PENDOLO IDROMETRICO COMPOSTO.

MEMORIA

Del Sig. Giuseppe Venturoli.

Ricevuta li 15 *Luglio* 1808.

1. Gli strumenti destinati a misurare la velocità delle acque correnti ponno riferirsi a due classi; poichè altri sono galleggianti, ed altri fissi.

2. Alla prima classe appartengono oltre il galleggiante semplice, anche l'asta ritrometrica, ed il galleggiante composto; recenti ed utili invenzioni de' chiarissimi Consocj *Bonati* e *Brunacci*. Speditissimo è l'uso di questi strumenti; l'osservatore gli lascia in balia della corrente, nè gli rimane altra cura se non che di misurare la velocità colla quale camminano, e di rilevare presso a poco la loro declinazione dalla verticale.

3. Ma d'altra parte l'uso loro è ristretto ad esplorare il corso dell'acqua solamente nel filone, e nella perpendicolare che al filone corrisponde; e così non ponno servire al principale intento di queste sperienze, qual è di conoscere la velocità in tutti i punti d'una proposta sezione onde averne la velocità media e la portata. Per questo fine conviene ad ogni modo ricorrere a quegli strumenti che possano fermarsi sopra qualsivoglia perpendicolare della sezione, e ricercarne ogni punto.

4. Di questa seconda classe di strumenti ne sono stati immaginati ben molti. Ma sia per le gravi eccezioni che incontrarono, sia pel troppo difficile ed operoso maneggio, presso che tutti sono oggimai disusati. Il tubo di *Pitot*, ed il pendolo idrometrico sono i soli che io veggio posti in qualche uso, e commendati anche al dì d'oggi.

5. Pregiasi il tubo di *Pitot* per la facilità dell'osservazione, e per la poca briga del calcolo. Se non che nei grandi e rapidi fiumi riesce difficile il poterlo fissar saldamente a qual-

che profondità. E d'altra parte nelle tarde correnti l'altezza della colonna prominente è sì poca, che ogni picciolo errore fa gran divario. Già l'ondeggiar continuo dell'acqua entro il tubo non permette di misurar con precisione codesta altezza. Ora la velocità ordinaria de' fiumi mezzani non eccede guari (*a*) metri 0, 75; onde la colonna non arriva a sporgere di tre centimetri. E per poco che si sbagli nel misurare un alzamento sì picciolo, ne viene un errore ben grande nella stima della velocità.

6. Miglior di tutti senza paragone sarebbe quello strumento, che prima di tutti fu immaginato, voglio dire il pendolo idrometrico. Ma l'incurvamento del filo sott'acqua rende affatto fallace l'osservazione dell'angolo per cui esso filo declina dalla verticale. Poichè la declinazione del filo dove sporge fuori dalla corrente è ben diversa dalla declinazione dello stesso filo nell'altro suo capo dov'è attaccata la palla, e solamente quest'ultima declinazione serve a misurare la forza con cui essa palla è percossa. Nè vi è modo di conoscere uno di questi angoli per mezzo dell'altro; poichè il rapporto loro dipende dalla curva del filo, e questa curva dipende dalla scala delle velocità, che è appunto quella che si cerca.

7. Io non so come non s'avvidero di questa fallacia quegl' idrometri che hanno maneggiato così di frequente il pendolo idrometrico. *Zendrini* che nelle Sezioni di Po fece con esso tante prove, pare che punto non s'accorgesse dell'incurvamento del filo, ed il P. *Lecchi* che ben se ne accorse, pur non ne fece gran caso. Fu il chiarissimo Sig. *Bonati* che ritrasse gl'idrometri da un inganno così universale.

8. Rincresceva il dover abbandonare uno strumento altronde sì comodo; onde si pensò a correggerlo. Nel 1797 il P. *Ferrari* (*b*) propose per tal effetto un suo divisamento. Ma il Sig. *Bonati* (*c*) vi trovò le stesse eccezioni per riguardo alla teoria, ed io temerei pure che fosse per incontrar non poche difficoltà per riguardo alla pratica, se si volesse mettere a prova.

9. Una correzione più facile del pendolo idrometrico io proposi all'Accademia delle Scienze di Bologna nello stesso

(*a*) *Ximenes* Nuove sperienze idrauliche art. 104.
(*b*) Dissertazioni idrauliche, Milano 1797.
(*c*) Società Italiana Tom. VIII, Part. II.

anno 1797. Questa consiste nel sostituire al filo colla palla una semplice asta e canna cilindrica, la quale immergendosi a poco a poco sotto il pelo della corrente, col progresso delle sue declinazioni dalla verticale dimostri il progresso delle velocità. Ne feci anche un cenno negli Elementi d'Idraulica (a) che ho pubblicati l'anno scorso, ed or mi propongo di spiegarla distesamente, parendomi pregio dell'opera il ridonare all'idrometria uno strumento così semplice e così comodo.

10. Sia l'asta cilindrica ed omogenea AG (*Fig.* 1) sospesa dall'estremo A, e sommersa nella corrente pel tratto CG. Sia questo tratto diviso negl'intervalli eguali Cp, pq, qr ec. Dicasi la lunghezza $AG = a$, la lunghezza della parte sporgente $AC = m$, la lunghezza di ciascuno degl'intervalli Cp, pq ec. $= 2n$. Dicasi il raggio della sezion trasversale dell'asta $= r$, la gravità specifica dell'asta $= 1 + \gamma$ (essendo quella dell'acqua $= 1$), e la sua declinazione dal perpendicolo, ossia l'angolo $bAG = \phi$. Finalmente le velocità colle quali l'acqua percuote i tratti Cp, pq, qr ec. sieno rispettivamente dovute alle altezze f, f', f'' ec.

11. Tre forze diverse agiscono sull'asta. La prima è il di lei peso, che chiamando π il rapporto della circonferenza al diametro del cerchio, trovasi $= a\pi r^2(1 + \gamma)$. Questa forza agisce verticalmente, e risolvendola in due l'una normale ad AG, e l'altra secondo AG, risulta la prima $= a\pi r^2(1+\gamma)\sin.\phi$. E dovendosi questa forza intendere applicata al punto di mezzo della AG, il suo momento per inclinar l'asta attorno il punto A viene $= \frac{1}{2} a^2\pi r^2(1 + \gamma)\sin.\phi$.

12. La seconda forza è la spinta verticale dell'acqua contro la parte sommersa CG. È questa forza $= (a - m)\pi r^2$, ed esercita in direzione perpendicolare all'asta lo sforzo $= (a-m) \times \pi r^2 \sin.\phi$. Devesi poi intendere applicata al punto di mezzo della CG, onde il suo momento rispetto al punto A risulta $= \frac{1}{2}(a^2 - m^2)\pi r^2 \sin.\phi$.

13. La terza forza si è l'urto della corrente contro l'asta. L'urto dell'acqua contro la superficie d'un cilindro vale (b) gli undici ventesimi dell'urto diretto contro la sezion longitudinale

(a) Lib. III, Cap. 15.

(b) *Alembert*, *Condorcet* et *Bossut* Nouv. Expériences sur la résist. des fluides. Exp. 185 . . . . 194.

dinale di esso cilindro. Ciò posto, seguendo la nota dottrina della resistenza de' fluidi, troveremo gli urti normali contro i singoli tratti Cp, pq, qr ec. essere $\frac{11}{10}\cdot 2nrf\cos.\phi^2$, $\frac{11}{10}\cdot 2nrf'\times\cos.\phi^2$, $\frac{11}{10}\cdot 2nrf''\cos.\phi^2$ ec. Questi urti si debbono applicare ai punti di mezzo de' rispettivi tratti Cp, pq, qr ec. e le distanze di questi punti da A sono $m+n$, $m+3n$, $m+5n$ ec. Laonde il total momento della percossa dell' acqua contro tutta la CG viene ad essere

$$\tfrac{11}{10}\cdot 2nr\cos.\phi^2\{(m+n)f+(m+3n)f'+(m+5n)f''\ldots\}$$

14. Di queste tre forze la prima tende a piegar l'asta a basso, e ricondurla alla situazion verticale, le altre due hanno effetto contrario. Eguagliando il momento della prima a quelli delle altre due, siccome richiede l'equilibrio, troveremo (preso $\pi=\frac{22}{7}$) l'equazione

$$(E)\ \frac{10r\sin.\phi}{7\cos.\phi^2}(a^2\gamma+m^2)=2n(m+n)f+2n(m+3n)f'+2n(m+5n)f''+\ldots$$

15. Ciò premesso, ecco la via da tenersi per cercare col pendolo le velocità nella perpendicolare Bb. Collocato il centro A sulla proposta perpendicolare, vadasi esso di mano in mano abbassando in guisa che da prima si tuffi sott'acqua l'ultima divisione Gh, indi la seguente hk, poi la terza ki, e così successivamente ad ogni ripresa un nuovo intervallo si nasconda sotto il pelo della corrente. Si noti ad ogni volta il corrispondente angolo ϕ. Dalla serie di questi angoli conosceremo il progresso delle velocità mediante il calcolo seguente.

16. Siano le situazioni dell' asta ne' consecutivi abbassamenti (*Fig.* 2) AG, AG, AG, ec. così che da prima si trovi sott' acqua il tratto estremo Gh, poscia il tratto doppio Gk, indi il triplo Gi, e così di mano in mano. Gli angoli di declinazione A, A, A ec. del più alto venendo al più basso si distinguano colle lettere ϕ, ϕ', ϕ'' ec. e le lunghezze dell' asta sporgenti fuor d'acqua Ah, Ak, Ai ec. colle lettere m, m', m'' ec. Pei termini G, G, G si conducano le orizzontali GM, GN, GO le quali nelle porzioni sommerse dell' asta seghino gl' intervalli hG, $k\beta$, βG ec. Ognuno di questi intervalli s' intenda diviso per mezzo ne' punti Q, R, S ec. Mentre poi l'asta nel suo discendere viene successivamente investita dalle colonne d'acqua sempre più basse BM, MN, NO ec. le velocità di queste colonne siano rispettivamente dovute alle altezze f, f', f'' ec.

17. L'equilibrio dell'asta nelle successive posizioni AG, AG, AG ec. ne somministrerà altrettante equazioni analoghe all'equazione (E) dell'art. 14. La formola $\frac{10 r \sin.\phi}{7 \cos.\phi^2}(a^2\gamma + m^2)$ si faccia per brevità $= M$, e le lettere M', M'' ec. denotino la stessa formola, poste in luogo di ϕ e di m le lettere ϕ', ϕ'' ec. m', m'', ec. Le equazioni sopra dette saranno

$$M = hG \,.\, AQ \,.\, f$$
$$M' = k\beta \,.\, AR \,.\, f + \beta G \,.\, AS \,.\, f'$$
$$M'' = i\gamma \,.\, AT \,.\, f + \gamma\delta \,.\, AV \,.\, f' + \delta G \,.\, AX \,.\, f''$$

. . . .

Resta solo che troviamo le espressioni analitiche delle linee hG, AQ, $k\beta$ ec.

18. Ora abbiamo $BM = 2n \cos.\phi$, $BN = 4n \cos.\phi'$, $BO = 6n \cos.\phi''$, onde $MN = 4n \cos.\phi' - 2n \cos.\phi$, $NO = 6n \cos.\phi'' - 4n \cos.\phi'$. Quindi $hG = 2n$

$$k\beta = \frac{2n \cos.\phi}{\cos.\phi'} \quad ; \; \beta G = \frac{4n \cos.\phi' - 2n \cos.\phi}{\cos.\phi'}$$

$$i\gamma = \frac{2n \cos.\phi}{\cos.\phi''} \quad ; \; \gamma\delta = \frac{4n \cos.\phi' - 2n \cos.\phi}{\cos.\phi''} \quad ; \; \delta G = \frac{6n \cos.\phi'' - 4n \cos.\phi'}{\cos.\phi''}$$

. . . .

E finalmente

$$AQ = m + n$$

$$AR = m' + \frac{n \cos.\phi}{\cos.\phi'} \; ; \; AS = m' + \frac{2n \cos.\phi' + n \cos.\phi}{\cos.\phi'}$$

$$AT = m'' + \frac{n \cos.\phi}{\cos.\phi'} \; ; \; AV = m'' + \frac{2n \cos.\phi' + n \cos.\phi}{\cos.\phi'} \; ; \; AX = m'' + \frac{3n \cos.\phi'' + 2n \cos.\phi'}{\cos.\phi''}$$

. . . .

19. Per abbreviare si faccia

$$2n \cos.\phi = \alpha \qquad\qquad n \cos.\phi = \beta$$
$$4n \cos.\phi' - 2n \cos.\phi = \alpha' \qquad\qquad 2n \cos.\phi' + n \cos.\phi = \beta'$$
$$6n \cos.\phi'' - 4n \cos.\phi' = \alpha'' \qquad\qquad 3n \cos.\phi'' + 2n \cos.\phi' = \beta''$$

. . . .

Le denominazioni del precedente articolo si scriveranno più brevemente così

$$hG = \frac{\alpha}{\cos.\phi}$$

$$k\beta = \frac{\alpha}{\cos.\phi'} \quad ; \; \beta G = \frac{\alpha'}{\cos.\phi'}$$

$$i\gamma = \frac{\alpha}{\cos.\phi''} \quad ; \gamma\delta = \frac{\alpha'}{\cos.\phi''} \quad ; \delta G = \frac{\alpha''}{\cos.\phi''}$$

. . . .

$$AQ = m + \frac{\beta}{\cos.\phi}$$

$$AR = m' + \frac{\beta}{\cos.\phi'} \quad ; AS = m' + \frac{\beta'}{\cos.\phi'}$$

$$AT = m'' + \frac{\beta}{\cos.\phi''} \quad ; AV = m'' + \frac{\beta'}{\cos.\phi''} \quad ; AX = m'' + \frac{\beta''}{\cos.\phi''}$$

. . . .

20. Sostituiti questi valori, le equazioni dell'art. 17 riescono

$$M = \frac{\alpha}{\cos.\phi}\left(m + \frac{\beta}{\cos.\phi}\right)\int$$

$$M' = \frac{\alpha}{\cos.\phi'}\left(m' + \frac{\beta}{\cos.\phi'}\right)\int + \frac{\alpha'}{\cos.\phi'}\left(m' + \frac{\beta'}{\cos.\phi'}\right)\int'$$

$$M'' = \frac{\alpha}{\cos.\phi''}\left(m'' + \frac{\beta}{\cos.\phi''}\right)\int + \frac{\alpha'}{\cos.\phi''}\left(m'' + \frac{\beta'}{\cos.\phi''}\right)\int' + \frac{\alpha''}{\cos.\phi''}\left(m'' + \frac{\beta''}{\cos.\phi''}\right)\int''$$

. . . .

21. Tante sono queste equazioni, quante le incognite $\int, \int', \int''$ ec. determinate le quali conosceremo le velocità della corrente negli strati BM, MN, NO ec. che saranno $\sqrt{2g\int}$, $\sqrt{2g\int'}$, $\sqrt{2g\int''}$ ec. esprimendo per g la gravità, onde in metri sarà $g = 9,8088$. E la portata della perpendicolare BMNO.... ossia la quantità dell'acqua fluente per essa in un minuto secondo sarà

$$\alpha\sqrt{2g\int} + \alpha'\sqrt{2g\int'} + \alpha''\sqrt{2g\int''} + \text{ec.}$$

22. Dichiarata sin qui la teorìa del pendolo composto, soggiungerò alcune poche avvertenze opportune a renderne la pratica quanto più si può agevole e sicura. Ed in primo luogo io non credo che il calcolo occorrente per trovare le successive velocità possa parer troppo lungo a qualsivoglia mezzano calcolatore. Oltre di che osservo che per aver la portata con sufficiente esattezza basteranno comunemente tre o quattro immersioni tutt'al più. A rigore, se le velocità calano andando dal pelo d'acqua verso il fondo, la portata che si calcola riuscirà alcun poco minore del giusto; e se crescono, riuscirà alcun poco maggiore. Imperocchè le velocità dovute alle altezze $\int, \int', \int''$ ec. sono nel primo caso alquanto minori che non sono le velocità medie de' corrispondenti intervalli α, α', α'' ec. e nel secondo caso alquanto più grandi. Con

tutto ciò quest'aberrazione è tanto più leggera, quanto meno variano le velocità entro gl'intervalli suddetti; e siccome per ordinario la degradazione delle velocità è assai lenta, così l'errore sarà comunemente insensibile.

23. Che se poi si volessero le immersioni più spesse, affine di riconoscere più minutamente la degradazione delle velocità, allora in vece delle equazioni dell'art. 20 potremmo calcolare queste altre

$$\frac{1}{2n} . M = (m + n) f$$

$$\frac{1}{2n} . M' = (m' + n) f + (m' + 3n) f'$$

$$\frac{1}{2n} . M'' = (m'' + n) f + (m'' + 3n) f' + (m'' + 5n) f''$$

. . . .

ovvero

$$\frac{1}{2n} . M = (a - n) f$$

$$\frac{1}{2n} . M' = (a - 3n) f + (a - n) f'$$

$$\frac{1}{2n} . M'' = (a - 5n) f + (a - 3n) f' + (a - n) f''$$

. . . .

le quali si formano e si calcolano assai più speditamente. Le velocità determinate da queste equazioni sono prossimamente le velocità de' punti equidistanti della perpendicolare Bb; fra le quali prenderemo la velocità media, che moltiplicata per Bb darà a conoscere la portata.

24. Ma l'avvertenza più essenziale si è che la declinazione ϕ non oltrepassi li 30 gradi, eziandio nelle immersioni più profonde. Poichè altrimenti l'angolo d'incidenza col quale l'acqua investe l'asta del pendolo tornerebbe minore di 60 gradi. Or si sa che al di sotto dei 60 gradi gli urti cominciano a scostarsi sensibilmente dalla proporzione de' quadrati dei seni d'incidenza, proporzione che abbiamo adottata nella Teorìa.

25. D'altra parte giova tener l'asta leggera il più che si può, affinchè le declinazioni vengan grandi, e le differenze loro facilmente si discernano. Adunque convien procurare di dare all'asta quella gravità specifica che occorre affinchè nell'immersione infima essa declini dalla verticale per trenta gradi, o poco meno.

26. Questa gravità specifica per quanto all'uopo nostro si richiede, potrà determinarsi a un dipresso nel seguente modo. Trovisi colla prova d'un galleggiante la velocità superficiale della corrente. Ora se io suppongo che questa velocità si mantenga uguale per tutta la perpendicolare, e suppongo l'asta immersa a quella maggior profondità a cui voglio arrivare, in questa ipotesi troverò facilmente qual debba essere la gravità specifica dell'asta, affinchè sia $\phi = 30^\circ$. Il che avrò dall'equazione

$$\frac{10 r \sin.\phi}{7 \cos.\phi^2}(a^2\gamma + m^2) = 2n(m+n)f$$

dove $2n$ sarà la lunghezza di tutta la parte sommersa, ed m la lunghezza della parte che sporge. Determinato per questa equazione il γ, sarà $1+\gamma$ la gravità specifica conveniente all'asta da adoperarsi. Poichè se le velocità da cima a fondo decrescono, siccome avvien quasi sempre, avrò nell'immersione più profonda una declinazione alquanto minore dei trenta gradi, e così starò sul sicuro.

27. Ma poichè ogni sezion diversa richiederà diversa gravità specifica, converrebbe mutar asta ad ogni esperimento. A quest'incomodo si provvede con un facil ripiego. Un'asta vuota al di dentro a modo di canna, il peso della quale potrà accrescersi a piacere col versare entro il cavo, della pallina o migliarola di piombo, si accomoda con somma facilità a tutti i casi. Un breve calcolo ci mostrerà quanto peso di pallina si debba gettare nel vano della canna, affinchè le sue declinazioni tornino le stesse che sarebbono se l'asta fosse omogenea ed avesse la gravità specifica determinata nell'articolo precedente.

28. Sia p il raggio della sezion cilindrica del vano della canna; e sia $1+\gamma$ la gravità specifica della canna vuota; $1+\delta$ la gravità specifica conveniente all'esperimento (art. 26); e finalmente $1+\lambda$ la gravità specifica della pallina. Convien cercare qual peso P di pallina debbasi introdurre nella canna, affinchè il momento del suo peso riesca lo stesso che se l'asta fosse omogenea con gravità specifica $= 1+\delta$. E si troverà

$$P = a - a\sqrt{\left(1 - \frac{r^2}{p^2}\cdot\frac{\delta-\gamma}{1+\lambda}\right)}.$$

29. Per ultimo dirò alcuna cosa della forma del sostegno, o armatura del pendolo, la quale mi piacerebbe che fosse a

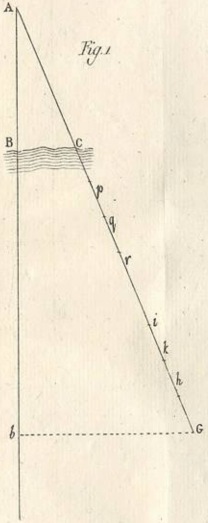

Fig. 1

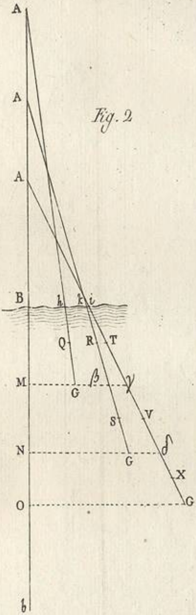

Fig. 2

questo modo. In riva alla corrente ergasi una colonnetta di legno divisa minutamente in parti eguali. Quindi esca e sporga sopra il fiume con braccio o spranga orizzontale di metallo, lunga quanto più si può, ed infilata per una staffa quadra alla colonnetta in guisa da potere scorrere su e giù per essa, e fermarsi a vite dove si vuole. Penda da questo braccio l'asta del pendolo mediante un anello inserito nella spranga, e che permetta all'asta la libertà di girare a seconda della corrente. E possa quest'anello facilmente trascorrere lungo la spranga, così che possiamo ora portarlo avanti quanto comporta la lunghezza della spranga, ed ora ritirarlo più vicino alla sponda.

30. Parmi che questa foggia di sostegno ne prometta diversi vantaggi. Il primo è di potere in una sola stazione esplorare più d'una perpendicolare. Ne' piccioli canali spesse volte verrà fatto di compiere la misura dell'intera sezione con una stazion sola, o al più con due che si facciano l'una rimpetto all'altra nelle due rive opposte. Nè vi sarà bisogno o di gettare un ponte, o di portar lo strumento su d'una barca. Quando poi sia necessario ricorrere a questi ripieghi, sarà sempre un vantaggio il potersi estendere alle perpendicolari alquanto discoste dal ponte, o dalla barca, ed esenti dalle alterazioni che la vicinanza di questi ostacoli potrebbe indurre.

31. In secondo luogo mentre abbassiamo il braccio orizzontale sicchè il pelo dell'acqua tocchi successivamente i punti h, k, i ec. (*Fig.* 1) noi mediante le divisioni della colonnetta sappiamo ad ogni volta l'altezza del centro di sospensione sopra il piano in cui posa il piede dello strumento, ed aggiungendovi l'elevazione di questo piano sopra il pelo dell'acqua, conosciamo a ciascuna immersione l'altezza AB.

32. In terzo luogo non v'è bisogno di quadrante per misurare le declinazioni del pendolo. Poichè conoscendo noi ad ogni volta AB, ed AC, conosciamo anche $\cos.\phi = \frac{AB}{AC}$.

33. Queste facilità mi fanno ravvisare nel pendolo composto quelle migliori condizioni che possono richiedersi in uno strumento idrometrico. Bramerei che altri s'invogliasse di farne la prova, ed io pure mi propongo di farla a qualche tempo, giacchè il pratico maneggio dello strumento potrà forse condurci a perfezionarlo maggiormente, siccome pure a trovar compenso ai difetti che per avventura vi si scoprissero.