# SOPRA
## LA MISURA DELLE FORZE MUSCOLARI

# *MEMORIA*

DEL SIG. VITTORIO FOSSOMBRONI

*Ricevuta il dì* 16 *Ottobre* 1806.

1. In seguito della mia Memoria sopra il moto degli animali e sopra i trasporti pubblicai alcune ulteriori riflessioni atte a facilitare i resultati di dettaglio sulle forze dei muscoli come adesso mi accingo a dimostrare d' appresso le sopraccennate ulteriori riflessioni che giova quì brevemente premettere.

2. I §§. 21, 23, e 48 della citata Memoria indicano le traccie da seguirsi per valutare gli sforzi muscolari, non solo quando è nella direzione della linea $z$ la resultante di tali sforzi che anima il passo, ma ancora quando io considero le risultanti successive che sostengono il progresso del passo medesimo, e quando perciò bisogna oltre la linea $z$ porre a calcolo un'altra linea la quale passa egualmente per il centro di gravità, ma incontra il piano delle $x$, $s$ in un punto differente da quello in cui è l'origine delle $x$.

3. Dimostrai in tal guisa come dalla cognizione per sè stessa sterile della curva descritta dal centro di gravità possa dedursi il computo fino ad ora ignoto e difficilmente assegnabile con un metodo diretto delle forze esercitate dai muscoli, e mi limitai a questo giacchè credei più lungo della presentanea occorrenza lo sviluppo necessario, che essendomisi altronde presentato in seguito assai facile e spedito, ho creduto possa gradirsene un accenno da chi volesse occuparsi dei relativi dettagli.

4. Quando pertanto per essere il passo slontanato dal suo principio, e per il meccanismo dell' animale di cui si considera il movimento, la risultante delle forze muscolari relativa ad un da-

dato punto della curva descritta dal centro di gravità passa per il centro stesso ed incontra il piano delle $x$, $s$ in un punto differente da quello in cui è l'origine delle $x$, in tal caso questa risultante che sostiene l' avvanzamento del passo non è più nel senso della linea $z$ la qual linea sarà sempre $=(x^2+s^2+z^2)^{\frac{1}{2}}$, ma bensì è nel senso di un' altra linea che chiameremo $\omega$ e che io suppongo che incontri il piano delle $x$, $s$ in un punto distante dall' origine delle $x$ della quantità $\alpha$ nel senso delle $x$, e della quantità $\beta$ nel senso delle $s$.

5. Si consideri adunque il passo slontanato dal suo principio, ed il centro di gravità sia in un punto della curva che esso descrive il qual punto corrisponda alle coordinate $x$, $s$, $y$, e la risultante degli sforzi muscolari sia nella direzione della linea $\omega$ la quale passa per il centro di gravità, ed incontra il piano delle $x$, $s$ in un punto corrispondente alle coordinate $\alpha$, $\beta$.

6. Quì si avverta che la relazione fra $\alpha$, $\beta$ è indipendente da quella fra le coordinate $x$, $s$, $y$ le quali potrebbero variare mentre $\alpha$, $\beta$ rimanessero costanti. In fatti il meccanismo dell' animale di cui si considera il moto, e la varia maniera con cui può progredire debbono condurre alla determinazione di $\alpha$, $\beta$ per ogni punto in cui si trova il centro di gravità.

7. Quando adunque il centro di gravità à percorso $\partial x$ con la celerità $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\partial s$ con la celerità $\frac{\partial s}{\partial t}$, $\partial y$ con la celerità $\frac{\partial y}{\partial t}$ è agitato dalla gravità che gli imprime la celerità $p\partial t$ nella direzione di $y$ dalla forza ritardatrice del corpo attaccato alla corda $b$ che gli imprime la celerità $R\partial t$ nella direzione della corda stessa, e dalla risultante delle forze muscolari che gli imprime nella direzione della linea $\omega$ la celerità $Q\partial t$.

8. Il centro di gravità avrà adunque nelle tre direzioni di $y$, $s$, $x$, rispettivamente le tre celerità

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{yQ\partial t}{\omega}-\frac{yR\partial t}{b}-p\partial t$$

$$\frac{\partial s}{\partial t}+\frac{(s-\beta)Q\partial t}{\omega}-\frac{sR\partial t}{b}$$

$\frac{\partial x}{\partial t}$

$$\frac{\delta x}{\delta t}+\frac{(x-\alpha)Q\delta t}{\omega}-\frac{xR\delta t}{b}$$

e nel caso in cui la corda sia di lunghezza variabile come esprime il §. 13 della sopraccitata Memoria il centro di gravità avrà nel senso delle tre coordinate $y$, $s$, $x$ rispettivamente le tre celerità

$$\frac{\delta y}{\delta t}+\frac{yQ\delta t}{\omega}-\frac{yR\delta t}{r}-p\delta t$$

$$\frac{\delta s}{\delta t}+\frac{(s-\beta)Q\delta t}{\omega}-\frac{sR\delta t}{r}$$

$$\frac{\delta x}{\delta t}+\frac{(x-\alpha)Q\delta t}{\omega}-\frac{xR\delta t}{r}.$$

9. Prendo queste tre ultime espressioni giacchè appartengono ad un caso che ammette facilmente una integrazione ed eguagliandole rispettivamente a $\frac{\delta(y+\delta y)}{\delta t}$, $\frac{\delta(s+\delta s)}{\delta t}$, $\frac{\delta(x+\delta x)}{\delta t}$ ottengo le tre equazioni

$$\frac{yQ\delta t}{\omega}-\frac{yR\delta t}{r}-p\delta t=\delta\,\frac{\delta y}{\delta t}$$

$$\frac{(s-\beta)Q\delta t}{\omega}-\frac{sR\delta t}{r}=\delta\,\frac{\delta s}{\delta t}$$

$$\frac{(x-\alpha)Q\delta t}{\omega}-\frac{xR\delta t}{r}=\delta\,\frac{\delta x}{\delta t}.$$

10. Conviene adesso integrare tali equazioni per rapporto alle tre coordinate $y$, $s$, $x$, e giova qui per evitare ogni equivoco prevenire la seguente difficoltà che potrebbe eccitarsi. Il centro di gravità in virtù delle impressioni che riceve percorrendo un elemento della curva nel tempuscolo $dt$ viene a descrivere contemporaneamente gli spazietti $dx$, $ds$, $dy$; ma tra le impressioni che riceve vi è $Qdt$ nel senso della linea $\omega$ e la linea $\omega$ per causa della variabilità di $\alpha$, $\beta$, cioè degli aumenti e decrementi $\delta\alpha$, $\delta\beta$ tenderà ad accostarsi o allontanarsi dalla perpendicolarità, ed in conseguenza per questa variata direzione potrà diminuire, o crescere l' elemento della curva descritta nell' istante $dt$, e quindi gli spazietti $\delta x$, $\delta s$, $\delta y$ essere minori, o maggiori di quello che risultano dalla supposizione di $\alpha$, $\beta$ costanti; onde non sarebbero più giuste le contemplate celerità $\frac{\delta x}{\delta t}$, $\frac{\delta s}{\delta t}$, $\frac{\delta y}{\delta t}$, e nemmeno

le

le $\frac{\delta(x+\delta x)}{\delta t}$, $\frac{\delta(s+\delta s)}{\delta t}$, $\frac{\delta(y+\delta y)}{\delta t}$ onde l' impostatura delle precedenti equazioni differenziali sarebbe equivoca .

11. Ma se d' appresso i precedenti enunciati si descriva una figura, ragionando opportunamente sopra di essa si dimostrerà, che dalla variata direzione di $\omega$, ossia dagli aumenti e decrementi $\delta\alpha$, $\delta\beta$ si producono è vero negli spazietti $\delta x$, $\delta s$, $\delta y$ nell' istante $\delta t$ decrementi ed aumenti, ma questi sono infinitesimi di secondo ordine, e per conseguenza debbono $\delta x$, $\delta s$, $\delta y$ considerarsi nell' istante $\delta t$ tali quali sarebbero se $\alpha$, $\beta$ fossero costanti .

12. Moltiplicando per tanto respettivamente le tre superiori equazioni per $\frac{\delta y}{\delta t}$, $\frac{\delta s}{\delta t}$, $\frac{\delta x}{\delta t}$, e sommandole insieme avremo

$$\frac{y\delta y+(s-\beta)\delta s+(x-\alpha)\delta x}{[y^2+(s-\beta)^2+(x-\alpha)^2]^{\frac{1}{2}}}\,Q - \frac{y\delta y+s\delta s+(x+m)\delta x}{[y^2+s^2+(x+m)^2]^{\frac{1}{2}}}\,R - p\delta t =$$

$\frac{\delta y}{\delta t}\delta\frac{\delta y}{\delta t} + \frac{\delta s}{\delta t}\delta\frac{\delta s}{\delta t} + \frac{\delta x}{\delta t}\delta\frac{\delta x}{\delta t}$, e quindi integrando nella ipotesi di Q, R costanti avremo $Q[y^2+(s-\beta)^2+(x-\alpha)^2]^{\frac{1}{2}} - R[y^2+s^2+(x+m)^2]^{\frac{1}{2}} - py = \frac{\delta y^2+\delta s^2+\delta x^2}{2\delta t^2}$ + Cost. Quindi ponendo $\omega$ ed $r$ in vece de' respettivi valori e considerando che $\frac{(\delta y^2+\delta s^2+\delta x^2)^{\frac{1}{2}}}{\delta t}$ è uguale alla velocità con cui si percorre il contemplato elemento della curva, e chiamando $v$ tale celerità avremo

$$v^2 = 2(Q\omega - Rr - py - \text{Cost.})$$

13. Esprimendo R l' azione di una massa nota ed animata dalla gravità potrà sempre prendersi per costante. In oltre nell' ipotesi di Q costante ma ignota quantità, se suppongasi che il centro di gravità di cui si considera il movimento sia per maggior generalità il centro comune di gravità non solo del corpo animale che cammina, ma ancora di un corpo che esso porta in dosso, e che la somma delle due masse cioè dell' animale e del corpo addossatogli sia $=$ M potremo supporre la quantità incognita $Q=\frac{Xp}{M}$ assegnando alla $p$ il valore conosciuto della celerità che si comu-

nica dalla gravità terrestre in un minuto secondo, ed intendendo per X una massa incognita di cui troveremo il valore (e per conseguenza ancora di Q) per mezzo della precedente equazione sostituendovi $\frac{Xp}{M}$ in luogo di Q ed in tal guisa si manifesta l' utilità della cognizione della curva descritta dal centro di gravità giacchè per mezzo di essa viene direttamente a trovarsi la resultante delli sforzi musculari. In fatti la precedente equazione ci somministra $v^2 = 2\left(\frac{Xp}{M}\omega - Rr - py - \text{Cost.}\right)$ ed in conseguenza il valore di X si avrà per M, N ec. E non trattandosi qui che di esporre lo spirito del metodo, faremo $R=0$, cioè svilupperemo il caso più semplice in cui l' animale non tira, ma soltanto cammina caricato di una massa che sommata con la propria si suppone $= M$ il qual caso sarà adunque rappresentato dall' equazione

$$v^2 = 2\left(\frac{Xp}{M}\omega - py + \text{Cost.}\right)$$

14. È facile accorgersi che nel caso della immobilità deve essere $v=0$, $X=M$, $\omega=y$ e perciò Cost.$=0$. Dunque l' equazione sarà $v^2 = 2\left(\frac{Xp}{M}\omega - py\right)$ cioè $X = \frac{v^2+2py}{2p\omega}M$, onde in qualunque punto si trovi il centro di gravità con una celerità determinata assegnandoli le rispettive coordinate $x$, $s$, $y$ e determinando con la cognita costruzione dell' animale che si contempla le $\alpha$ $\beta$ avremo la direzione della resultante dei suoi sforzi muscolari e per mezzo della quantità X che abbiamo potuto ridurre ad un valore cognito, otterremo ancora generalmente la quantità della resultante medesima, per qualunque dei piccoli archi della curva, relativamente ad ognuno dei quali abbiamo potuto eseguire l' integrazione ed ammettere l' ipotesi di $\alpha$, $\beta$, Q costanti.

15. Possono pertanto con il desiderabile rigore esaurirsi le quistioni relative alle forze impiegate dagli animali portando e tirando senza soggiacere soverchiamente ad ipotesi e tentativi, anco volendo aver riguardo alla forza centrifuga, qualora la ce-

le-

lerità fosse tanto grande da renderla considerabile. La mia formula può ridurre ogni affaticamento dell' animale a paragonarsi in qualunque movimento con la fatica che esso soffre sostenendo immobile una data massa, esperienza molto più facile ad eseguirsi con precisione di quelle alle quali sono state appoggiate simili teorie, e per conseguenza mi pare che possa ottenersi dalla formula stessa un vantaggio significante specialmente combinandovisi la fisica indagine sulla accelerazione del moto del sangue all' aumentarsi della fatica.

16. Si osservi che un caso particolare della presente teoria è quando l' animale agisce verticalmente ad oggetto di sollevare con la propria macchina una data massa ed in questo caso la formula diventa $\frac{v^2}{2} = \frac{X-M}{M} py$, e ponendo in essa $X = P + K$, $M = P + q$, $y = x$, $p = \varphi$ e differenziando diviene $v\,dv = \frac{(K - q\varphi)\,dx}{1+Q}$ formula a cui si appoggia la teoria dell' accademico di Berlino Sig. Lambert esposta con somma sagacità dal celebre Sig. Prony nella sua dottissima Architettura Idraulica.

17. Eleggendo fra tutti i casi nei quali l' integrazione ha luogo quando Q è funzione di $z$ quello che sembra più analogo alle condizioni di un elastro che rappresenti la resultante delle forze muscolari il quale elastro si supponga tanto meno attivo quanto più si distende ed allunga, e perciò supponendo $X = \frac{A}{\omega}$ designando per A una costante da determinarsi con l' esperienza, avremo integrando un' altra espressione feconda non meno di conseguenze adattabili alla pratica.

18. Osservo finalmente che sebbene l' equazione del precedente §. 12 non appartenga al caso delle tirelle di un qualunque carriaggio, e sebbene l' equazione relativa a tale questione si recusi all' integrazione si potrà facilmente supplire al secondo caso mediante il primo, riducendo il calcolo di ogni punto della curva di questo ad un corrispondente di quello, ovvero considerando tutta la resistenza riunita nel centro di gravità tenendo a

Aaa 2 cal-

calcolo l' influenza che l' inclinazione delle tirelle ha nella intensità degli attriti e nella mobilità, e per conseguenza nella massa che per tale articolo si considera riunita nel predetto centro di gravità.

§. 19. Qualora non mi sia ingannato nella dettagliata applicazione che qui tralascio di queste formule per illustrare la dottrina delle forze animali, credo che potrei asserire che esse somministreranno maggior facilità e precisione di quelle fino ad ora poste in uso e che i resultati e le tavole calcolate per varie inclinazioni di terreno potranno ottenersi indipendentemente da tante costanti che l' esperienza non sempre è fida nel somministrare. Per esempio la formula $X = \frac{v^2 + 2py}{2p\omega} M$ che in tutti i casi nei quali $v$ è così piccola da rendere $v^2 + 2py < 2p\omega$ dimostra sempre $X < M$, fa dunque conoscere a colpo d' occhio per qual ragione un Uomo che per un dato tempo passeggi lentamente si affatichi talora assai meno di quello che avrebbe fatto stando fermo in piedi per egual tempo, effetto attribuito a cause che non credo sufficienti. In fatto per spiegare tale fenomeno si disse da alcuno che varii dei muscoli i quali sostengono l' uomo fermo in piedi si riposano alternativamente, e si affaticano mentre esso cammina. Ma siccome nel moto mentre altri muscoli si riposano, quelli che operano si affaticano più di quello che facevano nella quiete, e siccome è il vigore animale che va preso di mira coerentemente al mio principio, così tale spiegazione mi pare che resti tanto dubbiosa quanto evidente è quella indicata dalla precedente formula per cui si deduce che il vigore animale nel caso della quiete distrugge tutta la azione che esercita la gravità sopra la macchina dell' animale, mentre non ne distrugge che una parte nel caso del moto e perciò dee perdersene più nel primo caso che nel secondo. Così si rettifica l' erronea intelligenza che potrebbe nascere dalla relativa teoria del Borelli mentre quando la celerità eccede il limite sopradescritto l' affaticamento dei muscoli mentre l' uomo cammina è maggiore di quando sta fermo. Di maniera che il calcolo in tal guisa condurrebbe a de-

determinare quanto sia minore di quello che si crederebbe la forza che si porta in un posto per esempio con cinque mila uomini per la perdita fattane con la celerità della marcia: prescindendo dagli elementi morali che non possono calcolarsi se non dalla sagacità del condottiero.