

## L E T T E R A

AL SIG. CAVALIERE ANTONIO CAGNOLI

PRESIDENTE DELLA SOCIETÀ ITALIANA DELLE SCIENZE.

DEL SIG. ANGELO CESARIS.

*Ricevuta li 24 Aprile 1868.*

**S**o, Sig. Presidente, che la nostra Società nel pubblicare le Memorie, che le vengono presentate per la stampa, lascia agli Autori delle medesime di essere mallevadori delle cose, che vi espongono; ma so altresì che può considerarsi come dovere dei Socj il rivenire su quelle produzioni inserite negli Atti, le quali contengano fatti ed argomenti contrarj a' fatti ed argomenti già stabiliti ed universalmente ammessi. Nè sembra perciò che gli Autori di quelle abbiano a dolersene: giacchè non offende una ragionevole critica fatta con decenza e schietta libertà. Mosso da questo principio io le dirigo, Sig. Presidente, questa Lettera: essa è veramente tutta pedestre ed in materia elementare. Ella perciò giusta la sua prudenza e sapere ne giudichi, la sopprima o la pubblici, io la rimetto a Lei.

Nello scorrere il Tomo XIII della Società, arrivato alla Memoria intitolata *Della Rifrazione Lunare*, mi vi fermai con particolare interessamento, lusingandomi di trovarvi cosa che importasse novità e vantaggio in Astronomia. L'atmosfera lunare controversa tra Fisici di primo ordine, le qualità dell'atmosfera medesima, nel caso ch'essa esista, il fenomeno dell'anello lucido nelle eclissi totali del Sole, l'apparente compenetrazione delle Stelle coll'orlo della Luna nelle occultazioni delle medesime, e simili altri oggetti, associavano col titolo della Memoria, ed io mi poteva aspettare di vedervi trattati. Non li trovai però: l'argomento verte principalmente, anzi solamente, sulla diversità di rifrazione, che l'Autore crede di avere scoperta tra i raggi riflessi della Luna e quei che vengono direttamente dal Sole, e quindi generalmente tra i raggi, ch'egli chiama più deboli e più forti.

L'occa-

L'occasione che gli destò l'idea della cosa fu l'osservare l'ellitticità del Sole e della Luna all'orizzonte, ed il sembrargli, che la prima fosse minore della seconda. Ma lo sperimento fondamentale, per cui fu tratto in quella sua opinione, consiste nel presentare al lume di una candela una lente di vetro a distanze successivamente maggiori e nel riconoscere, che l'immagine della fiamma si forma nel foco a distanze successivamente minori dalla lente. Questo è il fatto, che non ammette dubbio. Ma a distanze maggiori dalla candela i raggi di luce sono più deboli, e le lunghezze minori del foco dimostrano, che i raggi soffrono una rifrazione maggiore; dunque i raggi più deboli soffrono realmente una rifrazione maggiore. Questo è il raziocinio che vacilla.

La rifrazione della luce dipende non solo dalle forze del Mezzo refringente, che agiscono su i raggi, ma dall'obliquità ossia dall'angolo d'incidenza, sotto il quale i raggi entrano e sortono dal Mezzo refringente. Ogni Mezzo ha le sue particolari forze, ed in ogni Mezzo si osserva una costante relazione tra i seni dell'angolo d'incidenza e dell'angolo rifratto. Altronde ogni lente deve considerarsi come un segmento di sfera, la cui superficie è formata da infiniti piccoli piani così disposti, che le rette perpendicolari ai medesimi si uniscono tutte intorno all'asse di mezzo e vi si intersecano nel centro della sfera medesima. Quanto minore è il raggio della sfera, tanto maggiore ne è la curvatura della superficie e maggiore l'obliquità de' piani rispetto all'asse. Quindi in parità di circostanze la lunghezza del foco delle lenti segue la ragione della lunghezza de' raggi delle sfere a cui appartengono. Che se le circostanze non siano pari, o per la diversità delle forze refringenti delle sostanze di cui siano composte le lenti, o per la diversità d'inclinazione con cui i raggi di luce arrivino alla superficie delle medesime, varierà la quantità della rifrazione, e quindi la lunghezza del foco; nè si potrà però dedurre, che sia variata la qualità refrattiva de' raggi.

Ora appunto l'inclinazione ossia l'incidenza, con cui battono i raggi in una data superficie, è diversa secondo che è diversa la distanza del punto da cui sono spiccati divergendo. Considerata la lente come base di un cono luminoso, di cui il vertice è il punto radiante, quanto più la data determinata base si discosta dal vertice, tanto meno i lati del cono le

sono inclinati: i discostamenti successivi, che corrispondono agli assi successivamente crescenti di conì sempre più acuti, rappresentano le cotangenti delle inclinazioni alla base sempre minori. Quando poi la distanza del punto radiante arriva a tal segno che il diametro della lente ed il raggio di sua sfericità non vi abbiano una ragione sensibile, allora i raggi che formano il cono luminoso si reputano sensibilmente paralleli, la distanza focale rimane costante e corrisponde solo alla sfericità e qualità refringente della lente.

A questi principj della diottrica applicando gli opportuni elementi della geometria, si dimostrano le vicendevoli relazioni e le une si deducono per mezzo delle altre, la distanza dell' oggetto  $d$ , la lunghezza focale  $f$ , i raggi delle sfericità  $r, r'$ , la grossezza della lente  $\varepsilon$ , la ragione delle forze refringenti  $\frac{p}{q}$ . L'equazione generale che ne esprime il legame, trovasi dimostrata da tutti i Trattatisti di questi argomenti, ed è rappresentata da

$$f = \frac{d p q r r' + d q q r' - d p q r' + \varepsilon q q r'}{d p p r' - d p q r' - p q r' - d \varepsilon q q - d p q r' + 2 d \varepsilon p q - d \varepsilon p p + d p p r' - \varepsilon q q r' + \varepsilon p q r'}$$

Quando i raggi passano dall'aria nel vetro, essendo la ragione  $\frac{p}{q} = \frac{31}{20}$  ed altronde potendosi non curare la grossezza  $\varepsilon$  della

lente, l'equazione si riduce ad  $f = \frac{620 d r r'}{34 r' (d r' + d r) - 620 r r'}$ . E nel caso più comune che la lente sia isosele, onde  $r = r'$ , la formola diviene semplicemente  $f = \frac{11 d - 10 r}{10 d r}$ .

Giusta questa formola nello sperimento dell'Autore il foco della lente, il quale determinato coi raggi solari era di pollici 6, linee 10,47 = pollici 6,87 doveva successivamente allungarsi collo sminuirsi della distanza della lente dalla candela, nella proporzione seguente.

Alla distanza di piedi 100	Lunghezza focale	pollici	6,899
di piedi 15		pollici	7,144
di piedi 10		pollici	7,288
di piedi 6		pollici	7,595
di piedi 3		pollici	8,490
di piedi 1		pollici	16,670

È pertanto manifesto, come anche indipendentemente da qualunque rifrangibilità diversa di raggi, variano le lunghezze focali, variando la distanza dell'oggetto dalla lente.

Dal lume della candela passa l'Autore a cimentare i raggi che vengono dal Sole e dalla Luna, confrontandone le immagini formate dopo la rifrazione. Trattandosi di cosa tanto delicata, e che, ove reggesse lo sperimento, dovrebbe posare sul fondamento che i diametri apparenti de' corpi osservati o sono perfettamente eguali o ne è conosciuta perfettamente la diversità, sembra veramente che si dovesse avvertire che il diametro lunare varia sensibilmente da un giorno all'altro per la variazione di distanza della Luna dalla terra; che nello stesso giorno varia secondo le diverse altezze della Luna sopra l'orizzonte in ragione dei coseni dell'altezza vera e dell'altezza alterata dalla parallasse: che il diametro il quale passa per le corna della fase non combina colla verticale se non in quel solo punto in cui il piano del circolo verticale è perpendicolare all'eclittica: che il diametro delle corna s'inclina all'eclittica in ragione della latitudine e della elongazione della Luna dal Sole: inoltre che il diametro medesimo in parità di circostanze si sminuisce in ragione del seno-verso della latitudine della Luna. Ma queste esattezze astronomiche non furono curate.

La medesima lente che servì all'Autore nel primo esperimento, gli serve in questo secondo. Raccoglie egli con essa i raggi, e nel foco di essa forma l'immagine del Sole sopra un cartone incollato a un legno, e colle punte di un compasso ne determina il diametro: forma similmente l'immagine della Luna e similmente ne misura il diametro. Da 25 osservazioni, le quali mirabilmente non differiscono l'una dall'altra che di poche parti centesime di linea, e da 30 simili osservazioni trova il diametro solare di linee 1,3c5; e da 30 simili osservazioni trova il diametro lunare di linee 0,85c; e quindi la differenza di parti di linea 0,455 di cui è minore l'immagine della Luna di quella del Sole. „ Questa differenza, soggiun-  
 „ ge l'Autore, mostra apertamente, che li raggi lunari che  
 „ cadono lateralmente sulla lente si uniscono, e si concentra-  
 „ no molto di più che li raggi laterali del Sole con che si  
 „ viene ad ottenere un foco immaginario più corto nelle os-  
 „ servazioni fatte con una lente ai raggi lunari, di quello che

„ ai raggi solari, conseguentemente l'angolo che si forma nel  
 „ detto loco immaginario alla luce della Luna è maggiore di  
 „ quello formato coll'istessa lente ai raggi del Sole; e infatti  
 „ trovai l'angolo solare  $13^{\circ} 25'$ , mentre il lunare collo stesso  
 „ metodo ritrovato viene ad essere  $13^{\circ} 47'$  piuttosto più che  
 „ meno. Tutto questo, se non m'inganno, par che manife-  
 „ stamente provi e di una maniera da non poter dubitare,  
 „ che anche negli stessi mezzi, i raggi lunari come più de-  
 „ boli s'incurvino assai più che li raggi solari, i quali ( per  
 „ così esprimermi ) sono più tesi e più forti.

Ora che l'Autore ha dedotto le sue conseguenze, mi per-  
 metta ch'io pure deduca le mie. Ammessa la verità di quel-  
 le 55 osservazioni, sarebbe dunque dimostrato, che il diame-  
 tro apparente del Sole sta al diametro apparente della Luna,  
 come  $130:85$ , dunque ancora nella stessa proporzione, come  
 $32' 0'' : 20' 54''$ . Dal che risulterebbe il diametro della Luna  
 ridotto a due terzi del diametro del Sole. Prima conseguenza.  
 Eppure la più volgare esperienza convince chiunque guarda  
 il Sole e la Lunapiena ( e guarda con occhj, che rifrangono  
 essi pure i raggi ) lo convince dico che le grandezze apparen-  
 ti di questi due corpi sono prossimamente eguali: e gli Astro-  
 nomi confrontandone le immagini, formate colla stessa lente  
 obbiettiva, misurate collo stesso micrometro, contemplate col-  
 la stessa oculare non vi trovano, che le piccole differenze do-  
 vute alle corrispondenti conosciute cagioni.

Continuando nello stesso modo l'argomento ed applican-  
 dovi il canone ottico, che la distanza reale dell'oggetto sta  
 alla grandezza reale del medesimo, come la lunghezza focale  
 dell'immagine sta alla grandezza della medesima: e similmen-  
 te che la lunghezza focale sta al semidiametro dell'immagine,  
 come il raggio alla tangente della misura angolare del semi-  
 diametro medesimo; prendo i dati dall'Autore cioè la lunghez-  
 za focale nella sua lente di linee  $82,47$ , ed il semidiametro  
 dell'immagine lunare di linee  $0,425$ ; onde coll'indicata pro-  
 porzione ottengo la tang.  $= \frac{0,425}{82,47} = 0,0051534 = \text{tang. } 0^{\circ} 17' 43''$ :  
 dal che risulta il diametro della Luna  $= 35' 26''$ . Seconda con-  
 sequenza. Eppure il diametro della Luna al giorno 1 di Ot-  
 tobre 1805, tempo dell'osservazione, non era nè  $20' 54''$ , nè  
 $35' 26''$ ; ma bensì  $29' 40''$ .

Prendo similmente il semidiametro dell'immagine solare determinato di linee 0,6525, cerco e trovo collo stesso metodo la tangente  $= \frac{0,6525}{82,47} = 0,0079120 = \text{tang. } 0^{\circ} 27' 12''$ : dal

che risulta il diametro del Sole  $54' 24''$ . Terza conseguenza. Epperò il diametro del Sole a quel giorno non era che  $32' 0''$ .

Procedendo ulteriormente a quegli angoli solare e lunare di  $13^{\circ} 25'$  e di  $13^{\circ} 47'$  formati dai raggi che *cadendo lateralmente sulla lente si concentrano meno pel Sole e più per la Luna nel foco immaginario*, confesso che non arrivo a comprendere nulla di preciso. In linguaggio ottico per foco immaginario io ho sempre inteso quel punto, in cui i raggi o riflessi da uno specchio divergenti, o rifratti similmente divergenti da una lente non concorrono realmente, ma vi concorrono le loro direzioni, che vi s'immaginano prodotte di là dello specchio e della lente. Congetturando però sulle espressioni dell'Autore potrebbe sospettarsi ch'egli formi quel suo angolo solare e lunare coi raggi che fa passare per le estremità de' diametri della lente e dell'immagine e fa intersecare in quel suo foco immaginario. Ma o si suppone che l'intersecazione abbia luogo avanti l'immagine, affinchè la medesima riesca rovesciata, e gli angoli allora risultano  $16^{\circ} 0' 46''$  coll'immagine della Luna, e  $16^{\circ} 19' 10''$  con quella del Sole: o i raggi s'intersecano dopo l'immagine e gli angoli risultano  $14^{\circ} 51' 14''$  per la Luna e  $14^{\circ} 32' 26''$  pel Sole: quantità calcolate sopra i dati dell'Autore e quantità che non combinano con quelle dell'Autore.

Ma non occorre di occuparci di congetture, quando l'Optica ci fornisce principj certissimi. Secondo questi le grandezze delle immagini, che si ottengono colle lenti, sono determinate dagli assi o raggi principali dei coni radianti, i quali partono dai punti estremi dell'oggetto e vengono ad intersecarsi nella lente. Qualunque sia la forza refringente quegli assi o raggi principali si considerano come irrefratti, poichè nel sortire dalla lente sono piegati dalla rifrazione in direzione contraria ed eguale alla direzione, con cui furono piegati nell'entrarvi, ed indi progrediscono nella continuazione della retta stessa, con cui dall'oggetto vennero alla lente. Tutti gli altri raggi del cono lucido convergono rifratti intorno al loro asse nel foco. Da ogni punto di oggetto emana il suo co-

no lucido sopra la lente: ogni cono ha il suo asse o l'equivalente raggio principale: ogni asse ha il foco de' rispettivi raggi del suo cono: la lunghezza d'ogni foco è sensibilmente eguale per tutti i coni. Così nello spazio compreso da tutti gli assi e alla distanza corrispondente ai fochi, viene dipinta l'immagine simile all'oggetto. Essa si considera quasi base di una piramide, il cui vertice è nella lente stessa nella comune intersezione di tutti gli assi, diretti da una parte ai punti estremi dell'immagine e dall'altra parte ai punti corrispondenti dell'oggetto, il quale diviene esso pure base di una seconda piramide simile ed opposta alla prima: l'asse delle due piramidi è l'asse principale della lente prodotto.

È pertanto manifesto che la rifrazione nulla influisce nella grandezza angolare dell'immagine, e la sola estensione lineare della medesima cresce o decresce in ragione che la distanza focale si allunga, o si accorcia, per la diversa rifrazione. È facile il vedere che tali incrementi o decrementi sono come le tangenti del semidiametro dell'oggetto rispetto al raggio: quindi nell'immagine solare come la tangente di  $16' 0'' = 0,0046542$  all'unità.

Se tra i raggi del Sole e della Luna esistesse la differenza di refrangibilità che esiste tra i raggi rossi e violati, essendo questa  $= \frac{1}{2}$  della rifrazione totale, il foco de' raggi lunari nella lente dello sperimento = linee 82,47 doveva accorciarsi di linee 3 e più, ed il semidiametro lineare dell'immagine sminuirsi di una parte centesima di linea.

Questa sproporzione di variazioni dimostra che l'esperimento poteva farsi meglio facendolo a rovescio, coll'osservare piuttosto la variazione del foco tanto più estesa, che non la piccolissima nell'immagine: poteva adoperarsi una lente obbiettiva di sei piedi di foco e non di sei pollici per avere una maggiore estensione lineare di differenza: poteva determinarsi il foco contemplando la massima distinzione de' contorni o qualche macchia nelle immagini, con altra lente oculare che formasse un perfetto cannocchiale: poteva misurarsi la differenza de' fochi applicando un Nonnio ai tubi dell'oculare, invece di servirsi delle punte di un compasso, che sopra un cartone non possono assicurare le parti decime di linea non che le centesime: potevano esplorarsi i raggi lunari rispetto ai solari colla stessa sagacità e con gli stessi metodi, con cui fu esplo-

rata e determinata la diversa refrangibilità de' raggi solari tra loro: poteva . . . . Ma io mi accorgo, Sig. Presidente, di oltrepassare i limiti di una Lettera, e vi metto fine. Ella gradisca i miei sentimenti ed i miei voti per l'onore della Società, e le proteste dell'antica e costante stima e rispetto che le professo.