MEMORIE
DI
MATEMATICA

INDAGINI PER SOTTOMETTERE A CALCOLO IL BAROMETRO NELLE DIVERSE SUE FORME, NELLE SUE DIPENDENZE, NE' SUOI USI

MEMORIA I

Del Sig. D. Pietro Cossali C. R.

Ricevuta li 25 Agosto 1809.

Il Barometro, del quale non si può contrastare a *Torricelli* l'invenzione, è una delle glorie certe dell'Italia, e tanto luminosa, ed insigne, che sola basterebbele per attribuirsi a ragione il primo vanto nella generazione della vera Fisica. Il Barometro è stato il raggio, che ha svegliato le menti a riconoscere quale chimera vóta di senno, e di senso l'orrore della natura per il vóto, a rigettare dietro ad essa le oscurità delle occulte virtù, a scuotere il giogo dell'autorità di *Aristotele*, e de' suoi interpreti, ed a voler camminare su i passi sicuri e splendenti della Esperienza, e della Geometrìa. Di molti secoli preceduta era all'invenzione del Barometro, quella della Tromba Aspirante. L'ascendimento dell'acqua in essa era un fatto, col quale la natura parlava abbastanza chiaro della gravità, e pressione dell'aria. Invece però d'intendere il meccanico operare della natura, o confessare di non intenderlo, si escogitò in lei un morale sentimento, un orrore per il vóto. Reclamò essa medesima contro questo attributo, dimostrando, che l'acqua non saliva nella tromba, che a certa altezza, qual è quella di 32 piedi di Parigi, e che alzato più oltre l'embolo, lo spazio sopra i 32 piedi restava vóto. Ecco in solenne maniera smentito il sognato orrore; ecco i Filosofi costretti a riconoscere la vera causa del fenomeno, o a dichiarare d'ignorarla. Nulla meno. Non si fa che temperare, limitare l'orrore alla natura apposto; si vuole a forza che lo abbia, ma solo sino a certo segno, sino all'altezza di 32 piedi. Qual cosa più assurda che questa distinzione, che questo limite privilegiato? Sarebbe certamente incredibile, che un ingegno sì sagace, sì fino, quale quello di un *Galileo*, abbia potuto lasciarsi acciecare da tali inetti sutterfugi dell'ignoranza, se troppo evidentemente non constasse da'scritti suoi. Non vi ha prova più grande di questa della potenza dei pregiudizj. *Galileo* valse a vincere la forza di molti, ma non a liberarsi da tutti; o forse non volle su quelli articoli, intorno a'quali giunto non era a discoprire le vere cagioni, partire dal comune linguaggio. Che che ne sia, il suo discepolo *Torricelli*, sostituendo all'acqua il mercurio, e facendo vedere, che non si alzava che a pollici 28 entro una canna di vetro, della quale lunga parte superiormente rimaneva vóta, spogliò l'altezza di 32 piedi della concedutale prerogativa di misurare all'uman occhio l'estensione dell'orrore della natura per il vóto, pose fine ai cavilli, cangiò in risa degli uomini quel chimerico orrore della natura, diede l'urto a tutto il tenebroso edificio della fisica peripatetica, ed aprì un nuovo orizzonte di cognizioni, scoprendo la gravità e la elasticità dell'aria. Non andò guari, che guardando con meraviglia il barometro qual delatore del peso, e della pressione della impalpabile, ed invisibil aria, si avvertì, che costante non era, ma varia, l'altezza, a cui il mercurio tenevasi sospeso; onde si dedusse che la pressione dell'aria variava. Continuando le osservazioni, si comprese che le variazioni dell' altezza del mercurio nel tubo avevano una relazione con le variazioni dello stato dell' atmosfera, con i cangiamenti dal sereno al nuvolo, alla pioggia, o reciprocamente. Laonde si stimò di potere riguardarlo come un nunzio delle mutazioni del tempo. Si riflettè di più in seguito, che l'altezza del mercurio doveva farsi minore portato il Barometro sul monte, e corrispondendo l'evento, se ne inferì di poter anche adoperarlo qual misura dell' altezza delle montagne. Pronostici del buono, e cattivo tempo, rilievi dell' elevazioni de' luoghi erano utilità grandemente interessanti. Si accesero i Fisici, e quinci lo studio per rendere più perfetta la costruzione del Barometro, più comoda ed atta al trasporto la forma, paragonabili le osservazioni, più esatti gli usi; e lo studio si affinò, poichè gli Astronomi si avvisarono dell' utilità del Barometro nel computo della Rifrazione Astronomica. Con questi sforzi uniti di molti ingegni, industri in esperimentare, sottili in dedurre, emendati si sono molti difetti, accresciuti i lumi, tolti alcuni inganni, e se non si è giunto ad ottenere in tutti i punti la desiderata certezza, e precisione, si sono senza dubbio fatti onorevoli e vantaggiosi progressi. Io sarò contento se con le mie indagini riuscirò ad aggiunger loro qualche lume ed estensione.

ARTICOLO I

Calcolo Generale dei movimenti del Barometro dipendenti sì da variata pressione atmosferica, e sì da variato calore, e giusta le diverse sue forme diversi.

Il calore dell' atmosfera si comunica a tutti i corpi; tutti per un accrescimento di calore si dilatano, altri più, altri meno, altri con maggiore, altri con minore prestezza; e tutti con le stesse differenze si condensano per un diminuimento di calore. Il mercurio, che con molta prestezza sente il variare del calore nel termometro, non può non essere ugualmente sensibile nel barometro. Osservisi, che il barometro cangerebbesi in semplice termometro a mercurio, otturata perfettamente alla cima la vaschetta, o l'ampolla dopo averla riempita di mercurio sì esattamente, che tra la superficie del mercurio, ed il turacciolo non rimanesse un menomo velo, un menomo atomo d'aria. Chiuso così il mercurio entro il vetro, garantito dal sentire la pressione atmosferica, e d'esser mosso dal variare di essa, non sentirebbe, che il variar del calore nell'aria d'intorno valevole a penetrare il vetro stesso, ed i suoi movimenti non sarebbero più di barometro, ma di termometro. Dunque essendo la cima della vaschetta, o dell'ampolla aperta, quello, che dicesi barometro, è insieme barometro, e termometro, od a meglio dire, non è nè l'uno, nè l'altro, ma una macchina composta, sensibile ad un tempo al variare del peso, ed al variare del calore dell'atmosfera, e che appunto per la complicazione non ci addita la misura nè delle une, nè delle altre variazioni, se non viene in ajuto l'arte a scomporre il concorso delle cause, e separare dal composto movimento la parte dovuta alla variazione del calore per riconoscere libera da essa la parte dipendente dalla diversa pressione atmosferica. Questo scomponimento è stato il soggetto degli studj di molti Fisici. Ciononostante mi lusingo, che non sia per essere del tutto inutile il mio, dando le formule generali dei movimenti del barometro.

1.° Per variazione di pressione atmosferica.

2.° Per variazione di calore.

Per la costruzione precisa, e limpida di tali formole è d'uopo rendersi in animo esatte, e lucidissime alcune idee, al che serviranno le seguenti definizioni, ed i seguenti teoremi.

DEFINIZIONE 1.ª Altezza assoluta della superiore superficie del mercurio nel barometro è la sua perpendicolare distanza dal punto infimo del barometro.

Definizione 2.ª Altezza relativa della superiore superficie del mercurio nel barometro è la perpendicolare distanza del piano suo dal piano della superficie del mercurio inferiore; e la variazione di tal distanza è la variazione dell' altezza relativa.

Definizione 3.ª La colonna barometrica è quella colonna mercuriale, la cui pressione si equilibra con la pressione della colonna atmosferica. La sua altezza è l'altezza relativa della superiore superficie del mercurio. E la variazione di tal altezza è la variazione della vera colonna barometrica.

Teorema 1.° Variando la pressione atmosferica, varia la quantità, rimanendo la stessa la densità del mercurio della colonna barometrica; all' incontro variando il calore varia la densità rimanendo la medesima quantità.

È evidente la prima parte; e rispetto alla seconda riflettasi, che supponendosi il tubo di perfetto calibro, o sia di vano esattamente uguale nella sua lunghezza, al diminuire o crescere della densità, e della gravità specifica del mercurio deve sempre proporzionarsi l'allungamento, o l'accorciamento della colonna barometrica; onde compensando la variazione della lunghezza la variazione della gravità specifica, la stessa quantità di mercurio varrà a costituirla tale, che ritenga l'equilibrio con la pressione atmosferica supposta rimanere invariata.

Teorema 2.° Movendosi una delle superficie del mercurio, sia che il moto venga da variare di pressione atmosferica, sia che venga da variazione di calore, si muove anche l'altra; ma nel primo caso i movimenti delle due superficie si fanno in direzione contraria, nel secondo caso nella stessa direzione.

Crescendo la pressione atmosferica, si abbassa la superficie del mercurio inferiore, e si alza la superiore; e per l'opposto, diminuendosi la pressione atmosferica, si alza la superficie inferiore, e si abbassa la superiore: dunque i movimenti delle due superficie a qualunque variare della pressione atmosferica si fanno in direzione contraria. Non è così al variar del calore. Crescendo il calore, la dilatazione in tutto il mercurio alza ad un tempo la superficie del mercurio inferiore, e la superiore; e diminuendosi il calore, il condensamento del mercurio tutto abbassa l'una, e l'altra: per lo che sempre al variar del calore i movimenti delle due superficie del mercurio riescono nella direzione medesima.

TEOREMA 3.° La variazione della colonna barometrica per variare di pressione atmosferica è uguale alla somma dei movimenti contrarj delle due superficie, inferiore, e superiore, del mercurio. All'opposto la variazione della colonna barometrica per variare di calore è uguale alla differenza dei movimenti nella stessa direzione delle dette due superficie.

La variazione della colonna barometrica è la variazione della perpendicolare distanza tra i piani delle due superficie del mercurio per le *Definizioni* 2.ª, e 3.ª. Movendosi le due superficie in contraria direzione, la distanza loro varia per la somma dei due moti; e movendosi le due superficie nella direzione stessa, la loro distanza non varia, che per la differenza dei due moti. Quindi se generalmente denoti t il movimento della superficie superiore del mercurio; z il movimento della superficie sua inferiore, v la variazione della lunghezza della colonna barometrica. Sarà

Per il solo variare della pressione atmosferica $v = t + z$.

Per il solo variare del calore $v = t - z$.

Procediamo alle promesse formole generali.

PROBLEMA 1.° Determinare i movimenti delle superficie del mercurio, e la variazione della lunghezza della colonna barometrica per variamento della pressione atmosferica in un Barometro diritto Torricelliano qualunque sia il vase, o di costante ampiezza, od all'in su divergente, ovvero convergente (*Fig.* 1.ª e 2.ª). Sia

π il generale rapporto della periferia circolare al diametro;

r il raggio interno del tubo; r' il suo raggio compresa la grossezza del vetro; πr^2 conseguentemente l'area di ogni sezione orizzontale del vóto; $\pi r'^2$ l'area di ogni orizzontale sezione, compreso l'anello di vetro.

B l'altezza assoluta della superficie superiore del mercurio, cioè, secondo la *Definizione* 1.ª la sua altezza dal fondo del vase prima del variare della pressione atmosferica.

n l'altezza del mercurio nel vase avanti lo stesso variare.

$B - n$ per conseguenza l'altezza barometrica avanti il variare medesimo; m la lunghezza del pezzo del tubo avanti di esso variare immerso nel mercurio del vase, la quale lunghezza sarà $= n$, se la estremità del tubo, come più si suole, tocchi il fondo del vase.

$\mp t$ il movimento della superiore superficie del mercurio.

$\pm z$ il movimento della sua superficie inferiore.

$B \mp t$ conseguentemente l'altezza assoluta della superiore superficie del mercurio dopo il variamento.

$n \pm z$ l'altezza, dopo di esso, del mercurio nel vase.

$B \mp t - (n \pm z)$ l'altezza barometrica conseguente il variamento stesso.

$\phi . n$ la funzione di n dalla figura del vase dedotta ad esprimere il volume del mercurio nel vase all'altezza n.

$\phi . (n \pm z)$ la simile funzione di $n \pm z$ esprimente il volume del mercurio nel vase all'altezza $n \pm z$.

G la gravità specifica del mercurio al calore regnante nell' atmosfera avanti e dopo il variamento della pressione atmosferica.

$\mp v$ la variazione della lunghezza della colonna barometrica.

$\pi r^2 v G$ il variamento della pressione della colonna atmosferica sopra una base πr^2, espresso per il variamento della pressione della colonna barometrica di detta base.

Poste queste dinotazioni osservisi, che il volume del mercurio componente il barometro, ricevendo al variare della pressione atmosferica movimento e distribuzione diversa, rimane però in totalità il medesimo, non ricevendo nè dilatamento, nè condensamento, poichè il calore supponesi restare lo stesso.

Or l'espressione del total volume è avanti la variazione della pressione atmosferica $\pi r^2\big(\mathrm{B}-(n-m)\big)+\phi.n-\pi r'^2 m$; dopo la variazione

$$\pi r^2(\mathrm{B}\mp t-(n-m)+\phi.(n\pm z)-\pi r'^2(m\pm z).$$

Dovendo queste espressioni riferirsi allo stesso total volume si ha l'equazione

$$\pi r^2\big(\mathrm{B}-(n-m)\big)+\phi.n-\pi r'^2 m=\pi r^2\big(\mathrm{B}\mp t-(n-m)\big)+\phi(n\pm z)-\pi r'^2(m\pm z)$$

che si riduce alla più semplice

$$\phi.n\pm\pi r^2 t=\phi.(n\pm z)\mp\pi r'^2 z.$$

Dal *Teorema* 3.° si ha l'altra equazione

$$v=t+z.$$

Per mezzo di queste due equazioni, data una delle tre variazioni t, z, v, si troveranno le altre due, data insieme la figura del vase che determini la funzione ϕ.

Se il vase sia un prisma quadrangolare di base rettangola, i cui lati sieno p, q, e per conseguenza l'area di essa base, e di qualunque superiore orizzontale strato $=pq$, sarà $\phi.n=pqn$, $\phi(n\pm z)=pqn\pm pqz$; e perciò la prima equazione generale vestirà la particolar forma

$$\pm\pi r^2 t=\pm pqz\mp\pi r'^2 z, \text{ ovvero } \pi r^2 t=(pq-\pi r'^2)z$$

restando la seconda

$$v=t+z.$$

Quindi si ricava

$$z=\frac{\pi r^2 t}{pq-\pi r'^2}=\frac{\pi r^2 v}{pq-\pi(r'^2-r^2)}.$$

Se il vase sia cilindrico, e del raggio R, sarà la sua base, ed ogni superiore strato orizzontale $=\pi\mathrm{R}^2$; onde $\phi.n=\pi\mathrm{R}^2 n$; $\phi(n\pm z)=\pi\mathrm{R}^2 n\pm\pi\mathrm{R}^2 z$, e le due equazioni

$$r^2 t=(\mathrm{R}^2-r'^2)z$$
$$v=t+z$$

dalle quali

$$z=\frac{r^2 t}{\mathrm{R}^2-r'^2}=\frac{r^2 v}{\mathrm{R}^2-(r'^2-r^2)}.$$

Si ha di qui in precisa misura quanto l'ampiezza del vase nel Torricelliano barometro favorir possa il diminuimento

di z,

di z, cioè dell'alzamento, od abbassamento della superficie del mercurio nel vase, e se una data ampiezza favorire il possa a segno di poter con ragione ommettere di tenerne conto rispetto a qualunque variazione della colonna barometrica, anche la massima, che accader soglia nel dato luogo. Essendo la massima nelle nostre contrade di un pollice e mezzo, facciasi $v =$ linee 18, e pongasi il raggio r dell' interno del tubo = lin. $1\frac{1}{2}$; il raggio r' compresa la grossezza del vetro = lin. 2, ed il raggio del vase R = linee 12, si avrà nella massima variazione barometrica supposta

$$z = \frac{(1,5)^2 \times 18}{12^2 - (2^2 - (1,5)^2)} = \frac{40,50}{142,25} = 0,28471 \text{ di linea}$$

E per ogni linea di variazione barometrica sarebbe

$$z = 0,05817 \text{ di linea}$$

generalmente poi per numero N di linee di variazione barometrica

$$z = N \times 0,05817 \text{ di linea}$$

quantità non sempre trascurabile, massimamente in osservazioni richiedenti dilicatezza, quali quelle dell'esame dell'azione della Luna sul barometro per via dell'attrazione esercitata sull' atmosfera.

Sia il vase, non uniformemente dal fondo alla cima ampio, ma divergente; ed in primo luogo sia una piramide quadrangolare, di base rettangola posta all'in su, ed aperta ad ufficio di bocca, e con fondo similmente rettangolo, e parallelo troncata all'in giù. Sieno i lati della base H, K, i lati del fondo fH, fK, intendendo per f una frazione, e sia l'altezza, cioè la perpendicolare dal centro del fondo al centro della bocca $= a$. Sia poi questa altezza nella *fig.* 2.ª rappresentata dalla retta MS, e sia ADEC la sezione perpendicolare del vase per il centro della bocca S, e per centro del fondo M tradotta nella direzione della linea DE parallela ed uguale al lato H, e tagliante il fondo nella linea AC parallela, ed uguale al suo lato fH. Si prenda da M l'altezza indeterminata x, e si tiri l'orizzontale QP, e dal punto estremo A del fondo si alzi la perpendicolare AF, che oltre a tagliare la DE in F, taglierà la PQ in L. Sarà $DS = \frac{1}{2}H$, $FS = AM = \frac{1}{2}fH$, $DF = \frac{1}{2}H(1-f)$, $AF = SM = a$, $AL = MQ = x$. Per la similitudine dei triangoli ADF, APL, si ha AF : DF :: AL : PL, cioè $a : \frac{1}{2}H(1-f) :: x : PL$. Dunque $PL = \frac{1}{2}H(1-f) \cdot \frac{x}{a}$. E quinci $PQ = QL + LP = \frac{1}{2}fH + \frac{1}{2}H(1-f)\frac{x}{a}$, e $PT = fH + \frac{H(1-f)}{a}x$. Ora in luogo della sezione sin qui considerata concepiscasi quella ad essa perpendicolare e parallela al lato K: si troverà allo stesso modo (contrassegnando per P′T′ l' orizzontale per il punto Q in quel verso) $P'T' = fK + \frac{K(1-f)}{a}x$. Dunque l' area orizzontale passante per il punto indeterminato Q alto l' altezza x da M, è $= \left(fH + \frac{H(1-f)}{a}x\right)\left(fK + \frac{K(1-f)}{a}x\right) = HK\left(f + \frac{f(1-f)}{a}x\right)^2 = HK\left(f^2 + \frac{2f(1-f)}{a}x + \frac{(1-f)^2}{a^2}x^2\right)$: moltiplicando quest' area per δx sarà $HK\left(f^2\delta x + \frac{2f(1-f)}{a}x\delta x + \frac{(1-f)^2}{a^2}x^2\right)$ il volumetto contenuto nel vase dal punto Q all' altezza da esso δx; ed integrando si avrà

$HK\left(f^2 x + \frac{f(1-f)}{a}x^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}x^3\right)$ ad espressione del volume nel vase contenuto dal fondo all' altezza x. Facendo quinci $x = n$, poi $= n \pm z$ avremo

$$\varphi . n = HK\left(f^2 n + \frac{f(1-f)}{a}n^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}n^3\right)$$

$$\varphi . (n \pm z) = HK\left(f^2(n \pm z) + f\frac{(1-f)}{a}(n \pm z)^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}(n \pm z)^3\right)$$

$$= \varphi . n + HK\left(\left(\pm f^2 \pm f\frac{(1-f)}{a}2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}n^2\right)z + \left(\frac{f(1-f)}{a}\right.\right.$$

$$+\frac{(1-f)^2}{a^2}\Big)z^2 \pm \frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3\Big).$$

Per lo che l'equazione prima generale si cangia nella particolare

$$\pm\pi r^2 t = \Big(\mp\pi r'^2 \pm \mathrm{HK}\Big(f^2+\frac{f(1-f)}{a}2n+\frac{(1-f)^2}{a^2}n^2\Big)\Big)z + \mathrm{HK}\Big(\frac{f(1-f)}{a}$$
$$+\frac{(1-f)^2}{a^2}\Big)z^2 \pm \mathrm{HK}\,\frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3$$

conservandosi la seconda

$$v=t+z.$$

Se nella stessa figura 2.ª si ponga la linea $\mathrm{QS}=u$, sarà $x=\mathrm{MQ}=a-u$, e sostituendo nelle trovate espressioni delle orizzontali rette PT, P'T', $a-u$ in luogo di x, si avrà $\mathrm{PT}=f\mathrm{H}+\frac{\mathrm{H}(1-f)}{a}(a-u)=\mathrm{H}\left(1-\frac{1-f}{a}u\right)$, $\mathrm{P'T'}=f\mathrm{K}+\frac{\mathrm{K}(1-f)}{a}(a-u)=\mathrm{K}\left(1-\frac{1-f}{a}u\right)$ cioè le due orizzontali PT, P'T' passanti per il punto indeterminato Q della perpendicolare MS, che prima erano espresse per la loro distanza QM dal fondo, saranno espresse per la distanza loro QS dal piano della bocca, ed il simile sarà dell'area orizzontale per lo stesso punto Q passante, che avendo per lati rette alle due PT P'T' uguali sarà $=\mathrm{HK}\left(1-\frac{1-f}{a}u\right)^2=\mathrm{HK}\left(1-\frac{2(1-f)}{a}u+\frac{(1-f)^2}{a^2}u^2\right)$. E moltiplicando quest'area per la infinitesima parte di u, cioè per δu, ed integrando sarà $\mathrm{HK}\left(u-\frac{1-f}{a}u^2+\frac{(1-f)^2}{3a^2}u^3\right)$ la capacità, od il volume contenibile nel vase dal piano orizzontale per Q passante sino alla bocca. Rovesciando la figura, e concependo la bocca divenuta fondo, ed il fondo divenuto bocca, si passerà dal caso del vase piramidale divergente all'in su al caso contrario del vase allo in su convergente, e si avrà per tal caso in pronto la formola delle funzioni $\phi.n$, $\phi(n\pm z)$ facendo $u=n$, $u=n\pm z$.

Sarà dunque: per il caso del vase a piramide quadrangolare troncata convergente allo in su, posti i lati del fondo rettangolare H, K, i lati della bocca fH, fK, intendendo per f una frazione, e posta l'altezza del vase $= a$

$$\phi . n = \mathrm{HK}\left(n - \frac{1-f}{a}n^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}n^3\right)$$

$$\phi(n \pm z) = \mathrm{HK}\left((n \pm z) - \frac{1-f}{a}(n \pm z)^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}(n \pm z)^3\right)$$

$$= \phi . n + \mathrm{HK}\left(\left(\pm 1 \mp \frac{1-f}{a} 2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2} n^2\right) z - \left(\frac{1-f}{a} - \frac{(1-f)^2}{a^2}\right) z^2 \pm \frac{(1-f)^2}{3a^2} z^3\right)$$

e le due equazioni del problema saranno

$$\pm \pi r^2 t = \left(\mp \pi r'^2 + \mathrm{HK}\left(\pm 1 \mp \frac{1-f}{a} 2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}\right)\right) z - \mathrm{HK}\left(\frac{1-f}{a} - \frac{(1-f)^2}{a^2}\right) z^2 \pm \mathrm{HK}\,\frac{(1-f)^2}{3a^2} z^3$$

$$v = t + z .$$

È facile trasportare le dimostrazioni, e le formole dal vase piramidale al conico. Sia R il raggio maggiore del vase a cono troncato; fR il raggio minore, intendendo per f una frazione; a l'altezza del vase; y il raggio del cerchio orizzontale ad una indeterminata altezza dal fondo. Sarà nel vase conico divergente all'in su, denominando x la indeterminata altezza dal fondo, $y = \mathrm{R}\left(f + \frac{1-f}{a}x\right)$; πy^2 l'area del cerchio all'altezza x; $\pi y^2 \partial x$ il volumetto elementare avente tal area per base, e la particella ∂x per altezza.

$$\int \pi y^2 \partial x = \pi \mathrm{R}^2\left(f^2 x + \frac{f(1-f)}{a} x^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2} x^3\right)$$

la capacità dal fondo all'altezza x

E quindi

$$\phi . n = \pi \mathrm{R}^2\left(f^2 n + \frac{f(1-f)}{a} n^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2} n^3\right)$$

$$\phi . (n \pm z) = \phi . n + \pi \mathrm{R}^2\left(\left(\pm f^2 \pm \frac{f(1-f)}{a} 2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}\right) z\right.$$

$$+\left(\frac{f(1-f)}{a}+\frac{(1-f)^2}{a^2}\right)z^2 \pm \frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3\right)$$

E le due equazioni del Problema

$$\pm r^2 t = \left(\mp r'^2 + R^2\left(\pm f^2 \pm \frac{f(1-f)}{a}2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}\right)\right)z$$

$$+ R^2\left(\frac{f(1-f)}{a}+\frac{(1-f)^2}{a^2}\right)z^2 \pm R^2\frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3;$$

$$v = t + z$$

Nel caso del vase conico allo in su convergente, chiamata u la indeterminata altezza dal fondo, sarà

$$y = R\left(1 - \frac{1-f}{a}u\right)$$

La capacità dal fondo sino all'altezza $u = \int \pi y^2 \partial x =$

$$\pi R^2\left(u - \frac{1-f}{a}u^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}u^3\right)$$

E perciò

$$\phi . n = \pi R^2\left(n - \frac{1-f}{a}n^2 + \frac{(1-f)^2}{3a^2}n^3\right),$$

$$\phi . (n \pm z) = \phi . n + \pi R^2\left(\left(\pm 1 \mp \frac{1-f}{a}2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}n^2\right)z\right.$$

$$\left. - \left(\frac{1-f}{a} - \frac{(1-f)^2}{a^2}\right)z^2 \pm \frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3\right)$$

E le due equazioni del Problema

$$\pm r^2 t = \left(\mp r'^2 + R^2\left(\pm 1 \mp \frac{1-f}{a}2n \pm \frac{(1-f)^2}{a^2}\right)\right)z - R^2\left(\frac{1-f}{a}\right.$$

$$\left. - \frac{(1-f)^2}{a^2}\right)z^2 \pm R^2\frac{(1-f)^2}{3a^2}z^3;$$

$$v = t + z$$

Apparisce dalle esposte equazioni relative alle diverse forme del vase, che, essendo il vase di uniforme ampiezza dal fondo alla bocca, la determinazione di z per t dipende da una semplice equazione di 1° grado; ma richiede lo scioglimento di una equazione di 3° grado, qualunque il vase sia o divergente, o convergente allo in su. S'intende in genere facilmente, che in un vase divergente all'in su il movimento z

della superficie del mercurio deve essere minore, che in un vase allo in su convergente risultare maggiore. La differenza dipenderà dal grado della divergenza, e convergenza, e la risoluzione sola dell'equazione cubica rispettiva potrà determinarla con precisione, o con una approssimazione a piacere.

Problema 2°. Determinare i movimenti della superficie superiore ed inferiore del mercurio, e la variazione della lunghezza della colonna barometrica per variamento della pressione atmosferica in un barometro inflesso munito di ampolla, qualunque sia di questa la forma. Fig. 3ª.

Si tiri la corda orizzontale CD dell'arco d'inflessione, e la sua saetta FL, e si dica

π, come sopra, il rapporto della periferia circolare al diametro.

r il raggio interno del tubo.

πr^2 l'area della sezione interna perpendicolare alla parete del tubo in qualunque suo luogo, anche nell'arco d'inflessione.

P l'altezza della superficie superiore del mercurio sopra la corda orizzontale CD avanti la variazione.

S la saetta FL dell'arco.

$P+S$ conseguentemente l'altezza assoluta della superficie superiore del mercurio avanti la variazione (Defin. 1ª).

E una linea retta uguale all'arco CFD.

p il pezzo del tubo Dh susseguente l'arco, e sostenente l'ampolla.

n l'altezza del mercurio nell'ampolla avanti la variazione.

$P+S-(S+p+n)=P-(p+n)$ l'altezza della colonna barometrica avanti la variazione stessa.

$\mp t$ il movimento della superiore superficie del mercurio.

$\pm z$ il movimento della superficie sua inferiore.

$P\mp t$ per conseguenza l'altezza della superficie superiore del mercurio sull'orizzontale corda CD dopo la variazione.

$P+S\mp t$ la sua altezza assoluta.

$n\pm z$ l'altezza del mercurio nell'ampolla dopo la variazione medesima.

$P \pm t - (p + n \pm z)$ l'altezza barometrica in seguito della variazione.

$\phi . n$ la funzione di n secondo la figura dell'ampolla esprimente il volume del mercurio in essa all'altezza n.

$\phi . (n \pm z)$ la simile funzione di $n \pm z$ esprimente il volume del mercurio nell'ampolla all'altezza $n \pm z$.

G la gravità specifica del mercurio invariata nella variazione della pressione atmosferica.

$\mp v$ la variazione della lunghezza della colonna barometrica.

$\pi r^2 v G$ il variamento della pressione della colonna atmosferica sopra una base πr^2 espresso per il variamento della pressione della colonna barometrica di detta base.

Il volume totale del mercurio viene espresso avanti il variare della pressione atmosferica

per $\pi r^2 (P + E + p) + \phi . n$

dopo la variazione

per $\pi r^2 (P \mp t + E + p) + \phi (n \pm z)$

Uguagliando queste due espressioni, e riducendo si ha l'equazione

$\phi . n \pm \pi r^2 t = \phi . (n \pm z)$

stando l'altra equazione

$$v = t + z$$

La forma dell'ampolla suol essere quella di una Ellissoide. Sia fig. 4ª ABRT la ellisse generatrice, e si faccia il suo asse maggiore AR $= 2$H, il suo asse minore $= 2h$, l'altezza indeterminata AM sopra il punto infimo A $= x$, il raggio corrispondente NM $= y$: sarà per natura dell'ellissi

$$y^2 = \frac{h^2}{H^2} (2 H x - x^2)$$

$\pi y^2 = \frac{\pi h^2}{H^2} (2 H x - x^2)$ l'area del cerchio al punto M

$\pi y^2 \partial x = \frac{\pi h^2}{H^2} (2 H x \partial x - x^2 \partial x)$ l'elemento del volume contenuto nell'ellissoide dal punto infimo A sino al piano circolare passante per M

$\int \pi y^2 \partial x = \frac{\pi h^2}{H^2}\left(H x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right)$ il volume stesso intero

Dunque $\phi . n = \frac{\pi h^2}{H^2}\left(H n^2 - \frac{1}{3} n^3 \right)$

$$\phi\left(n \pm z \right) = \frac{\pi h^2}{H^2}\left(H\left(n \pm z \right)^2 - \frac{1}{3}\left(n \pm z \right)^3 \right)$$

$$= \phi . n + \frac{\pi h^2}{H^2}\left(\left(\pm 2 H n \mp n^2 \right) z + \left(H - n \right) z^2 \mp \frac{1}{3} z^3 \right)$$

e quindi la 1ª equazione

$$\pm r^2 t = \frac{h^2}{H^2}\left(\left(\pm 2 H n \mp n^2 \right) z + \left(H - n \right) z^2 \mp \frac{1}{3} z^3 \right)$$

rimanendo la 2ª

$$\rho = t + z$$

Questo pajo di equazioni comprende anche il caso, in cui l'ampolla fosse una perfetta palla, il che però è difficile; poichè in tal caso non si ha a far altro che porre $h = H$, con che $\frac{h^2}{H^2} = 1$.

Se l'ampolla fosse di alcuna delle forme nel Problema antecedente distinte, si prenderanno di là le convenienti $\phi . n$, $\phi\left(n \pm z \right)$.

Costituite le formole de' movimenti del Barometro dipendenti da variata pressione atmosferica, facciamo progresso a cercar quelle de' movimenti di esso dipendenti da variato calore.

Problema 3°. Determinare i movimenti delle due superficie del mercurio, ed il variamento dell'altezza barometrica per variare di calore in un barometro diritto Torricelliano.

L'aumento di calore cagiona accrescimento di volume, ma di altrettanto diminuisce la gravità specifica; ed all'opposto il decremento di calore produce diminuimento di volume, ma di altrettanto accresce la gravità specifica. Dunque in genere al variare del calore varian in ragione contraria fra loro il volume, e la gravità specifica; e perciò variando il calore, il volume del mercurio nel barometro avanti la variazione starà al volume del mercurio dopo, come reciprocamente

camente la gravità specifica del mercurio dopo alla sua gravità specifica avanti.

Trasportando quì le denominazioni convenienti del *Problema* 1.° col solo cangiare $\pm z$ in $\mp z$, perchè per il *teorema* 2.° i movimenti t, z delle due superficie del mercurio qualora nascano da variar di calore si fanno nella stessa direzione, si ha

Il volume del mercurio avanti la variazione del calore

$$=\pi r^2[B-(n-m)]+\phi . n-\pi r'^2 m$$

il volume dopo la variazione

$$=\pi r^2[B\mp t-(n-m)]+\phi(n\mp z)-\pi r'^2(m\mp z)$$

Dicendo pertanto

G la gravità specifica del mercurio avanti la variazione del calore

g la sua gravità specifica dopo; si avrà la proporzione

$$\pi r^2[B-(n-m)]+\phi . n-\pi r'^2 m : \pi r^2[B\mp t-(n-m)] +\phi(n\mp z)-\pi r'^2(m\mp z) :: g : G$$

dalla quale ne segue l'equazione

$$[\pi r^2(B-(n-m))+\phi . n-\pi r'^2 m]G=[\pi r^2(B\mp t-(n-m)) +\phi(n\mp z)-\pi r'^2(m\mp z)]g.$$

Il primo membro, essendo il prodotto del volume del mercurio avanti il variar del calore nella gravità specifica parimenti avanti lo stesso variare, esibisce il peso assoluto di esso mercurio avanti tal variare di calore; ed il secondo membro essendo il prodotto del volume del mercurio dopo la variazione del calore nella sua specifica gravità istessamente dopo esprime il peso assoluto del mercurio dopo la variazione del calore: e perciò la trovata equazione ci presenta l'assoluto peso del mercurio uguale ed identico, avanti e dopo il variamento del calore. Questa uguaglianza ed identità è da sè stessa evidente, poichè il variar del volume, e corrispondentemente della gravità specifica, non può variare l'assoluto peso, e da tale principio potevasi immediatamente dedurre l'equazione.

A formare la seconda equazione basta riflettere, che rimanendo la stessa la pressione atmosferica, la stessa rimaner deve la pressione della colonna barometrica, e che per rimanere la stessa tale pressione fa di mestieri, che l'altezza della colonna sia in ragione inversa della gravità specifica del mercurio, e quindi l'altezza della colonna barometrica avanti la variazione del calore, all'altezza dopo, come reciprocamente la gravità specifica del mercurio dopo, alla gravità specifica di esso avanti.

Or l'altezza barometrica avanti la variazione del calore $= \mathrm{B} - n$, l'altezza barometrica dopo $= \mathrm{B} \mp t - (n \mp z)$
Dunque $\mathrm{B} - n : \mathrm{B} \mp t - (n \mp z) :: g : \mathrm{G}$
d'onde l'equazione $(\mathrm{B} - n)\mathrm{G} = [\mathrm{B} \mp t - (n \mp z)]g$
Il *teorema* 3.° ci somministra la 3.ª equazione

$$v = t - z$$

Avendo tre equazioni, se delle quattro quantità $t, z, v, \frac{\mathrm{G}}{g}$ una data ne sia, e sappiasi la forma del vase per determinare la funzione ϕ, potremo sempre conoscere le altre tre. Nè m'estenderò di nuovo a distinguere le diverse forme del vase stesso, ed assegnare le rispettive funzioni $\phi . n, \phi(n \mp z)$, poichè ognuno al caso particolare potrà prenderle dall'esposizione soggiunta per disteso nel 1.° *Problema* con la sola avvertenza di rivoltare il doppio segno ai coefficenti di z, z^3.

Ma non voglio ommettere di far vedere la differenza delle leggi, con le quali varia z al variare dell'altezza barometrica per variazione di pression atmosferica, e per variazione di calore, essendo il vase di uniforme ampiezza dal fondo alla cima. Si è già trovato sopra nel *Problema* 1.°, posto il vase cilindrico, per variamento di pressione atmosferica risultare

$$z = \frac{r^2 v}{\mathrm{R}^2 - (r'^2 - r^2)}$$

Dalla equazione 1.ª di questo *Problema* si ha nel supposto stesso del vase cilindrico di raggio R

$$\frac{\mathrm{G}}{g} = \frac{\pi r^2 [\mathrm{B} \mp t - (n - m)] + n \mathrm{R}^2 (n \mp z) - \pi r'^2 (m \mp z)}{\pi r^2 [\mathrm{B} - (n - m)] + \pi \mathrm{R}^2 n - \pi r'^2 m}$$

e dalla 2.ª si ha $\frac{G}{g}=\frac{B\mp t-(n\mp z)}{B-n}$

d'onde si deduce

$$\frac{r^2[B\mp t-(n-m)]+R^2 n\mp R^2 z-r'^2 m\pm r'^2 z}{r^2[B-(n-m)]+R^2 n-r'^2 m}=\frac{B-n\mp t\pm z}{B-n}$$

che si riduce alla seguente

$$\frac{\mp r^2 t\mp R^2 z\pm r'^2 z}{r^2[B-(n-m)]+R^2 n-r'^2 m}=\frac{\mp t\pm z}{B-n}$$

e per la equazione 3.ª si trasforma in

$$\frac{\mp r^2(v+z)\mp R^2 z\pm r'^2 z}{r^2[B-(n-m)]+R^2 n-r'^2 m}=\frac{\mp v}{B-n}$$

dalla quale finalmente si trae

$$z=\frac{v[R^2 n-m(r'^2-r^2)]}{[R^2-(r'^2-r^2)](B-n)}$$

Si vede a primo confronto la differenza di questa espressione di z relativa al variamento del calore dalla superiore relativa al variamento della pressione atmosferica. Ma per comprenderla meglio si supponga $m=n$ cioè che, toccando l'estremità del tubo il fondo del vase, il pezzo di esso tubo immerso nel mercurio del vase sia a tutta l'altezza del mercurio stesso nel vase uguale, che è il caso più ordinario: in tal caso la testè ritrovata espressione di z si riduce alla semplice $z=\frac{vn}{B-n}$

nella quale non entra per nulla il raggio del vase, e dimostra per conseguenza, che il valore di z non dipende dalla sua ampiezza, e niente per essa quanto si voglia grande è diminuito; laddove al contrario lo è benissimo, e prossimamente in ragione di essa ampiezza nell'altra espressione relativa al variamento della pressione atmosferica. E facilmente s'intende la ragione fisica della differenza richiamando alla memoria ciò, che ho dimostrato nel Teorema 1.° Variando la pressione atmosferica, varia nella colonna barometrica la quantità del mercurio. Se diminuendosi la pressione atmosferica per il conseguente abbassamento della colonna barometrica passi una porzione del mercurio dal tubo nel vase, egli è ben chiaro, che questa espandendosi per l'ampiezza del vase vi cagionerà un innalzamento z del mercurio tanto minore, quanto l'ampiezza del vase sarà maggiore. E sarebbe a giusta porzione l'abbassamento della colonna barometrica col tubo all'innalzamento del mercurio nel vase come inversamente il quadrato R^2 del raggio del vase al quadrato r^2 del raggio del tubo, se all'ampiezza del vase non togliesse qualche cosa la grossezza del vetro del pezzo immerso del tubo, e per tale ragione da R^2 sottrarre non si dovesse $r'^2 - r^2$. Il simile si dica accrescendosi la pressione atmosferica, e passar dovendo alcuna porzioncella di mercurio dall' ampiezza del vase alla ristretta area del tubo ad accrescere la colonna barometrica. Laonde a piena luce resta spiegata la espressione del valore di z in quanto dipendente da variamento di pressione atmosferica. Ugual lume acquisterà la espressione del suo valore dipendente da variamento di calore, se si rifletta, che per tale variamento rimane nella colonna barometrica la stessa quantità di mercurio, e non fa, che variarne la densità; nè diversamente accade nel resto del tubo, e nel vase qualora sia cilindrico, o di qualunque altra figura dal fondo alla cima di costante ampiezza. La prima parte è dimostrata nel teorema 2.°, ed indi ne segue, che il mercurio costituente la colonna barometrica avanti, e dopo la variazione del calore si può considerare separatamente, ed il suo equilibrio con la invariata pressione atmosferica come un suo particolare, e distinto equilibrio. Ed un altro equilibrio fa in conseguenza mestieri di riconoscere tra la colonnetta mercuriale chiusa nel pezzo del tubo immerso nel vase, e la massa del mercurio, che l'attornia. Siccome tra quella colonnetta, e questa massa, che a maggiore perspicuità si può concepire divisa in tante colonnette della medesima altezza, regnava equilibrio avanti la variazione del calore, così deve trovarvisi dopo, dovendo per l'uguale variazione di calore in tutte, ugualmente in tutte variare la densità, e quinci tutte, e l'attorniata, e le attorniate con ugual misura o elevarsi, od abbassarsi, ciascuna nella sua perpendicolare, e con tutta e sola la sua quantità di mercurio, senza che goccia ne passi da quella entro il tubo chiusa in quelle del vase, nè da queste in quella, o che da alcune di queste soverchiante porzione si rovesci sopra le altre, se la divergenza del vase non obblighi la massa in esso moventesi ad espandersi dal centro alla circonferenza o la convergenza a ristringersi, e cadere dalla circonferenza sul centro. Dunque se il vase sia perfettamente da fondo a cima uniforme in ampiezza, sia questa quanto si voglia grande, crescerà bensì il numero delle colonnette nelle quali si potrà intender divisa la massa del mercurio, ma varrà del numero maggiore ciò, che del numero minore, ciò che di una sola colonnetta in singolare; onde il numero delle colonnette, l'ampiezza del vase non avrà parte, e non potrà comparire nella quantità del variamento dell'altezza del mercurio nel vase per variamento di calore. Ciò, a che in un dato variamento di calore si proporzionerà questo variamento di altezza, sarà l'altezza stessa avanti il variamento di calore, come più chiaramente comprendesi ristringendo l'attenzione su la colonnetta chiusa nel pezzo immerso del tubo, il variamento di altezza nella quale pel dilatamento, e condensamento dal variato calore prodotto è per una parte evidente dover essere proporzionato alla sua altezza anteriore, e per altra parte si è dimostrato dover essere lo stesso, che quello della massa di mercurio all'intorno. Confrontando poi il variamento di altezza in tale colonnetta chiusa nel pezzo del tubo immerso nel vase con il variamento di altezza al tempo stesso, per lo stesso variamento di calore nascente nella colonna barometrica, che ad essa colonnetta sta sopra, è pure di tutta evidenza, che starà il variamento di altezza della colonnetta alla sua altezza, come il variamento di altezza della colonna barometrica all'altezza sua, conseguentemente si avrà la proporzione $z : n :: v : B - n$, che è appunto quella compresa nell'equazione $z = \frac{nv}{B-n}$. È però d'uopo avvertire, che tutto il ragionamento si fonda sul supposto, che il vase sia esattamente dal fondo alla cima, od a parlare più preciso sino al piano dove può giugnere il mercurio, uniforme in ampiezza. Ma tale non si può rigorosamente dire, se il pezzo del tubo immerso non tocchi il fondo, poichè non toccandolo, al di sotto del tubo resterà al mercurio più ampio luogo, che al di sopra della sua estremità lungo il pezzo di esso immerso, togliendo la zona di vetro con la sua grossezza un po di luogo; onde sebbene il vase sia per sè di costante ampiezza, pure in realtà diviene un po all'in su convergente, il che non succede giugnendo il tubo a toccare il fondo, poichè la grossezza del vetro detraendo alla uguale ampiezza assoluta del vase in tutta l'altezza ugualmente, l'ampiezza pur residua rimane in tutta l'altezza uguale. Quindi è che, non toccando il tubo il fondo del vase, l'espressione di z riesce un po' complicata, involge distintamente la lunghezza m del pezzo immerso dal tubo, l'altezza n del mercurio nel vase, ed il raggio R del vase stesso, e si riduce poi alla somma semplicità che si è veduta, ed indipendente da R fatto $m=n$, cioè supposto, che il tubo posi sul fondo del vase. Ecco dunque a pieno giorno spiegata in ogni parte la espressione di z relativamente al variamento di calore in un barometro Torricelliano di vase costante in ampiezza. Resta dimostrato, che arrivando il tubo al fondo del vase, l'ampiezza del vase medesimo nulla influisce sul valore di z, quando per l'opposto l'espressione di z relativamente a variamento di pressione atmosferica dimostra, che il suo valore in tal rispetto riceve la massima legge e misura dall'ampiezza del vase, ed è affatto indifferente, che il tubo tocchi, o no il fondo di esso, non avendo m, n in tale espressione luogo, e non potendo per conseguenza la uguaglianza, o disuguaglianza loro diversamente modificarla.

PROBLEMA 4.° Determinare i movimenti delle due superficie del mercurio, e la variazione dell'altezza barometrica per variare di calore in un barometro inflesso munito di ampolla, qualunque ne sia la figura.

Congiungendo le convenienti dinotazioni del Problema 2.°, e del 3.° sarà

Il volume del mercurio avanti la variazione del calore

$\pi r^2(P+E+p)+\phi.n$

il volume dopo

$\pi r^2(P\mp t+E+p)+\phi.(n\mp z)$

e si avrà per il principio del Problema 3.° la proporzione

$\pi r^2(P+E+p)+\phi.n:\pi r^2(P\mp t+E+p)+\phi.(n\mp z)::g:G$

e quindi per

1.ª equazione $[\pi r^2(P+E+p)+\phi.n]G=[\pi r^2(P\mp t+E+p)$
$+\phi.(n\mp z)]g$

Si può chiamare equazione di peso assoluto, rimanente nella variazione del calore lo stesso che avanti, tutto che cangi la gravità specifica.

L'altezza barometrica avanti la variazione del calore sarà

$P-(p+n)$

L'altezza barometrica dopo

$P\mp t-(p+n\mp z)$

E per il fondamento della 2.ª equazione del Problema 3.° si avrà la proporzione

$P-(p+n):P\mp t-(p+n\mp z)::g:G$

E quindi per

2.ª equazione $[P-(p+n)]G=[P\mp t-(p+n\mp z)]g$

Sarà la

3.ª equazione $v=t-z$

Secondo la particolare forma dell'ampolla si prenderanno le competenti $\phi.n, \phi.(n\mp z)$ dai casi distinti nei Problemi 1.°, e 2.° con l'avvertenza già sopra nel Problema 3.° notata d'invertire il doppio segno ai coefficienti delle potenze impari di z, che sono le due z, z^3.

Delle quattro quantità $\frac{G}{g}$, t, z, v data una qualunque si avranno per mezzo delle tre equazioni, che ne contengono i rapporti, le altre tre; onde quattro saranno i Problemi subalterni, che sciogliere si potranno.

Ad esempio: suppongasi noto t, e si cerchino $z, v, \frac{G}{g}$ e sia l'ampolla una ellissoide.

Dalla 1.ª equazione si ha

$$\frac{G}{g}=\frac{\pi r^2(P\mp t+E+p)+\phi.(n\mp z)}{\pi r^2(P+E+p)+\phi.n}=1+\frac{\mp\pi r^2 t-\phi.n+\phi(n\mp z)}{\pi r^2(P+E+p)+\phi.n}$$

Dalla 2.ª

$$\frac{G}{g}=\frac{P\mp t-(p+n\mp z)}{P-(p+n)}=1+\frac{\mp t\pm z}{P-(p+n)}$$

laonde ne segue

$$\frac{\mp\pi r^2 t-\phi.n+\phi.(n\mp z)}{\pi r^2(P+E+p)+\phi.n}=\frac{\mp t\pm z}{P-(p+n)}$$

e facendo $\phi.(n\mp z)=\phi.n+F.\mp z$ risulterà

$$\frac{\mp\pi r^2 t+F.\mp z}{\pi r^2(P+E+p)+\phi n}=\frac{\mp t\pm z}{P-(p+n)}$$

d' onde

$$t[\mp\pi r^2(P-(p+n))\pm(\pi r^2(P+E+p)+\phi.n)]$$
$$=-[P-(p+n).F.\mp z\pm(\pi r^2(P+E+p)+\phi.n)]z$$

Dal caso nel Problema 2.° trattato dell' ampolla a forma di Ellissoide si vede essere $\phi.n=\frac{\pi h^2}{H^2}\left(Hn^2-\frac{1}{3}n^3\right)$

$$F.\mp z=\frac{\pi h^2}{H^2}\left((\mp 2Hn\pm n^2)z+(H-n)z^2\pm\frac{1}{3}z^3\right)$$

introducendo questi valori delle funzioni nella trovata equazione, e distinguendo a maggiore chiarezza, e sicurezza i due casi di aumento di calore, e di decremento, si avrà

Per il caso di aumento di calore

$$z^3-3(H-n)z^2-\left(\frac{3r^2H^2(P+E+p)}{h^2[P-(p+n)]}+\frac{3Hn^2-n^3}{P-(p+n)}\right.$$
$$\left.+3(2Hn-n^2)\right)z-t\left(\frac{3r^2H^2}{h^2}-\frac{3r^2H^2(P+E+p)}{h^2[P-(p-n)]}-\frac{3Hn^2-n^3}{P-(p+n)}\right)=0$$

Per il caso di decremento di calore

$$z^3+3(\mathrm{H}-n)z^2-\left(\frac{3r^2\mathrm{H}^2(\mathrm{P}+\mathrm{E}+p)}{h^2[\mathrm{P}-(p+n)]}+\frac{3\mathrm{H}n^2-n^3}{\mathrm{P}-(p+n)}+3(2\mathrm{H}n-n^2)\right)z$$
$$-t\left(\frac{3r^2\mathrm{H}^2}{h^2}-\frac{3r^2\mathrm{H}^2(\mathrm{P}+\mathrm{E}+p)}{h^2[\mathrm{P}-(p+n)]}-\frac{3\mathrm{H}n^2-n^3}{\mathrm{P}-(p+n)}\right)=0$$

di modo che non vi ha fra i due casi altra differenza nell' equazione tra z, t che nel segno del 2.° termine.

A particolarizzare l' esempio, e vedere quanto giovare possa la grandezza dell' ampolla: supponiamola assai grande, e sia
Raggio r del tubo $=$ lin. $1\frac{1}{2}$
Semi-asse minore ed orizzontale dell' ampolla $h=$ linee 17
Semi-asse maggiore e perpendicolare $\mathrm{H}=$ linee 20
n altezza del mercurio nell' ampolla avanti il variar del calore $=$ linee 19
p lunghezza del pezzo di tubo sostenente l' ampolla $=$ lin. 12
Arco CFD (fig. 3.ª) un semicerchio
E la sua rettificazione $=$ linee 31, che importa la corda, o diametro CD $=$ lin. poco meno di 20, ed è conveniente essendo il semi-asse orizzontale dell' ampolla di linee 17
$\mathrm{P}-(p-n)$ altezza barometrica avanti il variare del calore $=$ Pol. 28 $=$ lin. 336
P conseguentemente $=$ lin. $336+12+19=367$
Si troverà calcolando
$z^3 \mp 3z^2 - 1141{,}598\,z + t(46{,}1095) = 0$
Onde, se facciasi $t=$ lin. 6,75 come vedremo aver un Fisico insegnato, che avvenga nel passaggio del barometro dal ghiaccio fondentesi all' acqua bollente, si avrà
$z^3-3z^2-1252{,}4z+311{,}239=0$

Prossimo valore di z è 0,24839 di linea: ci servirà questo valore nell' Articolo seguente. Tal valore di z sottratto per la 3.ª equazione dal supposto valore di t, si deduce la variazione della barometrica altezza $v=6{,}75-0{,}24839$ $=6{,}50161$.

E per l' equazione 2.ª s' inferisce $\frac{\mathrm{G}}{g}=1+\frac{v}{\mathrm{P}-(p+n)}=1$ $+\frac{6{,}50161}{366}=1{,}017764$.

ARTICOLO II

Calcolo di esame delle esperienze sulla variazione del Barometro per variazione di calore; con esperienze nuove.

§. 1.° In due classi distinguere si possono, e distinguo le esperienze fatte per determinare la variazion del barometro dalla temperatura della fusione del ghiaccio alla temperatura del bollimento dell'acqua. Le une fatte sul barometro medesimo immerso nel ghiaccio fondentesi, poi nell'acqua bollente, o ad un dato calore esposto, le chiamerò esperienze *immediate*; e chiamerò *rimote* le altre con le quali si è, senza barometro, e per mezzo di un vetro termometrico, cercato il dilatamento, ed il minoramento della gravità specifica dal mercurio sofferto nel passaggio da una all'altra temperatura. Giova da queste incominciare.

Esperienze Rimote.

§. 2.° Il metodo migliore di tali esperienze si è questo. Preso un vetro termometrico, il cui cannello sia di esatto calibro, cioè d'interno vano perfettamente uniforme, si pesi con dilicatissima bilancia una quantità di purissimo mercurio maggiore di quella, che si richiegga per empirne la palla, e piccola parte del cannello. Empita la palla, e la parte del cannello, si pesi la quantità del mercurio rimasta, il peso della quale sottratto dal peso totale si scoprirà il peso del mercurio impiegato, che indicherò per p. Si ponga il termometro nel ghiaccio fondentesi, e si segni sul cannello con sottilissimo filo di seta la superficie del mercurio. Conservato questo segno, il termometro immergasi nell'acqua bollente (scegliendo a ciò giorno in cui il barometro sia a pollici 27, o molto vicino), e si segni con sottilissimo filo parimente, e con tutta accuratezza il luogo, al quale la superficie del mercurio è salita. Estraggasi poscia dal cannello una piccola porzione di mercurio, e si pesi; indi si rimetta il termometro all'acqua bollente, e si segni il nuovo luogo, più basso che prima, a cui ascende la superficie del mercurio. Si misurino con fino compasso l'intervallo tra il filo della superficie del mercurio alla temperatura del ghiaccio fondentesi, ed il filo della superficie del mercurio alla temperatura dell'acqua bollente la prima volta, e l'intervallo da questo medesimo filo a quello della superficie del mercurio alla temperatura dell'acqua bollente la volta seconda. Si chiami H quell'intervallo grande tra i fili della superficie del mercurio alla temperatura del ghiaccio, ed alla temperatura dell'acqua bollente la prima volta; e si appelli h il piccolo intervallo tra i due fili della superficie del mercurio alla temperatura medesima dell'acqua bollente nelle due volte, cioè avanti di estrarre, e dopo estratta la piccola porzione di mercurio. Si denoti finalmente per p essa piccola porzione di mercurio estratta. Si rifletta, che h è lo spazio, che occupava il peso p di mercurio nello stato di dilatazione. Instituendo la proporzione $h : p :: \mathrm{H}$ al quarto termine, sarà questo quarto termine il peso di mercurio richiesto a riempiere in istato di dilatazione l'intervallo H; e denotando tal peso di mercurio per π, sarà per regola della proporzione $\pi = \frac{p\mathrm{H}}{h}$.

Se si sottragga questo peso π da tutto il peso P del mercurio, che la prima volta in istato di dilatazione occupava la palla, ed il pezzo di cannello sino al filo segnante l'effetto della temperatura del ghiaccio fondentesi, e di più l'intervallo H, sarà il residuo peso $\mathrm{P} - \pi$ il peso del mercurio, che in istato di dilatazione occupava la palla, ed il pezzo di cannello sino al filo dell'effetto della temperatura del ghiaccio fondentesi solamente. Ma all'incontro nel condensamento del mercurio a questa temperatura nello spazio di essa palla, e di esso pezzo di cannello stava ritirato tutto il peso di mercurio P. Dunque i due pesi di mercurio nei due stati, uno di condensamento alla temperatura del ghiaccio, l'altro di dilatamento alla temperatura dell'acqua bollente contenuti nello stesso spazio sono P, $P-\pi$, e nella ragione loro sono le densità del mercurio ne' due stati, e parimente le gravità specifiche; ed il minoramento della densità, e della gravità specifica nel mercurio dalla temperatura del ghiaccio fondentesi alla temperatura dell'acqua bollente è da P a $P-\pi$, come a rovescio il crescimento del volume da $P-\pi$ a P. Con tale processo di operazioni, e di computi, e con trarre da varie esperienze il risultato medio ricavò da prima il Lorgna (*Graduaz. de' Termometri ec.* 623) tra il volume del mercurio al ghiaccio fondentesi, ed il suo volume all'acqua bollente, il rapporto di $10000 : 10159 \frac{55237}{360000}$, che io riduco all'espressione di $10000 : 10159 \frac{15344}{100000}$.

§. 3.° Il P. Giambatista da S. Martino, ripetendone per ben otto volte la prova, trovò a ragione media $10000 : 10159 \frac{167}{1000}$ (*Maniera di correggere il Barometro*): la quale ragione confrontata con quella al Signor Lorgna provenuta, non presenta altra differenza, che dal dilatamento $159 \frac{15344}{100000}$ al dilatamento $159 \frac{167}{1000}$ in un volume di 10000. Il Lorgna pose il vetro termometrico all'acqua bollente, essendo il barometro a pol. $27 \frac{1}{2}$; il P. da *S. Martino* essendo l'altezza del barometro pol. 28. Io ho prescritto di scegliere giorno, in cui il barometro sia a pollici 27 od assaissimo vicino, per attenermi all'altezza barometrica, che è base della teorìa del Signor *De-Luc* intorno al vario calore dell'acqua bollente dipendentemente dalla varia pressione dell' atmosfera, come pure della dottrina tutta sul perfezionamento del barometro per mezzo del termometro. L'operetta della *Graduazione de' Termometri a Mercurio, e della Rettificazione de' Barometri semplici del Signor Lorgna* data in luce l'anno 1765 precedette di anni 7 la grand'opera *Recherches sur les Modifications de l'Atmosphere* del Signor *De-Luc*, non uscita che l'anno 1772, ma l'*Articolo intorno alla maniera di correggere il Barometro per mezzo del Termometro di Reaumur del P. da S. Martino*, inserito nel nuovo Giornale Enciclopedico d'Italia, fu ad essa posteriore di anni 18 essendo stato l'inserimento l'anno 1790. Bisogna però dire, che altre occupazioni ed altri studii avessero al *P. da S. Martino* impedito di leggere, ed apprendere le nuove esperienze e le nuove regole del *De-Luc*. Poichè nella nota alla pagina 5 di quel suo Articolo egli scrive, che *generalmente parlando un pollice di più, o di meno nel Barometro porta la differenza di un grado nel calore dell'acqua bollente*. E conformemente a ciò nella nota a pagine 9 dall'aver trovato, che posto nell'acqua bollente a tumulto sotto a pollici 28 del Barometro un Termometro che pervenuto gli era d'Inghilterra costruito dal celebre *Dollond*, fissato si era a gradi 79 $\frac{1}{2}$, ne trae *indizio* che *pel termine superiore quel celebre artefice aveva adoperata dell'acqua bollente a poll.* 27 *lin.* 6. Ed alla pagina poi 14 esposto il piccolo eccesso di dilatamento medio, dai suoi esperimenti risultante, sopra il medio al Signor *Lorgna* risultato nel volume del mercurio dal ghiaccio fondentesi all'acqua bollente, scrive che a *sì fatto eccesso avrà forse contribuito l'avere il Lorgna presa l'acqua bollente all'altezza di pollici* 27 $\frac{1}{2}$ ed egli *a quella* di *pollici* 28.

§. 4.° Il *De-Luc* a ragione distingue i gradi reali del calore dell'acqua bollente per una data altezza di barometro dai gradi, che in un Termometro in essa immerso segna il mercurio con le sue dilatazioni, non corrispondendo esattamente le dilatazioni del mercurio ai reali accrescimenti del calore. Rappresentando per a l'altezza barometrica computata in linee di Parigi, e per l il suo logaritmo, computandola in parti sedicesime di linea, per γ il grado del calor reale dell'acqua bollente, per γ' l'altezza sopra o nel Termometro in essa immerso sarà

$$\gamma=78,128+0,033836\,a-\frac{2945,484}{a}.\ \textit{De-Luc}\ \S.\ 1122$$

$$\gamma'=\frac{\frac{\frac{1}{2}l-\frac{1}{3}l}{100}-10387000}{100000}.\ \textit{De-Luc}\ \S.\ 961.965$$

ovvero

$$\gamma'=78+0,03642\,a-\frac{3175,2}{a}\ \textit{De-Luc}\ \S\ 1088$$

Siccome nella rettificazione del Barometro per mezzo del Termometro basta sapere la dilatazione del mercurio, così la quantità da attendersi è γ', al computo della quale or gioverà valersi dell'una delle due sue formole ed or dell'altra. Ambedue hanno per base l'altezza barometrica di poll. 27, o di linee 324, o di 5184 parti 16.me di linea, così che, posto nella logaritmica il logaritmo di 5184, e nella non logaritmica fatto $a=324$, ed eseguite le debite operazioni, dall'una, e dall'altra risulta $\gamma'=80$ gradi.

§. 5.° A vedere quanto dal vero si allontani, che generalmente parlando un pollice di più, o di meno nel Barometro porti la differenza di un grado nel calore dell'acqua bollente giusta l'asserzione del *P. da S. Martino*: denotata per γ' l'altezza termometrica nell'acqua bollente sotto l'altezza barometrica a, si denoti per γ'' l'altezza termometrica nell' acqua bollente sotto l'altezza barometrica $a+12$ linee. Sarà la differenza delle altezze sul Termometro

$$\gamma''-\gamma'=78+0,03642(a+12)-\frac{3175,2}{a+12}-\left(78+0,03642\,a-\frac{3175,2}{a}\right)=0,03642\times12+\frac{12\times3175,2}{a(a+12)}$$

Preso $a=$ Pol. 27 $=$ lin. 324 si ha per differenza delle altezze termometriche nell'acqua bollente sotto questa altezza barometrica, e sotto quella di Poll. 28 $=$ linee 336

$$\gamma''-\gamma'=0,03642\times12+\frac{12\times3175,2}{324\times336}=0,43704+0,35$$

$=0,78704$ di grado. Non dunque un grado come pensava il P. Giambatista da S. Martino.

È poi evidente, che se per (γ) si rappresenti la differenza delle altezze del termometro nell' acqua bollente all' altezze barometriche a, ed $a+6$ linee, si avrà

$(\gamma) = 0,03642 \times 6 + \frac{6 \times 3175,2}{a(a+6)}$; e fatto $a =$ linee 330, sarà

$(\gamma) = 0,21852 + 0,17182 = 0,39034$ di grado

Si osservi quì di passaggio, che non essendo 0, 39034 la giusta metà di 0, 78704 appalesasi, che la differenza delle altezze termometriche nell' acqua bollente è maggiore dal passaggio da poll. 27 del barometro a poll. 27 $\frac{1}{2}$, che nel passaggio da poll. 27 $\frac{1}{2}$ a poll. 28. Ma ciò, che più importa al proposito nostro si è, che scelta a fondamentale, e per 80 espressa quella altezza del termometro sopra 0, che si ha nell' acqua bollente essendo il barometro a poll. 27, l' altezza del termometro nell' acqua bollente, essendo il barometro a poll. 28 viene espressa per 80, 78704, ed essendo il barometro a poll. 27 $\frac{1}{2}$ per $80,78704 - 0,39034 = 80,39670$. Ma tali altezze del termometro sopra 0 nell' acqua bollente sono le dilatazioni del mercurio dalla temperatura del ghiaccio fondentesi alla temperatura dell' acqua bollente; dunque nella stessa ragione di $80,78704 : 80,39670$ doveano risultare i dilatamenti medj del mercurio dalle esperienze del P. da S. Martino fatte trovandosi il barometro a poll. 28, e da quelle del Signor Lorgna essendo il barometro a poll. 27 $\frac{1}{2}$. Ora instituendo la proporzione $80,39670 : 80,78704 :: 159 \frac{15344}{100000}$ al quarto termine, trovasi $159 \frac{92616}{100000}$ in luogo di $159 \frac{167}{1000}$, che per risultato medio è sortito al P. da S. Martino. La differenza dunque anche sola da poll. 27 $\frac{1}{2}$ a poll. 28 nel barometro avrebbe dovuto cagionare una differenza di $\frac{77272}{100000}$ in vece di $\frac{1356}{100000}$ cioè una differenza 57 volte maggiore di quella al P. da S. Martino provenuta. Quanto per ciò è lungi, che ad essa piccola differenza al P. da S. Martino resultata abbia potuto la differenza barometrica da poll. 27 $\frac{1}{2}$ a poll. 28 meramente in parte, come pensò egli, contribuire? Peggio sarebbe, se giusta la sua estimazione, $\frac{1}{2}$ pollice di più in altezza barometrica portasse $\frac{1}{2}$ grado di più di calore nell'acqua bollente, poichè l'accrescimento della dilatazione del mercurio avrebbe dovuto risultare maggiore di quello, che dalla teoria del *De-Luc* io ho ricavato. Laonde, a conchiudere, il giudicio del P. da S. Martino su la differenza del risultato medio delle sue esperienze a confronto di quello delle esperienze del Lorgna male sta con i principii del *De-Luc*, e peggio con i suoi supposti; ed in luogo di credere che con la differenza delle altezze barometriche o sia delle pressioni dell'atmosfera diversificanti il calore dell'acqua bollente siasi combinata qualche altra circostanza aumentante la differenza del dilatamento del mercurio, bisogna all'incontro dedurre, che combinato siasi qualche accidente atto a diminuirla, qual sarebbe la poca purezza del mercurio; se pure troppo grande piuttosto per contrario complesso di cause non riuscì il risultato delle esperienze del Lorgna.

§. 6.° Dopo aver confrontati tra loro i risultati delle esperienze del Lorgna, e del P. da S. Martino, giova per i confronti da farsi in seguito il ridurli per mezzo della dottrina del §. 4.° dalle altezze barometriche di poll. 27 $\frac{1}{2}$ e 28 all' altezza barometrica di poll. 27. Instituite pertanto le proporzioni

$$80,39670 : 80 :: 159\,\tfrac{15344}{100000} : x$$

$$80,78704 : 80 :: 159\,\tfrac{167}{1000} : y$$

Si trova $x = 158\,\frac{36813}{100000}$, e $y = 157\,\frac{61637}{100000}$ cioè per le esperienze del Lorgna il dilatamento di un volume di mercurio espresso per 10000 dal ghiaccio fondentesi all'acqua bollente sotto la pressione atmosferica di poll. 27 sarebbe di $158\,\frac{36813}{100000}$; e per le esperienze del P. da S. Martino di $157\,\frac{61637}{100000}$.

§. 7.°

§. 7.° Lo *Shuckburg* stabilisce, che il dilatamento del mercurio dal ghiaccio fondentesi all' acqua bollente sia di $\frac{208}{13119}$; onde espresso come prima il volume del mercurio al ghiaccio fondentesi per 10000, il dilatamento viene ad essere $= \frac{2080000}{13119} = 158 \frac{54867}{100000}$. Ma non determinando *Shuckburg* l'altezza del barometro alla quale riportar si deve il bollimento dell'acqua, io non posso calcolare quanto il dilatamento del mercurio da lui stabilito sia prossimo, o distante da quelli risultanti dalle esperienze del Lorgna, e del P. da S. Martino. Lo stesso è del dilatamento 140, che nel §. 1563 assegna il *Musschenbroek;* della ragione 11822 : 12002, che tra i volumi del mercurio al ghiaccio, ed all'acqua bollente pone il Martine, e che si risolve in 10000 : $10152 \frac{25050}{100000}$; della ragione 10000 : 10150 adoperata nei termometri di *de-L'isle*; di quella, al narrare dell'autore delle Memorie *sur la Réforme des Thermometres* pag. 153 data da *Christin* di 66 : 67 che si trasforma in 10000 : $10156 \frac{25}{100}$; delle tre già esibite, giusta lo stesso autore, dal *Boerrhave* di 10814 : 10994, di 11156 : 11226, di 11452 : 11632 che si cangiano in quelle di 10000 : $10166 \frac{45089}{100000}$, di 10000 : $10062 \frac{74650}{100000}$, di 10000 : 10157, $\frac{17778}{100000}$. Mi reca tanta maraviglia sì grande differenza di ragioni in Boerrhave, che fortemente dubito di qualche errore di stampa nei numeri delle due prime, e massimamente nella seconda. Quello, che io leggo nell'articolo *De igne*, Esp. VIII si è che avendogli l'ingegnosissimo, come egli lo chiama, artefice *Gabriele Fahrenheit* costrutto un elegantissimo termometro secondo tutti i suoi voti, quel mercurio, che al segno o occupava 1124 spazietti, all'acqua bollente ne occupava 11336. Ma per la grande Tavola di *Wan-Svinden* il segno o del termometro di *Fahrenheit* cader trovasi a gradi — 14,222 del termometro del *De-Luc*. Dunque argomentando 94, 222 : 80 : : 212 al quarto termine, risulta questo = 180, e perciò la ragione dei volumi del mercurio dal ghiaccio fondentesi all'acqua bollente, che dal citato esperimento di *Boerrhave* si trarrebbe, supposto allora il barometro al poll. 27, è di 11124 : 11304, che convertesi in 10000 : 10161 $\frac{81220}{100000}$. Ma non è da perdere più tempo intorno a tali ragioni dedotte da esperimenti, ne' quali non si attese all'altezza del barometro, nè si usò l'artificio dal Lorgna, e dal P. da S. Martino adoperato della doppia immersione nell'acqua bollente, estratta tra l'una, e l'altra una porzioncella di mercurio. Le esperienze pertanto di questi due Fisici sono nel genere delle esperienze *rimote*, delle quali sin quì è stata parola, le uniche, delle quali si abbia a tener conto. Ma a poter confrontarle con quelle dell'altro genere ci rimane ancora un passo da fare con il seguente

PROBLEMA.

§. 8.° Dato il dilatamento del mercurio dalla temperatura del ghiaccio fondentesi a quella dell'acqua bollente sotto la pressione atmosferica rappresentata nel barometro dall' altezza di poll. 27, determinare l'allungamento di questa stessa colonna barometrica dalla temperatura del ghiaccio fondentesi alla temperatura dell'acqua bollente sotto la pressione atmosferica medesima per essa altezza di poll. 27 rappresentata.

Si esprima per 1 il volume del mercurio al ghiaccio fondentesi, per $1 + d$ il suo volume al calore dell'acqua sotto i poll. 27 di altezza barometrica bollente; sia questa medesima l'altezza di un barometro posto nel ghiaccio fondentesi, e dicasi A; e sia poi a il suo allungamento nel suo passaggio dalla temperatura del ghiaccio fondentesi alla temperatura dell'acqua sotto la pressione della stessa altezza di pollici 27 bollente. Dovendo le lunghezze della colonna barometrica per equilibrarsi con la stessa pressione atmosferica essere in ragione inversa delle densità, o gravità specifiche del mercurio nei due stati, ed essendo le densità o gravità specifiche in ragione inversa dei volumi, saranno le lunghezze della colonna barometrica in ragione diretta dei volumi, per conseguenza sarà

$$A : A + a :: 1 : 1 + d$$

onde $a = A\, d = 324 \times d$ esprimendo i pollici 27 in linee, per aver a in linee. Ho dimostrato, che riducendo le esperienze del Lorgna all'acqua bollente sotto l'altezza barometrica di poll. 27, si ha in un volume di mercurio come 10000 il dilatamento di $158\,\frac{36813}{100000}$; e con simile riduzione delle esperienze del P. da S. Martino il dilatamento di $157\,\frac{61637}{100000}$. Passando a considerare il volume del mercurio $= 1$, sarà per le esperienze ridotte

Del Lorgna $d = \frac{15836813}{1000000000}$

Del P. da S. Martino $d = \frac{15761637}{1000000000}$

Dunque per le esperienze ridotte

Del Lorgna $a = \frac{15836813 \times 324}{1000000000} =$ lin. $5{,}131127412$

Del P. da S. Martino $a = \frac{15761637 \times 324}{1000000000} =$ lin. $5{,}105767148$

È tempo di procedere alle esperienze del secondo genere

Esperienze Immediate.

§. 9.° Pose il *De-Luc* in un gabinetto molti barometri, gli uni appresso gli altri, e tra di loro sospese tre termometri uno all'alto loro, l'altro al mezzo, il terzo al basso; ed al momento, che questi segnavano alle tre diverse situazioni lo stesso grado di calore, notò e questo, e l'altezza dei barometri. Riscaldato avendo poscia, quanto più gli fu possibile, la stanza, all'istante, che i termometri indicarono essersi il calore per tutto lo spazio da essi, e dai barometri occupato ugualmente distribuito, registrò il nuovo grado de' termometri, e la nuova altezza dei barometri, tenendo conto di qualunque cangiamento nella pressione atmosferica intanto avvenuto. Reiterata più volte l'operazione, ed osservato nei barometri un cammino sensibilmente equabile, e proporzionato alle variazioni del termometro, raccogliendo i fatti, ed istituendo le convenienti proporzioni, venne ad inferire, che un barometro alto poll. 27, per un aumento di calore dal ghiaccio fondentesi all'acqua bollente crescerebbe di 6 linee precisamente. *Recherches sur les Modifications de l'Atmosphère* §. 362 e 490.

Ne seguirebbe di quì, che il volume del mercurio al ghiaccio fondentesi starebbe al volume di esso all'acqua bollente, sotto la pressione di poll. 27, $: : 27 : 27\frac{1}{2} : : 54 : 55$. Ma questa ragione non concorda con quella, che al §. 456, trattando il problema di determinare il diametro della palla di un termometro, essendo dati il diametro del tubo, e la grandezza de' gradi su di esso desiderata, egli stesso addotta, di $64 : 65$. A vederne la differenza tra loro, e da quelle del Lorgna, e del P. da S. Martino, basta ridurle ad avere l'antecedente 10000, e si trova

$$54 : 55 = 10000 : 10185 \tfrac{18518}{100000}$$

$$64 : 65 = 10000 : 10156 \tfrac{25}{1000}$$

Si scorge non essere piccola la differenza, e la seconda si accosta a quella che io ho dedotta dalle esperienze del P. da S. Martino; ma ne rimane notabilmente distante la prima. Le stesse differenze si renderanno manifeste per la via del Problema poco fa sciolto, determinando cioè in linee l'allungamento a, che nella colonna barometrica di linee 324 per il passaggio dal ghiaccio fondentesi all'acqua bollente porterebbe la ragione $64 : 65$. Essendo per tal ragione $d = \frac{1}{64}$

$= \frac{15625}{1000000}$, sarà $a = \frac{324 \times 15625}{1000000} =$ linee 5, 0625

L'allungamento di linee 6 per il Signor *De-Luc* dedotto dalle sue esperienze supera questo di poco meno, che di una linea cioè di $\frac{9375}{10000}$ laddove quello per me tirato dalle esperienze del P. da S. Martino non lo supera, che di $\frac{423}{10000}$ di linea, e quello dalle esperienze del Lorgna per me parimenti calcolato di $\frac{688}{10000}$ di linea.

Io sospetto che nel gabinetto, nel quale il *De-Luc* fece caldo, l'aria non avendo sufficiente libertà di espandersi, abbia con l'elaterio per il calore acquistato, aumentata la pressione sulla superficie del mercurio, e quinci cagionato nell'altezza barometrica un aumento maggiore di quello, che avrebbe dovuto nascere per la sola dilatazione del mercurio.

§. 10. Mi sono preso la cura di ripetere due volte le esperienze del *De-Luc*, ma in una sala grande, e con le finestre tutte aperte, cosicchè l'aria avesse facilità a dilatarsi. La prima volta salendo il termometro da gradi 14 ai 58, la colonna barometrica di poll. 28, linee 2 ossia di linee 338, crebbe di linee 3; onde essendo l'aumento del calore di gradi 44 fatta proporzione 44 gradi : 3 linee : : 80 gradi : x linee, risulta $x =$ linee $\frac{3 \times 80}{44} =$ linee 5, 454545. Ma per l'altezza barometrica di linee 338, instituendo quest'altra proporzione 338 : 324 : : 5, 454545 al quarto termine, trovasi linee 5, 2278 per l'allungamento di una colonna barometrica di linee 324, o di poll. 27 dal ghiaccio fondentesi al calore dell'acqua bollente sotto la pressione atmosferica di poll. 28, linee 2. Procedendo a cercare per la formola sopra al §. 4 recata del *De-Luc* il rapporto dei dilatamenti del mercurio all'acqua bollente sotto le pressioni di poll. 28 linee 2, e di soli poll. 27, siccome questo trovasi essere di 80,81647 : 80, così facendo una terza proporzione 80,81647 : 80 : : 5,2278 al quarto termine, risultano linee 5,17458 per allungamento della colonna barometrica di poll. 27 dal ghiaccio fondentesi al calore dell'acqua sotto la pressione di essa bollente. Nella seconda delle mie esperienze il termometro ascese dai gradi 12 $\frac{1}{2}$ ai 44, ed il barometro dai pollici 28 ai 28 e linee 2. Quindi per prima proporzione si ha; gradi 31 $\frac{1}{2}$: linee 2 $\frac{1}{10}$: : gradi 80 : linee $\frac{340}{63}$ = linee 5,396809. Per proporzione seconda 336 : 324 : : 5,396809 : 5,2040655. Per terza proporzione 80,78712 : 80 : : 5,2040655 : 5,153362. Il medio di questo, e del risultato della prima mia esperienza 5,17498 è linee 5,164171, che non supera quello computato dalle esperienze del Lorgna, che di $\frac{329}{10000}$ di linea, e quello computato dalle esperienze del P. da S. Martino di $\frac{584}{10000}$ di linea. Ma la maggior libertà all'aria calda procurata di espandersi con la grandezza della sala, e con l'apertura delle fenestre potè onninamente togliere ogni intendimento di pressione sulla superficie del mercurio?

§. 11.° Semplicissima, ed interamente immediata è l'esperienza istituita da *Rocheblave (Journal de Physique an.* 1781 *Tom.* XVII *);* poichè avendo saldata sopra la fiasca del barometro una lunga canna, lo immerse a dirittura prima nel ghiaccio, poi nell'acqua bollente. Ma che! Essendo il diametro del tubo internamente di 3 linee, ed essendo la fiasca, che sopra il braccio vi avea fatto soffiare, del diametro di pollici 2, linee 10, ossia di linee 34, e perciò la ragione dei diametri quella di 3 : 34, e la ragione delle superficie 9 : 1156, si credette in diritto di trascurare come minima la elevazione del mercurio nella fiasca, come farebbesi nell'abbassamento del barometro per diminuimento di pressione atmosferica, e di notar solo l'ascendimento della colonna mercuriale nel braccio lungo del barometro. Quanto però diverso sia il caso, e quanto ingannato siasi il nominato Fisico, apparisce a luce di meriggio da ciò che al 1.° Articolo fu dimostrato. Essendo al ghiaccio fondentesi l'altezza barometrica poll. 28 egli trovò, che passando all'acqua bollente, la superficie del mercurio salita era linee 6 $\frac{3}{4}$; d'onde deduce per l'altezza barometrica di poll. 27 l'accrescimento di linee 6 $\frac{1}{2}$; ma più prossimamente sarebbe di linee 6,508. Questo risultato supera di $\frac{508}{1000}$ quello del *De-Luc*, e troppo più quelli delle esperienze del Lorgna, del P. da S. Martino, dello *Shuckburg*, e delle mie. Ma già s'intende, che l'avere trascurato di diffalcare dall'ascendimento della superficie mercuriale nel braccio lungo del barometro l'elevamento del mercurio nella fiasca deve aver prodotto un eccesso. Facciamo un calcolo, e cerchiamo se, e quanto questa esperienza approssimare si possa alle altre. Avea la fiasca per diametro nel suo maggior largo linee 34, ed attesa la figura dall'autore esibita vedesi, che era, come al solito, ovale, ed alquanto più lunga, che grossa. Perciò sembra, che supporre si possa, che la metà della sua lunghezza, ed il pezzo di tubo, che la sosteneva, formassero una lunghezza di 3 in 4 pollici. Supponiamo per facilità di calcolo li 4, che sempre si potrà diminuire il risultato, se parrà di doverlo fare. Essendo pertanto l'altezza del mercurio nel braccio corto del barometro al ghiaccio fondentesi all'altezza del mercurio nel braccio lungo :: 4 : 32 :: 1 : 8, avrà in questa stessa ragione dovuto essere la salita del mercurio nel braccio corto entro la fiasca, e la salita della colonna mercuriale nel braccio lungo. Se quella chiamisi x, sarà questa stata $8x$. *Rocheblave* la notò di linee 6 $\frac{3}{4}$, onde ne viene $8x =$ lin. 6 $\frac{3}{4}$; ma per avere il vero aumento della colonna barometrica bisogna sottrarne la salita x del mercurio nel braccio corto. Dall'equazione $8x = \frac{27}{32} = 0,84371$ di linea, la qual quantità sottratta da linee 6,75, rimangono linee 5,90625 per accrescimento della colonna barometrica di 28 pollici. Quindi poi deducesi l'accrescimento della colonna barometrica di poll. $27 = \frac{27 \times 5,90625}{28} =$ linee $5,69531$ sarebbe quì finita la riduzione dell'esperienza di *Rocheblave*, se all'istante che fece bollir l'acqua, il barometro all'aria fosse stato alto pollici 27. Ma poichè al riferir dello stesso *Rocheblave* il barometro era a pollici 28 nel ghiaccio fondentesi, e per conseguenza a qualche linea di più di altezza all'aria, e sotto tale altezza considerar si deve bollente l'acqua nella quale poi lo trasferì, fa perciò di mestieri, per ridurre l'esperimento di *Rocheblave* al confronto con gli altri, diminuire, giusta la regola prescritta al N.° 4 le linee $5,69531$ in ragione di $\frac{80}{80,78704}$ almeno. Diminuendola in questa ragione risulterebbero linee $5,641$. Non si può diminuire nella ragione di $\frac{80}{80,81647}$, che giusta il §. 4 importerebbe che il barometro all'aria fosse a poll. $28,2$, e perciò la differenza di linee 2 tra il barometro all'aria, e lo stesso nel ghiaccio fondentesi; a supporre la qual differenza bisognerebbe immaginare un calore di presso a gradi 32. Si potrebbe di qualche cosa diminuire l'altezza di poll. 4 data al mercurio nel braccio corto, ma non si diminuirebbe abbastanza. Onde non veggo mezzo di ravvicinare agli altri il risultato dell'esperienza di *Rocheblave*. Chi volesse facilmente, ed esattamente insieme rifare l'esperienza di esso *Rocheblave* si serva di un barometro a sifone, e sul braccio corto saldi col fuoco una canna, che lo allunghi a più di 28 pollici, ed in questa insinui una verghetta di duro legno, od anche di ferro, contro cui il mercurio non ha azione, ben diritta, e di diametro poco meno di quello del vano della canna, e di tale lunghezza, che posando sul mercurio, sopravanzi per qualche pollice sopra la canna. Essa salirà, e discenderà col salire, e discendere della superficie del mercurio. Immerso lo strumento nel ghiaccio, e nell'acqua bollente, oltre segnare i punti della superficie della colonna mercuriale sul tubo del baro-

barometro, si segnino sulla verghetta gli anelli, o punti rasente la bocca della canna. L'intervallo di questi anelli o punti mostrerà la elevazione della superficie del mercurio nel braccio corto del barometro, che sottratta dall'intervallo dei punti segnati sul tubo barometrico, darà la elevazione relativa delle due superficie mercuriali, cioè il vero aumento della barometrica altezza. E notata di questa la lunghezza al ghiaccio, e su di un altro barometro all'aria l'altezza rappresentante la pressione atmosferica sotto la quale l'acqua ha bollito, si avrà tutto ciò, che si richiede ad una base certa delle variazioni barometriche per il calore.

§. 12.° Narra il P. *Cotte* nel tomo 1.° *Mémoires sur la Météorologie* pag. 518, che il P. *Carbois* Benedettino avendo parimente sepolto il barometro nel ghiaccio fondentesi, e nell'acqua bollente, trovò la dilatazione di linee 5. Non dice per quale altezza barometrica, siccome ommette pure di dirlo narrando immediatamente avanti le esperienze del *De-Luc*, e la dilatazione da esso inferitane di linee 6. Ma sapendosi, che tale dilatazione presso il *De-Luc* risguarda l'altezza barometrica di pollici 27 al ghiaccio, per giusto seguito di discorso, e contrapposizione dal *Cotte* intesa de' risultati, si vuol dedurre, che anche la dilatazione di linee 5 osservata dal *Carbois* debbasi riportare all'altezze barometriche di pollici 27 nella fusione del ghiaccio. Nulla poi esponendo il P. *Cotte* della forma del barometro dal *Carbois* usato; nulla dell'altezza del barometro all'aria rappresentante la pressione atmosferica, sotto la quale l'acqua bollito aveva; nulla del modo dell'esperienza; non posso farne esame a veder la causa dello scarso risultato. Rifletterò solo, che si può peccare in più, confondendo colla elevazione relativa della superficie della colonna barometrica la elevazione assoluta di essa, e prendendo questa in luogo di quella; e si può peccare altresì in meno non immergendo nel ghiaccio fondentesi, e nell'acqua bollente il barometro abbastanza, sino cioè alla sommità della colonna mercuriale.

§. 13.° Cita eziandio il P. *Cotte* a piè della medesima pagina un'esperienza di M. *Le-Gaux*, ma non ne reca neppure il risultato. Ed ivi stesso riferisce, che su la base di linee 5 di dilatazione per l'altezza barometrica di poll. 28 *Buissart* ha steso una tavola per le diverse altezze da quella di 3 sino a quella di 40 pollici di 6 in 6 linee, e per ciaschedun grado di calore dallo zero di *Reaumur* ai gradi 80, dividendo lo spazio di 5 linee in 500 parti di linea; tavola cui egli riferisce al fine del volume citato sotto titolo *Table Baro-Thermometrique Universelle*. Ma il fatto sta, che in questa tavola all'altezza barometrica di poll. 28 per il passaggio dallo zero detto alla temperatura di gradi 80 è assegnata la dilatazione di line $5 \frac{24}{100}$. Ho creduto di dover ciò notare per prevenire l'imbarazzo, in cui taluno potrebbe trovarsi.

§. 14.° A coglier frutto dai calcoli e riducimenti fatti gioverà mettere sotto una occhiata in una tavola i risultati provenuti. Intendendo adunque per lo zero termometrico quello del Signor *De-Luc* fissato al punto del ghiaccio fondentesi; per i gradi 80 termometrici quelli, ai quali secondo lo stesso autore s'innalza il termometro nell'acqua bollente sotto la pressione atmosferica rappresentata dall'altezza barometrica di pollici 27

La variazione, che chiamerò V dell'altezza barometrica di poll. 27 dallo zero ai gradi 80 si ha

V = lin. 5,131127 per deduzione dalle esperienze del Lorgna
V = lin. 5,105767 . . . . da quelle del P. di S. Martino
V = lin. 6 . . . . da quelle del *De-Luc*
V = lin. 5,0625 . . . . dall' $\frac{1}{64}$ talora da esso usata
V = lin. 5,17498 . . . . dalla esperienza mia prima
V = lin. 5,16417 . . . . dalla seconda

Prendendo il medio di tutti risulterebbe
V = lin. 5,273
Non contando il V = lin. 6 proverrebbe a medio degli altri
V = 5,1236

Io lascierò ad ognuno lo sciegliere come più gli piace. Desidero che alcuno esperimenti secondo il metodo al fine del §. 11.° prescritto.

ARTICOLO III

Confronto delle altezze Barometriche liberandole dall' effetto della diversa temperatura.

Teorema 1.° Detta V quella variazione, che adottata si avrà, della colonna barometrica di pollici 27, o sia di linee 324 corrispondente alla differenza termometrica di gradi 80 dal ghiaccio fondentesi all' acqua bollente sotto la pressione atmosferica rappresentata da pollici 27, sarà la variazione V' di un' altra colonna barometrica R qualunque, maggiore, o minore di linee 324 per la medesima differenza termometrica $= \frac{R}{324} . V$

Teorema 2.° E se dicasi V'' la variazione della medesima barometrica colonna di linee 324 per gradi termometrici numero G di quelli 80, o sopra, o sotto lo zero, vale a dire o sopra o sotto la temperatura del ghiaccio fondentesi, sarà $V'' = \frac{G}{80} . V$

Teorema 3.° E quindi denotando per V''' la variazione di una colonna barometrica qualunque R per la differenza dei gradi termometrici G, sarà componendo $V''' = \frac{R}{324} . \frac{G}{80} . V$

La verità del Teorema 1.° è per sè evidente. E quella dei Teoremi 2.°, e 3.° si renderà a chiunque chiara, sol che avverta, che si sono da me poste in corrispondenza, e proporzione, variazione di colonna barometrica, e differenza di gradi termometrici, non già di gradi di calor reale. Per le esperienze del *De-Luc* l' andamento del mercurio in dilatarsi, o condensarsi non segue con esatta legge l' andamento dei gradi del calor reale; e quinci non può esservi esatta proporzione tra le differenze di calor reale, e le variazioni di una colonna barometrica per cagion loro. Ma essendo il termometro a mercurio, siccome io suppongo, agli effetti di dilatamento, o di condensamento che gli accrescimenti, o diminuzioni di calor reale produrranno sul termometro, corrisponderanno in esatta proporzione li decrescimenti, od aumenti della gravità specifica del mercurio in una colonna barometrica, e perciò le variazioni di questa seguiranno in giusta proporzione le differenze termometriche.

TEOREMA 4.° Essendo R una qualunque colonna barometrica nel ghiaccio fondentesi, ossia alla temperatura di esso, e si denoti per A l'altezza a cui si allungherà, o si contrarrà alla temperatura di gradi G sopra o sotto lo zero, sarà $R \pm \frac{R}{324} \cdot \frac{G}{80} \cdot V = A$; con che data R si conoscerà A.

TEOREMA 5.° Viceversa data A, si conoscerà $R = \frac{A}{1 \pm \frac{V}{324} \cdot \frac{G}{80}}$

Quindi se A sia una qualunque altezza barometrica osservata, che chiamerò *Apparente*, sarà R quella alla quale ridurrebbesi alla temperatura del ghiaccio fondentesi, e che perciò appellerò la sua *Ridotta*. Per tal modo riducendo tutte le altezze barometriche alla temperatura del ghiaccio fondentesi si condurranno a confronto, liberandole dall'effetto del calore diverso, e non lasciando in esse altra differenza che della diversa pressione atmosferica.

SCOLIO. Per mezzo dell'equazione $R = \frac{A}{1 \pm \frac{V}{324} \cdot \frac{G}{80}}$ è facile formare una tavola, quanto si voglia estesa, di altezze ridotte R corrispondenti alle apparenti A. Si scriva in colonna verticale a sinistra della tavola la serie dei numeri +30, +29.....0, —1, —2...—20 esprimenti i gradi termometrici G da 30 sopra zero sino a 20 sotto di esso. In linea orizzontale all'alto della tavola si stenda la serie delle apparenti barometriche altezze A, cominciando da pollici 13, altezza di 3 linee minore di quella del barometro sul Chimboraco, e continuando sino a pollici 30 con crescere di linea in linea. Si fissi la grandezza, che si giudica la più provata dalla variazione V della colonna barometrica di linee 324 dalla temperatura del ghiaccio fondentesi a quella dell' acqua bollente sotto la pressione atmosferica di pollici 27. Si computi in frazione decimale di figure almeno 5 il valore del coefficiente $\frac{1}{1+\frac{G}{80}\cdot\frac{V}{324}}$ per li 30 gradi termometrici $+G$ da 30 sopra lo zero sino ad esso, ed il valore di $\frac{1}{1-\frac{G}{80}\cdot\frac{V}{324}}$ per li gradi 20, $-G$ sotto zero. Si moltiplichi ciascheduna delle altezze barometriche apparenti A per le cinquanta frazioni decimali, e sotto di ciascheduna si ordini la rispettiva colonna verticale de' prodotti. Sarà composta la tavola, e riuscirà comodissima. Osservata sul barometro l'altezza A, e sul termometro, che lo accompagna sospeso a fianco, e verso il mezzo della barometrica colonna, la temperatura $\pm G$; rimpetto a questa, e sotto di A troverà subito l'altezza barometrica ridotta R.

PROBLEMA 1.° Invece di ridurre l'altezza apparente A alla temperatura zero del *De-Luc*, ridurla a qualunque altro grado g di quella scala.

Si denoti per R' l'altezza apparente A così ridotta, e siccome nel *Teorema* 4.° si è dimostrata $A=R\pm\frac{R}{324}\cdot\frac{G}{80}\cdot V$, in simil modo è evidente, che risulterà $R'=R\pm\frac{R}{324}\cdot\frac{g}{80}\cdot V$ $=R\left(1\pm\frac{g}{80}\cdot\frac{V}{324}\right)$. Sia un' altra altezza barometrica apparente a, e denotata per r la sua ridotta allo zero, si denoti per r' la ridotta sua al grado g; sarà similmente

$$r'=r\left(1\pm\frac{g}{80}\cdot\frac{V}{324}\right)$$

E quinci $\frac{R'}{r'}=\frac{R\left(1\pm\frac{g}{80}\cdot\frac{V}{324}\right)}{r\left(1\pm\frac{g}{80}\cdot\frac{V}{324}\right)}=\frac{R}{r}$. D'onde ne segue

TEOREMA 6.° Le altezze barometriche apparenti A di diversi luoghi, in diversi tempi, a differenti temperature se riducansi ad un qualunque stesso grado g della scala del *De-Luc*, avranno così ridotte la medesima geometrica ragione tra loro, che se ridotte fossero alla temperatura del ghiaccio fondentesi. E se dalla riduzione al grado g si trasportino all' altro comune grado g', le nuove ridotte pure conserveranno la stessa ragione.

PROBLEMA 2.° Esprimere R' per A

Nell' equazione $R' = R\left(1 \pm \frac{g}{80} \cdot \frac{V}{324}\right)$ si sostituisca l' espressione di $R = \frac{A}{1 \pm \frac{G}{80} \cdot \frac{V}{324}}$, e si otterrà $R' = \frac{\left(1 \pm \frac{g}{80} \cdot \frac{V}{324}\right) A}{1 \pm \frac{G}{80} \cdot \frac{V}{324}}$ dove si badi bene, che G è la temperatura particolare dell' altezza barometrica apparente A, e g la comune delle riduzioni R'.

PROBLEMA 3.° Ridurre le altezze barometriche apparenti A allo zero di qualsivoglia scala data.

Sebbene paja dover importare qualche difficoltà questo problema, pure facile via ad esso apre il Problema 1.°. Si è trovato $R' = R\left(1 \pm \frac{g}{80} \cdot \frac{V}{324}\right)$. Si denoti per R'' la ridotta allo zero della data scala, ed osservisi, che esso zero sarà un qualche grado g della scala del *De-Luc*. Tutto dunque consiste in determinare g per le proprietà costitutive della data scala. Sia N il numero de' gradi che su di essa si conta, o calcolando trovasi doversi contare dal ghiaccio fondentesi all' acqua bollente sotto la pressione atmosferica di poll. 27. Ogni grado di essa scala sarà $= \frac{80}{N}$ di un grado della scala del *De-Luc*. Abbia poi essa scala il suo zero, numero n de' suoi gradi sotto, o sopra della temperatura del ghiaccio fondentesi; sarà la distanza di esso zero dallo zero del *De-Luc* $= \frac{80}{N} \cdot n$ gradi della scala del *De-Luc*. Si faccia pertanto

$\pm \frac{80}{N} \cdot n = \pm g$, e si conseguirà $R'' = R\left(1 \pm \frac{n}{N} \cdot \frac{V}{324}\right)$, e quindi il

Teorema 7.° Le ridotte R'' allo zero di qualsivoglia scala data avranno fra loro la ragione geometrica stessa che le ridotte R allo zero della scala del *De-Luc*.

Problema 4.° Esprimere R'' per A

Sostituito il valore di R proverrà $R'' = \frac{\left(1 \pm \frac{n}{N} \cdot \frac{V}{324}\right) A}{1 \pm \frac{G}{80} \cdot \frac{V}{324}}$.

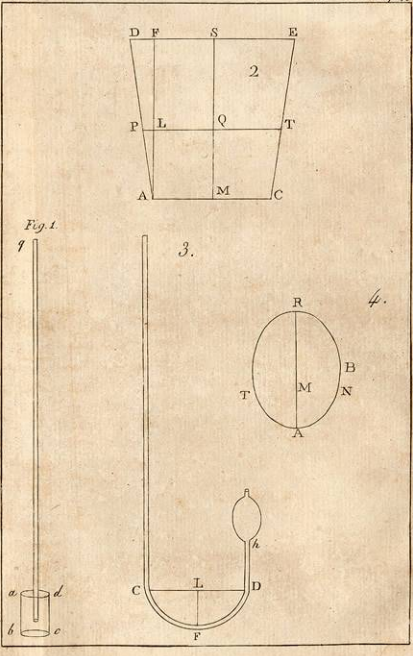
Ma G è sulla scala del *De-Luc*. Or la temperatura di A sia sulla scala data a gradi m sopra o sotto lo zero di essa scala; questi gradi m equivaleranno in grandezza a gradi $\frac{80}{N} \times m$ della scala del *De-Luc*. Ed essendo, come si è ricavato nel Problema 3.°, lo zero della data scala dallo zero del *De-Luc* gradi $\frac{80}{N} \cdot n$ della scala del *De-Luc*; la distanza dei gradi m della scala data dallo zero del *De-Luc* sarà $= \frac{80}{N}(n \pm m)$ gradi della scala del *De-Luc*; dunque facendo $G = \frac{80}{N}(n \pm m)$ si avrà $R'' = \frac{\left(1 \pm \frac{n}{N} \cdot \frac{V}{324}\right) A}{1 \pm \frac{(n \pm m)}{N} \cdot \frac{V}{324}}$

Problema 5.° Ridurre le apparenti barometriche altezze A a qualunque grado p di qualunque data scala.

Si rappresenti per R''' la cercata ridotta; e per le cose sopra ricavate è manifesto, che al grado p della data scala corrisponderà sulla scala del *De-Luc* il grado $\frac{80}{N} \cdot (n \pm p)$: laonde fatto $g = \frac{80}{N}(n \pm p)$ si avrà

$R''' = R\left(1 \pm \frac{n \pm p}{N} \cdot \frac{V}{324}\right)$, e perciò il

Teorema 8.° Le ridotte R''' a qualunque grado p di qualunque data scala serberanno fra loro la ragione stessa, che le ridotte R allo zero della scala del *De-Luc*.


D F S E
2
P L Q T
A M C
Fig. 1.
q
3.
4.
R
B
T M N
A
h
a d
C L D
b c
F

PROBLEMA 6.° Esprimere R''' per A

$$\text{Sarà } R''' = \frac{\left(1 \pm \frac{n \pm p}{N} \cdot \frac{V}{324}\right) A}{1 \pm \frac{n \pm m}{N} \cdot \frac{V}{324}}$$

Ecco pertanto un

TEOREMA GENERALE. Sieno quante, e quanto si voglia diverse scale termometriche, e sia qualunque il grado su di ciascuna scelto a comune riduzione delle barometriche altezze apparenti, le ragioni delle ridotte in una scala qualunque saranno le medesime, che le ragioni delle ridotte in altra qualunque scala.

Si è dimostrata questa generale verità col calcolo. La ragione fisica si è, che ridurre le altezze barometriche apparenti da varie temperature affette ad una comune temperatura altro non è, che ridurre il mercurio delle barometriche colonne ad una medesima comune densità, e gravità specifica, sempre che la gravità specifica del mercurio sia la medesima, e comunque si varii si renda a tutte le barometriche colonne comune, le ragioni tra le altezze loro rimarranno le stesse ricevendo proporzionali cangiamenti. Quindi spontanei ne fluiscono i seguenti corollarj.

COROLLARIO 1.° Qualora dunque delle altezze barometriche ad una stessa temperatura ridotte non si cerchi, e ad impiegare non abbiasi che la geometrica loro ragione, ogni riduzione è buona, ed è cosa indifferente appigliarsi ad una, o ad altra.

COROLLARIO 2.° La tavola di una riduzione, come quella della riduzione alla temperatura del ghiaccio fondentesi, fornisce ad un tempo le ragioni geometriche di qualunque altra riduzione, non solo a qualunque grado dell'ordinaria scala del *De-Luc*, ma eziandio allo zero, o qualsiasi grado di altra scala qualunque.

COROLLARIO 3.° Per trovare le ridotte di una riduzione qualunque e formarne la tavola, basta moltiplicare le ridotte R della riduzione alla temperatura del ghiaccio fondentesi,

tesi, per una quantità costante somministrata dalla rispettiva formola.

La formola $R''' = R\left(1 \pm \frac{n \pm p}{N} \cdot \frac{V}{324}\right)$ le comprende tutte, essendo la generale del Problema 5.°, e restringendosi a quella del Problema 3.° con fare $p = 0$, ed a quella del Problema 1.° con fare $N = 80, n = 0, p = g$.