanto poi al semifluido miglio pure dal primo enunciato orificio avrebbero dovuto raccogliersi poll. cub. 523, e non solo 29 $\frac{1}{2}$, o 31; e dall' orificio di lin. 7 di diametro poll. cub. 1026, mentre non se ne raccolsero che 48, ed al più 54 $\frac{1}{2}$. Dal qual confronto chiaramente apparisce, che le particelle di cotali semifluidi s' accostano ed escono da' fori orizzontali con un grado di velocità, ch' è molto minore di quello che competerebbe all' altezza costante, a cui sono mantenuti dentro i vasi, essendo nella sabbia le quantità fortite

Z z ij

(a) Bossut. Hydrodyn. Tom. I. Part. II. Chap. I. pag. 257.

l'undecima parte circa, e nel miglio la diciottesima di quello che dovrebbero essere, se le dette particelle si presentassero al foro con la velocità accennata. Oltre a ciò dai risultati della stessa esperienza si rileva, essendo le cose rimanenti pari, che le quantità di semifluido seguono prossimamente la ragione delle aree de' fori orizzontali, da' quali effluiscono; che maggiori sono quelle che si raccolgono da un semifluido, che ha le particelle più minute; e che finalmente maggiori quantità eziandio effluiscono da' vasi di maggior diametro.

§. 25. Rivolgendo ora l'occhio sulle sperienze fatte dagli Idrodinamici, onde rilevare il grado della velocità, di cui sono dotate le particelle de' liquidi al sortire da orificj orizzontali, veggiamo che le quantità raccolte in un dato tempo di poco superano la metà di quelle, che avrebbero dovuto raccogliersi, se le dette particelle si presentassero al foro colla velocità intera competente all'altezza costante, a cui conservasi il liquido dentro il vase. Procedono adunque per questo conto in via analoga i liquidi co' nostri semifluidi, nè sembra che si possa attribuire l'accostarsi de' secondi maggiormente alla legge riguardata dagli Idraulici come naturale, cioè, che le particelle al sortire dell'orificio debbono essere dotate del grado di velocità dovuta all'altezza costante de' conservatoj, se non che alla picciolezza e figura delle particelle componenti i liquidi, sì che incomparabilmente meno che quelle de' semifluidi impediscansi le une le altre il movimento di discesa verso l'orificio, a cui tutte tendono; ma non potrà non dubitarsi, che l'accennata deficienza nelle quantità effettive raccolte da' fori orizzontali ne' liquidi pure dipenda dall'essere il movimento delle particelle vicendevolmente impedito e contrastato, come chiaramente apparisce accadere ne' semifluidi. Per lo che a mio parere il ricorrere con alcuni Idraulici alla restrizione della vena, cioè di dover considerare la sezione di essa pel foro, che mantenga l'efflusso, ed il dover prendere per altezza generatrice la velocità del getto, quella che v'ha dalla superficie permanente del liquido alla detta restrizione, benchè con tali modificazioni corrispondano quasi esattamente le quantità raccolte negli esperimenti alle volute dalla teoria, deg-

giono riguardarli come ripieghi utili a stabilire un canone per la pratica, ma non come atti a salvar la legge della velocità già accennata. Vanno poi del pari i liquidi co' nostri semifluidi quanto all' essere le quantità trasmesse da diversi fori, in circostanze pari, proporzionali alle aree de' medesimi: non possiamo però fare alcun confronto tra primi e secondi riguardo alla proprietà, che abbiamo in questi osservata di trasmetterne quantità maggiori essendo di maggior diametro i vasi prismatici, ne' quali vengono mantenuti a costante altezza, per non avere esperienze instituite a tal fine anche in quelli, il che fa giudicare non essere stato creduto tale elemento degno di osservazione finora dagl' Idraulici,

ESPERIENZA IX.

§. 26. I due vasi cilindrici, che abbiamo adoperato per eseguire i seguenti esperimenti, erano amendue alti poll. 6, ma uno del diametro di poll. 2, e l'altro di poll. 3. I due semifluidi poi sono stati il miglio e le migliarole di piombo, come quelli che mantengono per più lungo spazio la superficie parallela all' orizzonte nel vuotarsi da un orificio preparato in centro del fondo di detti vasi. Sotto pertanto diversi fori sonosi misurate le quantità de' semifluidi sortite in diversi tempi non riempiendo il vase se non che ad ogni nuovo esperimento, e con l'avvertenza di fermare l'efflusso prima che la superficie del semifluido cominciasse a disporfi in imbuto. I risultati però ottenuti in questi esperimenti veggonfi chiaramente presentati nelle sottoposte tavole.

Miglio.

Diametri degli orifizj.	Tempo delle scariche.	Vase cilindrico alto poll. 6, e del diametro poll. 2. Altezza primitiva poll. 6.	Vase cilindrico alto poll. 6, e del diametro poll. 3. Altezza primitiva poll. 6.
		Altezze residue del semifluido nel vase.	Altezze residue del semifluido nel vase.
Linee	Minuti secondi.	Pollici linee	Pollici linee
7	6	4 : 2	5 : 2
	10	2 : 7	4 : 5

5	20	4 : 4	5 : 2
	40	2 : 8	4 : 5

Migliarole.

Diametri degli orifizj	Tempo delle scariche	Vase cilindrico alto poll. 6, e del diametro poll. 2 Altezza primitiva poll. 6	Vase cilindrico alto poll. 6, e del diametro poll. 3. Altezza primitiva poll. 6
		Altezze residue del semifluido nel vase	Altezze residue del semifluido nel vase
Linee	Minuti secondi	Pollici linee	Pollici linee
	6	4 : 2	5 : 2
7	10	2 : 8	4 : 6
-----	-----	-----	-----
	20	4 : 6	5 : 2
5	40	2 : 11	4 : 6

Considerazioni.

§. 27. Basta applicare ora la formula (B) (a)

$$(B) \dots \dots t = \frac{\phi A (\sqrt{b} - \sqrt{b'})}{K\sqrt{a}}$$

in cui t è il tempo ricercato dello scolo per i vasi prismatici che vanno vuotandosi, ϕ un minuto secondo, e nel nostro caso a l'altezza di piedi $14 \frac{1}{2}$ che un grave percorrerebbe in tale minuto secondo, A poi l'area della base orizzontale del vase, K quella dell'orificio, b l'altezza primitiva del semifluido, che ne' nostri esperimenti è stata sempre di poll. 6, e b' l'altezza residua del semifluido rimasto nel

(a) Bossut. Hydrodin. Tom. 1. Part. II. Chap. 1. pag. 288.

vale, basta applicare, dico, la formula *B* ai risultati della sopra descritta esperienza per rilevare di bel nuovo quanto sieno distanti i nostri semifluidi di effluire dagli orificj orizzontali col grado di velocità competente alla loro altezza, a cui si trovano costituiti dentro un vase prismatico, non essendo i tempi richiesti da siffatta legge appena la ventesima parte circa de' determinati coll' esperienza. E' però da notarsi che quantunque le particelle di cotali semifluidi si contrastino vicendevolmente il loro movimento, a segno tale che, come s'è veduto, pervengono all' orificio con un grado di velocità molto minore di quello, che competerebbe alla loro discesa libera; nulladimeno il sistema totale dell' efflusso in un vase prismatico procede con tanta regolarità, che può servire di norma prossimamente a quello che accaderebbe in altro vase consimile, e dico prossimamente, poichè sembra poterli ancora raccogliere da' risultati di questa IX Esperienza, ciò che abbiamo ricavato dalla VIII, cioè che ne' vasi cilindrici di maggior diametro lo scolo dall' orificio orizzontale sia qualche cosa più libero, ed in conseguenza siano più abbondanti le quantità trafmesse in un medesimo tempo.

§. 28. I risultati ottenuti dagl' Idrraulici per ciò che riguarda lo scolo de' liquidi ne' vasi prismatici, che si vuotano da orificj orizzontali, sono, non già colla distanza de' semifluidi, lontani però dal comprovare un movimento libero e per niente vicendevolmente impedito nelle loro particelle, essendo abbisognato anche in questo caso, onde concordare la teoria coll' esperienza, ricorrere alle modificazioni accennate (§. 25.). Crederei poi non inutile in questa parte dell' Idrodinamica d' istituire sperienze particolari per rilevare, se ne' liquidi eziandio la grandezza e figura diversa dei vasi abbiano influenza nel sistema totale del loro efflusso, come s'è veduto accadere ne' nostri semifluidi anche nelle sole esperienze riferite, e ch' io ho avuto la curiosità di confermare con altre, mettendo a confronto quantità trafmesse nello stesso tempo da vasi cilindrici, e da conici sotto altezze ed orificj uguali, con che verrebbe a stabilirsi essere certo almeno nella pratica Idrodinamica il sopraccennato canone (§. 25.) per calcolare la quantità de' liquidi sgorganti da' vasi, ne' quali siano mantenuti a costante altezza.

TEORIA

