

F. Severi, *La Matematica Italiana nell'ultimo ventennio*, *Gli Annali della Università d'Italia*¹, a. IV (1943), pp. 83-91.

Indotto dal gentile invito della Direzione di questi Annali a volgere uno sguardo d'insieme alla nostra produzione matematica dalla Marcia su Roma in poi, io stesso, che pur ne ho seguito e direi quasi vissuto ogni fase, con fede nazionale e passione scientifica, son rimasto sorpreso, come di una novità, dalla valutazione dell'enorme mole di lavoro compiuta nel ventennio dai matematici italiani e rappresentata da migliaia di pubblicazioni originali e da decine di testi e di opere trattatistiche.

Occorre dunque, riferendone qui, cogliere sobriamente qua e là alcuni tratti caratteristici, specialmente dove la matematica italiana, come spesso le accade, ha dato l'avvio o segnato direttive al movimento scientifico internazionale.

E comincio dalla geometria, in cui l'Italia da oltre mezzo secolo ha conquistato e mantenuto quella «posizione di guida di testa» che le era riconosciuta nel 1923 dalla grande enciclopedia matematica tedesca; posizione per la quale veniva p. es. richiesto ad uno di noi, proprio nel periodo delle sanzioni e per ironia del caso, il giudizio sulla scelta d'un professore di geometria dell'Università di Cambridge.

L'indirizzo ch'io impressi alla geometria algebrica, dal principio del secolo in poi, sia fondendo strumenti trascendenti e strumenti geometrici di finezza artistica e di potenza sintetica, derivanti dalla gloriosa scuola di Luigi Cremona; sia abbattendo sterili, anzi nocive, paratie fra geometria e analisi; sia infine avvicinando geometria e topologia, questa sorprendente disciplina, che porta la matematica dal regno della quantità a quello della qualità, si è conservato e rafforzato nel ventennio e soprattutto negli ultimi anni per l'efficace azione dell'Istituto nazionale di alta matematica.

E così si sono approfondite le teorie degli integrali e delle corrispondenze appartenenti a superficie e varietà algebriche, anche in relazione colle funzioni automorfe; delle funzioni iperellittiche ed abeliane (Severi, De Franchis, Scorza, Rosati, Comessatti, Chisini, Cherubino, Conforto), i cui problemi fondamentali, posti dall'analisi e dall'alta aritmetica, attraverso le opere di grandi matematici tedeschi, norvegesi e francesi del secolo XIX, sono stati compiutamente risolti in Italia, anche mercè gl'istrumenti forgiati da Gaetano Scorza (del quale rimpiangiamo la recente grave perdita) colla sua teoria delle matrici di Riemann, inquadrata nella generale dottrina delle algebre. E accenno appena alle pur importanti questioni di realtà (Comessatti, Brusotti, ecc.) più direttamente legate alla topologia, e alle questioni d'esistenza e di classificazione (Severi, Chisini, Pompili, Zappa, Morin).

Nell'ultimo decennio la teoria dei sistemi di equivalenza creata dal 1931 in poi (Severi) ha dato luogo a numerose ricerche in Italia (Campedelli, Gherardelli, Morin, Martinelli, ecc.), Inghilterra, America, Francia, Germania. Da essa si attende nuova luce su molti importanti ed insoluti problemi algebrici, topologici e trascendenti sopra tutto sulla teoria generale delle corrispondenze. Il matematico inglese Hodge giudica quest'indirizzo «come il più importante contributo portato alla geometria negli ultimi quindici anni».

In connessione con esso, coll'algebra delle varietà virtuali, colla teoria della base, sono stati notevolmente approfonditi i fondamenti della geometria numerativa (Severi), cui si collegano le ricerche sui modelli minimi (Severi, Martinelli, Gherardelli). Promettenti debbonsi inoltre considerare gli studi topologici sulle superficie, attraverso le loro forme limiti spezzate in piani (Zappa).

¹ Numero speciale su “Scienza e università italiane in un ventennio di regime fascista 1922-1942”.

La teoria generale dei sistemi continui di curve sulle superficie riceve ora (da ricerche mie e di qualche mio discepolo) nuovi e decisivi impulsi e risposte ad annose questioni. E infine son da ricordarsi interessanti risultati sulla razionalità delle varietà (Morin, Comessatti, Conforto) e sulla geometria proiettiva (Berzolari, Villa, Marletta).

Nella geometria differenziale il ventennio s'iniziò mentre ancor durava il forte influsso di Luigi Bianchi, uno dei grandi matematici italiani delle generazioni immediatamente precedenti alla mia (e ricordo fra essi, oltre Cremona, Betti, Brioschi, Dini, Beltrami, Bertini, Peano, Veronese, Cesàro, Arzelà, Ricci Curbastro), che il Regime s'appresta ad onorare con edizioni complete delle opere loro, a cura dell'Unione Matematica Italiana. Ma nello stesso tempo si sviluppavano o s'approfondivano indirizzi nuovi che dominaron poi la nostra geometria differenziale durante tutto il ventennio. La geometria proiettivo-differenziale, dopo i primi isolati e vecchi apporti (di Brioschi, Halphen e di altri, fra cui Del Pezzo e Berzolari), si può dire nata quasi completamente in clima italiano (da parte di matematici ebrei, come C. Segre, Fubini, Terracini e di matematici ariani, come Bompiani, Enea Bortolotti – prematuramente mancato alla vita e alla scienza – Calapso, Sannia). Si hanno così dal 1925 in poi (sotto la prevalente spinta di Bompiani e col concorso di En. Bortolotti, Buzano, Villa, ecc.) i significati di molteplici invarianti proiettivi; la geometria differenziale degli iperspazi e delle equazioni a derivate parziali. A queste ricerche posson avvicinarsi taluni contributi nel campo quasi inesplorato delle trasformazioni di contatto (Amaldi).

Un indirizzo del tutto differente, che pur ebbe origine in Italia e diede luogo a vastissime ripercussioni internazionali nella geometria, nella meccanica, nella fisica moderna, è quello preparato dall'opera divulgativa di Luigi Bianchi e scaturito essenzialmente dalla monumentale creazione del Calcolo differenziale assoluto di Ricci Curbastro, donde in fondo derivarono la relatività generale e la geniale nozione di parallelismo negli spazi di Riemann dovuta a Levi Civita, discepolo di Ricci Curbastro, e immediatamente illuminata, nel suo intrinseco significato geometrico, da Severi. Da quest'indirizzo (coltivato, oltrechè dai geometri citati, da Cisotti, Tonolo, Palatini, Caldonazzo, Andreoli, Nalli, Graffi, Finzi, Pastori) si staccarono tre nuovi rami: le geometrie riemanniane di specie superiore (Bompiani, Buzano); la geometria dello spazio hilbertiano (Vitali, En. Bortolotti); la geometria delle connessioni e delle varietà anolonome (En. Bortolotti, Bompiani, Maxia, Picasso, ecc.) coltivata soprattutto in Francia ed in America e nella quale lasciò orme inobliliabili En. Bortolotti. I più recenti risultati della geometria differenziale italiana la collegano alla topologia in relazione sia colle nozioni di tangenti e di corde improprie di un insieme (introdotte da Severi e sviluppate da lui e da alcuni suoi discepoli); sia colla geometria dei tessuti di Blaschke; sia infine colle proprietà delle calotte di varietà (Bompiani, Buzano, Villa).

Nell'analisi la molteplicità degl'indirizzi rende meno agevole il riassunto. Cominciando dalle teorie che hanno più profondo collegamento colla geometria algebrica, citeremo risultati pertinenti all'alta aritmetica, all'alta algebra e alla teoria dei gruppi (Cipolla, Scorza, Sansone, Ricci, Tricomi, Mignosi, Cecioni, Spampinato, Amato, Chisini, Cherubino, Onofri, Zappa); e, pel significativo aiuto loro dato dal Regime, ricorderemo le escursioni in lontane zone inesplorate del campo dei numeri primi (Poletti).

La teoria delle funzioni di variabili reali e le teorie collegate, che – per limitarsi ai secoli XIX e XX – ebbero in Italia la loro origine nell'opera grandiosa di Ulisse Dini

e della sua scuola e vigorosi impulsi dall'acuta, anticipatrice e talvolta sconcertante genialità di Giuseppe Peano e dalla forza inventiva e penetrante di Cesare Arzelà, s'appoggian oggi soprattutto alle scuole di Firenze (Sansone), di Pisa (Tonelli) e di Roma, attraverso l'Istituto nazionale per le applicazioni del calcolo in collegamento coll'Istituto matematico dell'Università (Picone) e coll'Istituto di alta matematica.

Pregevoli contributi furon arrecati nel ventennio alla teoria degli insiemi, anche in ordine al postulato di Peano-Zermelo (Tonelli, Severi, Amerio, Faedo, Beretta), alla teoria degli estremanti delle funzioni di più variabili (Severi); alla teoria generale delle serie semplici e multiple e alla teoria delle serie trigonometriche, delle serie doppie di Fourier, delle serie di funzioni ortogonali, delle serie di Legendre (Vitali, Tonelli, Sansone, Picone, Severi, Nalli, Cinquini, Faedo, Cesari, Amerio, Birindelli); alla differenziabilità delle funzioni di più variabili (Severi, Caccioppoli, Scorza Dragoni); all'integrazione delle funzioni, ravvicinando in modo suggestivo il concetto generale d'integrale, caratteristico del secolo XX, all'antico concetto di Mengoli-Cauchy (Tonelli, Picone, Fichera). I fondamentali concetti di funzioni a variazione limitata (Jordan) e di funzioni assolutamente continue (Vitali) sono stati estesi alle funzioni di due variabili (Tonelli, Caccioppoli, Cesari). Molteplici e notevoli studi hanno approfondito le nostre conoscenze sulle equazioni differenziali ordinarie in rapporto ai teoremi di esistenza e di unicità, dei valori ai limiti, di confronto, di oscillazione, degli autovalori, con particolare riguardo anche ad equazioni non autoaggiunte (Tonelli, Picone, Sansone, Caccioppoli, Bompiani, Mammana, Cimmino, Scorza Dragoni, Cinquini, Zwirner, Giuliano) e con riferimento ai problemi d'integrazione, di stabilità e di comportamento asintotico delle soluzioni (Armellini, Sansone, Tonelli, Caccioppoli, Cesari, Mambriani, Caligo, Birindelli, Calamai, Ghizzetti).

Nella teoria delle equazioni alle derivate parziali, ove l'Italia vantava già gloriose tradizioni, fin da Lagrangia, Mainardi, Dini e discepoli diretti, l'opera dei nostri analisti si è di nuovo rivolta al classico problema di Dirichlet, anche nei suoi rapporti col problema di Plateau; ai più generali problemi al contorno sia in sè sia in relazione colla topologia funzionale; ai problemi d'integrazione con quadrature; ai sistemi caratterizzanti le funzioni iperarmoniche e le funzioni poliarmoniche; ai sistemi tipo Dirac; alle equazioni ellittiche, totalmente paraboliche e di tipo misto (Tonelli, Picone, Severi, Fantappiè, Caccioppoli, Tonolo, Tricomi, Cibrario, Manià, Miranda, Cimmino). Particolare rilievo hanno il metodo variazionale ed un metodo per approssimare le soluzioni (dovuti a Picone) sperimentati largamente all'Istituto di calcolo e dell'ultimo dei quali è stata fatta applicazione (Conforto) ad un concreto problema di ottica costruttiva.

Per quanto concerne le funzioni analitiche mi limito a segnalare i contributi secondo lo spirito geometrico del metodo da me ideato (Severi, Scorza Dragoni, Martinelli) o secondo altre direttive (Caccioppoli) e l'estensione della teoria alle funzioni di enti variabili in un'algebra (Giorgi, Fantappiè, Sobrero, Spampinato, Cherubino). Nei riguardi dell'Analisi funzionale e delle equazioni integrali, che ne formano un essenziale capitolo, ricordo che questi possenti strumenti ebber la loro origine e il loro primo metodico sviluppo in Italia (Lagrangia, Dini e lo scolaro suo Volterra) e che tanto l'indirizzo simbolico (Pincherle-Amaldi, Giorgi) come quello che oggi caratterizza la nostra scuola di Calcolo delle variazioni, fondato sullo studio degli insiemi di funzioni e sulla semicontinuità sono essenzialmente italiani (Arzelà, Tonelli e discepoli). Anche i problemi di calcolo funzionale cui dà luogo la trasformazione di Laplace sono stati presso di noi ottimamente studiati (Tricomi, Faedo, Ghizzetti). Si deve infine ricordare lo sviluppo che Fantappiè (per suggestione

di Severi) ha dato al calcolo funzionale, con una teoria suscettibile di molte applicazioni.

Passando al campo della meccanica e della fisica matematica, notiamo subito che la tranquillità con cui ha potuto svolgersi, nell'ambiente universitario italiano, l'opera dei ricercatori, ha ivi consentito notevoli apporti anche da parte di matematici ebrei, tra i quali, durante il ventennio, eccelle Levi Civita. La trattazione sistematica degli'invarianti adiabatici e delle loro applicazioni, le correzioni proposte alla legge di gravitazione (Levi Civita, Krall, Armellini, Mattioli, Graffi, Agostinelli, Zagar) hanno aggiunto nuove conoscenze di meccanica celeste e di cosmogonia. Ricerche sul problema dei tre corpi in relatività e su argomenti molteplici di meccanica dei sistemi con un numero finito di gradi di libertà, sono state intraprese da vari nostri matematici (Signorini, Cisotti, Lampariello, Agostinelli, Mattioli, Masotti, Tolotti, Amerio, Cattaneo).

Altre importanti ricerche, anche applicative, riguardano i movimenti in mezzi indefiniti soggetti alla sola mutua attrazione delle particelle, la statica dei sistemi poco resistenti alla trazione, la meccanica tecnica delle vibrazioni, i mezzi plastici, il problema del geoide, l'elasticità, la sismologia, la capillarità, l'elastoplastica, i fluidi viscosi, la propagazione del calore, ed argomenti vari di meccanica dei sistemi continui (Levi Civita, Somigliana, Signorini, Cisotti, Colonnetti, Krall, Laura, Tonolo, Vercelli, Serini, Picone, Mineo, Caldonazzo, Graffi, Finzi, Einaudi, Agostinelli, Conforto, Faedo, Tolotti, Pastori, Sbrana, Grioli). Da sottolinearsi il primo sistematico e magistrale sviluppo italiano dell'elasticità non linearizzata, con naturale sbocco nella termoelasticità (Signorini); taluni fondamentali contributi alla relatività, all'analisi dei suoi concetti e alla teoria unitaria di Einstein e passi decisivi nello studio delle onde irrotazionali e delle onde di discontinuità (Levi Civita, Giorgi, Severi, Persico, Straneo). Né son mancate utili ricerche aerodinamiche di meccanica del volo (Levi Civita, Crocco, Pistolesi, Silla, Teofilato, Mattioli, Finzi) e sull'elettrodinamica e l'elettromagnetismo (Maggi, Giorgi, Boggio, Crudeli, Agostinelli, Graffi, Sbrana). Da notarsi, infine, ad ulteriore affermazione del nostro prestigio scientifico internazionale, l'adozione mondiale, dal 1935, del sistema Giorgi di unità fisiche.

E sorvolo sui pur notevoli studi di storia della matematica svoltisi durante il ventennio (Marcolongo, Et. Bortolotti, ecc.); sui poderosi apporti monografici di Berzolari; sui decisivi contributi (per impulso iniziale dei testi scolastici di Severi) ad un ravvicinamento all'intuizione e al senso comune nell'insegnamento matematico delle scuole secondarie; ma non posso dispensarmi dal sottolineare la bella fioritura di trattati universitari e ultra universitari a stampa o in litografia, di cui in questo periodo si è arricchita la nostra letteratura matematica, alcuni dei quali fanno parte di Collezioni promosse dal Consiglio nazionale delle ricerche, dall'Istituto matematico di Roma e dall'Istituto di alta matematica. Segnalo, nel campo della geometria, i trattati di Severi, Comessatti, En. Bortolotti, Conforto; nel campo dell'analisi quelli di Tonelli, Picone, Severi e Scorza Dragoni, Vitali e Sansone, Tricomi; nella teoria dei gruppi astratti e dei gruppi continui infiniti quelli di Scorza e di Amaldi. Nella meccanica bisogna ricordare, oltre al fondamentale trattato di Levi Civita-Amaldi, le lezioni di Giorgi e di Signorini, il trattato di meccanica vibratoria di Krall, i libri di aerodinamica di Pistolesi, di Silla e Teofilato, il vasto trattato di analisi vettoriale e di teoria matematica dell'elasticità di Burali Forti, Boggio, Burgatti, Marcolongo e, in campi collaterali, i trattati di astronomia siderale di Armellini, di aeronautica di Crocco, di meccanica economica di Amoroso. Ma l'elenco, necessariamente

incompleto, presenterebbe una troppo grave lacuna se si dimenticasse la magnifica enciclopedia delle matematiche elementari, opera esclusivamente italiana, tuttora in corso, cominciata nel 1930 per iniziativa della nostra *Mathesis*. Quest'enciclopedia, diretta ad illuminare il campo elementare da punti di vista superiori, è principalmente dovuta alla tenace attività di Luigi Berzolari, il quale, nella sua forte vecchiezza, continua a lavorare mirabilmente per la nostra scienza.

Ho accennato replicatamente all'Istituto nazionale per le applicazioni del calcolo del Consiglio delle ricerche, diretto da Picone, e all'Istituto nazionale di alta matematica da me presieduto. Sono originali istituzioni del Regime, la prima delle quali rende eccellenti servizi alle Forze armate, alle industrie, ai laboratori scientifici e stabilisce continui fecondi rapporti fra la matematica pura e le applicazioni; mentre la seconda, pur cooperando colla prima nelle soluzioni di problemi di alta scienza reclamate dalle applicazioni, ha lo scopo precipuo di promuovere le ricerche nei rami in formazione della matematica, di mantenere i contatti colla scienza e cogli scienziati stranieri, di conservar ato nel mondo il nostro prestigio matematico.

Credo che la scienza italiana possa esser soddisfatta di quello che finora si è realizzato nei due Istituti, che gli stranieri guardano con crescente interesse e che cominciano ad imitare.

La guerra, pur assorbendo tante fresche energie e rendendo più difficili i rapporti scientifici internazionali, non ha diminuito la nostra forza di produzione nel campo matematico nè l'ardore del nostro lavoro nè l'audacia delle nostre iniziative (di che fu ultima prova il Convegno internazionale di matematici tenutosi a Roma nel novembre scorso). Coloro che non hanno l'onore di servire la Patria in armi, sentono più vivo che mai l'obbligo di non interrompere, ma di intensificare il lavoro scientifico, onde l'Italia vittoriosa possa domani assolvere in modo degno delle sue millenarie tradizioni i compiti che l'attendono nella nuova Europa.