Rendiconti
Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL
Memorie di Matematica e Applicazioni
115° (1997), Vol. XXI, fasc. 1, pagg. 89-108

SALVATORE CICENIA (*)

Il contributo di G. Battaglini alla geometria non euclidea con appendice di tre lettere inedite ad A. Genocchi (**)

RIASSUNTO. — La motivazione di questo articolo è di analizzare quale ruolo ha avuto G. Battaglini, spesso ricordato solo per la fondazione del suo *Giornale di matematiche*, nella elaborazione e nella divulgazione della geometria non euclidea. Attraverso lo studio dei suoi articoli sulla geometria iperbolica e della sua specifica corrispondenza con A. Genocchi, si perviene alla conclusione che il matematico napoletano non fu solo interessato agli sviluppi tecnici della geometria non euclidea ma anche ai suoi aspetti fondazionali e alle sue implicazioni filosofiche. L'hegelismo napoletano, che con la valorizzazione della nozione di «a priori» fu inevitabilmente contrario alla fondazione antimetafisica della geometria di Lobacevskij, rappresentò una resistenza alla affermazione della nuova geometria nella cultura accademica partenopea. La teoria positivista della conoscenza, invece, costituì per Battaglini un riferimento filosofico più vicino ai principi della geometria lobacevskiana.

The Contribution of G. Battaglini to the non Euclidean Geometry with the Appendix of Three of his Unpublished Letters to A. Genocchi

ABSTRACT. — The aim of the present article is to analyse the part G. Battaglini, often mentioned only for the foundation of his *Giornale di matematiche*, has had in the elaboration and in the divulgation of non Euclidean geometry. By means of the study of his articles on hyperbolic geometry and of his unpublished specific correspondance with A. Genocchi, we conclude by saying that the Neapolitan mathematician was interessed not only to the technical developments of the non Euclidean geometry but even to its foundational aspects and its philosophical implications. The Neapolitan hegelism, which by emphasis of the notion of «a priori» was inevitably opposite to the antimetaphysical foundation of Lobacevskij's geometry, was a resistence to the affirmation of the new geometry in the academical Parthenopean culture. On the contrary, the positivistic theory of knowledge was a theoretical reference nearer the principles of the Lobacevskian geometry.

(*) Indirizzo dell'autore: Gruppo di Storia della Fisica, Dipartimento di Scienze Fisiche, Università di Napoli.

(**) Memoria presentata il 26 aprile 1997 da Giorgio Letta, uno dei XL.

Nel centenario della morte di Giuseppe Battaglini ci sembra doveroso ricordarne la figura di scienziato e divulgatore della matematica, non per una mera esigenza celebrativa ma per riempire, sia pure parzialmente, un vuoto nella storia della matematica.

Su questo matematico, invero, sono stati scritti, alla fine del secolo scorso, vari necrologi e commemorazioni e successivamente, nei manuali di storia della matematica, ci si è limitati a ricordarne essenzialmente il merito per aver fondato il famoso *Giornale di matematiche* (1). I suoi interessi riguardarono vari ambiti disciplinari, come l'algebra, la geometria, la meccanica razionale, tanto che E. D'Ovidio (1843-1933) ha selezionato i suoi lavori in ben 11 gruppi.

Qui intendiamo analizzare l'impegno culturale e scientifico di Battaglini rispetto alla geometria non euclidea in un momento storico in cui la nuova geometria incontrava serie difficoltà ad essere accettata dalla comunità scientifica (2).

Nella *Scuola napoletana*, fondata da N. Fergola (1769-1824) e portata avanti da validi suoi allievi come A. Giordano (1769-1859) e V. Flauti (1782-1863), l'attenzione dei matematici era rivolta in maniera specifica allo studio delle opere di Euclide, di Pappo, di Apollonio e dei loro commentatori (3). E al suo interno trovò ampio spazio la critica al V postulato di Euclide (4). Il Flauti, invero, pubblicò tra il 1810 e il 1857, ventidue edizioni degli Elementi di Euclide. Nella sesta, dopo aver criticato i tentativi di dimostrazione del postulato euclideo sulle parallele ad opera di Proclo (410-485), Nasir-Eddin (1201-1274) ed altri, introdusse una «dimostrazione» di tale postulato (5), che a partire dalla undicesima edizione fu soppressa perché ritenuta da lui stesso errata. Lo stesso Flauti pubblicò una memoria (1842) di critica alla «dimostrazione» del V postulato di Euclide fatta da A. M. Legendre (1752-1833). Tale dimostrazione, che Legendre aveva inserito in un'appendice alla prima edizione (1794) dei suoi *Eléments de géo-*

(1) E. D'Ovidio, *Commemorazione del socio Giuseppe Battaglini letta dal socio E. D'Ovidio nella seduta dell'8 giugno 1895*, Memorie R. Accademia dei Lincei, Cl. di Sc. fis. mat. e nat., Ser. 5, I (1895), pp. 557-610.

F. Amodeo, *Nuovo elenco delle opere di Giuseppe Battaglini con cenni riassuntivi*, Giornale di Matematiche di Battaglini, XLV (1907), pp. 229-274.

(2) Sorprende che, nell'ampio lavoro di J. C. Pont, *L'aventure des parallèles. Histoire de la géométrie non euclidienne: précurseurs et attardés*, Bern, Peter Lang (1986), Battaglini non è nemmeno citato.

(3) Si v., per tutti, G. Loria, *Nicola Fergola e la Scuola di matematici che lo ebbe a duce*, Atti dell'Università di Genova (1892), pp. 364-502, e F. Amodeo, *Vita matematica napoletana*, parte prima, Napoli, tip. F. Giannini (1905), pp. 122-154, parte seconda, Napoli, Tip. dell'Accademia pontaniana (1924), pp. 58-73 e 164-192.

(4) Sulla storia degli studi sull'opera euclidea e, in particolare, della critica al V postulato di Euclide è ormai classico il lavoro di P. Riccardi, *Saggio di una bibliografia euclidea*, Bologna, Tip. Gamberini e Parmeggiani, Parti I-V (1887-1893); recentemente, molto utile è J. C. Pont, *op. cit.*

(5) V. Flauti, *Nuova dimostrazione del postulato quinto di Euclide con aggiunte altre ricerche sullo stesso argomento fatte da Proclo, Nasir-Eddin, da Clavio e da Simson*, Napoli (1818).

métrie, era basata sul principio di omogeneità, che è risultato equivalente al V postulato di Euclide (6).

Nato a Napoli l'undici gennaio 1826, Battaglini frequentò, da adolescente, il famoso *Studio privato di matematiche* di F. P.Tucci (1790-1875) e S. De Angelis (7) (1789-1850), che, come gli altri studi privati a Napoli, era un vero centro di istruzione scientifica, in concorrenza, talvolta, con la stessa università. In esso gli insegnamenti impartiti erano molto attuali (dall'algebra, al calcolo infinitesimale, alla meccanica) e con l'adozione di testi molto qualificati, come quello (già citato) di Legendre per la geometria e il testo di Lacroix (1765-1843) per il calcolo infinitesimale (8).

A diciotto anni entrò alla *Scuola speciale di Ponti e Strade*, dove gli stessi De Angelis e Tucci tenevano le cattedre di matematica applicata e di geometria descrittiva rispettivamente. Qui attese agli studi per un quadriennio, ma alla fine non riuscì a trovare lavoro come ingegnere.

E mentre era studente alla suddetta Scuola, si tenne (1845) a Napoli un avvenimento di straordinaria importanza: il *VII Congresso degli Scienziati italiani*, che vide la partecipazione di 1613 congressisti, di cui 799 del Regno, e registrò un notevole contributo dei matematici napoletani (9).

Alla fine degli anni quaranta, Battaglini fu assistente all'*Osservatorio astronomico* di Napoli, diretto allora da E. Capocci (10) (1798-1864). In seguito alla reazione borbonica, il Capocci fu rimosso dal suo incarico e con lui il Battaglini, che si era rifiutato, per coerenza con le sue idee liberali, di firmare una petizione a Ferdinando II diretta ad ottenere l'abolizione della costituzione concessa nel 1848.

Iniziò così un periodo molto duro per il giovane matematico napoletano, che fino all'Unità d'Italia rimase fuori della vita accademica, frequentando convegni quasi clandestini dove riuscì, comunque, a far notare il suo talento. Nella riforma del 1850 della

(6) V. Flauti, *Nota su di una dimostrazione analitica del Postulato V di Euclide, e sul principio di omogeneità adottato da alcuni moderni analisti per fondamento di loro ricerche geometriche, e di Analisi algebrica*, Rendiconto R. Accademia delle Scienze di Napoli, I (1842), pp. 61-66.

Si v. la nota (p. 58) di L. Lombardo Radice all'*Introduzione* dei *Nuovi principi della geometria di Lobacevskij* (v. *infra*), dove, tra l'altro, in base alla definizione del matematico russo S. A. Tanovskaia, tale principio viene riassunto nell'affermazione che «grandezze omogenee, quali gli angoli e i segmenti, non possono essere in dipendenza biunivoca l'una dall'altra».

Più recentemente, sul principio di omogeneità si è trattenuto D. Gallitto, *Il contributo di Angelo Genocchi all'Accademia delle Scienze di Torino con particolare riferimento alla geometria non euclidea*, A. Conte - L. Giacardi (a cura di), *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici. Contributi dall'Epistolario*, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria (1991), pp. 113-153.

(7) F. Amodeo, *op. cit.*, parte seconda, pp. 136-150 e passim.

(8) S. Lacroix, *Traité élémentaire de calcul différentiel et intégral*, Paris, Coucier, 3 voll., 1797-1800 (sec. ed. 1810-1819).

(9) *Atti della settima adunanza degli scienziati italiani tenuta in Napoli dal 20 settembre al 5 ottobre 1845*, Napoli, Stamperia Fibreno, Parti I e II, 1846.

(10) M. Riguti, *L'Osservatorio Astronomico di Capodimonte, Napoli*, in P. Nastasi (ed.), *Atti del convegno (Palermo, 1985) Il Meridione e le Scienze (secoli XVI-XIX)*, Università di Palermo (1988), pp. 79-94.

facoltà di matematica nessuna delle cattedre assegnate toccò a Battaglini; soltanto dopo la caduta del governo borbonico, col riordinamento della università di Napoli (1860), gli fu conferita la nomina di professore ordinario di geometria superiore.

L'impegno accademico del Battaglini fu molto intenso e finalizzato, fra l'altro, a far entrare l'università di Napoli nel circuito europeo della cultura matematica. Ciò concorre a far ritenere superato il severo giudizio di F. Amodeo (1859-1946), secondo cui, dal 1860 al 1875, la facoltà di matematica di Napoli ha attraversato un periodo di decadenza [11]; peraltro, già in una nota del 1923, G. Torelli (1849-1931) ha evidenziato che la produzione scientifica e didattica, nel campo della matematica, era a Napoli di tutto rispetto [12].

In tal senso l'iniziativa editoriale, con cui Battaglini, assieme a N. Trudi (1811-1884) e V. Janni (1819-1891), fondò (1863) il *Giornale di matematiche ad uso degli studenti delle università italiane*, fu un'opera meritoria e destinata ad avere successo. Tale rivista, che dopo tre anni dalla sua fondazione fu diretta dal solo Battaglini, divenne ben presto l'organo ufficiale della geometria non euclidea in Italia. Nel *Giornale* furono pubblicati, dal 1867 in poi, vari importanti articoli sulla nuova geometria, al punto da impegnare, fino alla fine degli anni settanta, circa il 20% di ogni volume. Oltre agli articoli di Battaglini, il *Giornale* ospitò i lavori di valorosi matematici che si occuparono di geometria non euclidea, come per es. E. Beltrami (1835-1900) e J. Houel (1823-1886). Se poi si tiene presente che, negli anni sessanta, l'unico periodico di matematica che si pubblicava in Italia erano gli *Annali di Tortolini* [13], ci si rende conto che il *Giornale* svolse un ruolo importante sul piano scientifico. E quando E. Pascal (1865-1940) assunse la direzione del *Giornale* sottolineò esplicitamente, nella prefazione alla terza serie (1910), che Battaglini aveva compreso che nel campo della matematica «[...] c'era una lacuna, perché da una parte l'aumento della produzione matematica sarebbe ben presto diventata tale da non poter più esser contenuta negli Annali, e nelle scarse pubblicazioni accademiche del tempo, e dall'altra parte con quell'interessante progredire delle Università italiane che i tempi nuovi già facevano intravedere sull'orizzonte, i giovani presto avrebbero avuto bisogno di una propria palestra in cui addestrarsi, di una arena propria che fosse più largamente aperta a tutti e nella quale tutti potessero cominciare a misurarsi e a mostrare il proprio valore».

A livello europeo, il panorama editoriale della letteratura matematica era costellato di autorevoli riviste, tra cui (in Germania) il *Journal für reine und angewandte Mathematik*, fondato (1826) da A. L. Crelle (1780-1855), che aveva ospitato i lavori dei più autorevoli matematici del tempo (fra cui C.G. Jacobi (1804-1851) e lo stesso Lobacevskij) e

(11) F. Amodeo, *op. cit.*, pp. 323-325.

(12) G. Torelli, *La facoltà matematica di Napoli nel periodo dal 1860 al 1875*, Atti della Accademia pontaniana, LIII (1923), pp. 83-90.

(13) *Annali di matematica pura ed applicata pubblicati da B. Tortolini a Roma e completati da lui con i Proff. Brioschi, Betti, Genocchi*; dal 1867 furono pubblicati a Milano e diretti da Brioschi e Cremona.

(in Francia) il *Journal de l'École Polytechnique* nel quale A. Cauchy (1789-1857) aveva pubblicato molti suoi lavori.

Il *Giornale*, anche se non aveva l'ambizione di collocarsi al livello delle due citate riviste, seguì, almeno all'inizio, come, a ragione, osserva Pascal nella citata prefazione, «l'indirizzo assai affine» dei *Nouvelles Annales der Mathématiques*, fondati (1842) da C. C. Gerono (1799-1892) e O. Terquem (1782-1862) e destinati essenzialmente alla matematica elementare.

Scrissero i fondatori nel primo volume: «[...] Precederà nella nostra pubblicazione, e ne sarà come la base, una serie di articoli, i quali svolgeranno ordinatamente i principi dei moderni metodi di ricerca. Insiememente a questi si tratteranno delle quistioni speciali; si proporranno quistioni, di cui si pubblicheranno le soluzioni inviate alla direzione del giornale; e si daranno articoli bibliografici, e di storia delle matematiche».

E tale programma fu sostanzialmente rispettato, come osservò D'Ovidio in un articolo ([14]) del 1871 pubblicato in *Rivista critica*, la quale, fondata da A. Angliulli (1857-1890), durante l'unico anno che uscì, rappresentò, sul piano culturale, la tendenza positivista napoletana.

La geometria di N. I. Lobacveskij (1792-1856) incontrò molte resistenze ad essere accettata negli ambienti accademici per il suo carattere fortemente innovativo nella risoluzione del problema delle parallele e per la sua critica ai fondamenti della geometria della tradizione euclidea. Essa, dopo la morte del suo scopritore, fu ignorata per circa un decennio, fino a quando non fu pubblicato l'*Epistolario* di C. F. Gauss (1777- 1855), con cui si venne a conoscenza (1860-1863) che anche il «princeps mathematicorum» si era occupato di geometria non euclidea, pur non avendo pubblicato nulla ([15]). Scrisse, invero, Gauss in una lettera, del 28 novembre 1846, a H. C. Schumacher (1780-1850), suo allievo a Gottinga: «Ho avuto occasione ultimamente di rileggere l'opuscolo di Lobacevskij intitolato *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Quest'opuscolo contiene gli elementi di quella geometria che dovrebbe esistere, e il cui sviluppo formerebbe una connessione rigorosa se la geometria euclidea non fosse vera. Un certo Schweikardt ha dato a questa geometria il nome di geometria astrale ([16]), Lobacevskij quello di geometria immaginaria. Voi sapete che da 54 anni (dopo il 1792) io

([14]) E. D'Ovidio, *Giornale di matematiche ad uso degli studenti delle università italiane, pubblicato per cura del professore G. Battaglini*, Rivista critica di scienze lettere e arti, I (fasc. I) (giugno 1871), pp. 30-32.

([15]) C. F. Gauss, *Werke*, a cura della Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, Teubner (1990-1903), voll. 8 e 9.

([16]) F. C. Schweikart (1780-1859), giurista, si occupò anche di geometria non euclidea; si v.: F. Engel-P. Staeckel, *Die theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss*, Leipzig, Teubner (1895), vol. 1, pp. 237-286; R. Bonola, *La geometria non- euclidea. Esposizione storico-critica del suo sviluppo*, Bologna, Zanichelli (1906) (rist. anast. 1975), passim.

Nel 1818 fece avere a Gauss, tramite Ch. Gerling (1788-1864), un foglio di appunti in cui sostenne, tra l'altro, «che esistono due tipi di geometria, — una geometria in senso stretto — la euclidea, ed una geometria astrale. I triangoli, in quest'ultima, hanno la particolarità che la somma dei loro angoli non è uguale a due angoli retti» (R. Bonola, *op. cit.*, pp. 65-66).

condivido le stesse convinzioni, senza parlare qui di certi sviluppi che le mie idee su questo argomento hanno ottenuto dopo. Non ho trovato, dunque, nell'opera di Lobacevskij alcun fatto nuovo per me; ma l'esposizione è tutta differente da quella che avevo progettato, e l'Autore ha trattato la materia con mano da maestro e con vero spirito geometrico. Io credo di dover richiamare la vostra attenzione su questo libro la cui lettura non può mancare di causarvi il più vivo piacere» (17).

In effetti, fino al 1866 non tutte le opere del geometra russo erano state tradotte in lingua occidentale. Oltre all'opera citata da Gauss, scritta in tedesco dall'autore e pubblicata in Germania nel 1840, di Lobacevskij erano noti la *Geometria immaginaria* (18) (1837), scritta in francese, e l'ultimo suo lavoro, la *Pangeometria*, che fu pubblicata nel 1855 in russo e l'anno dopo in francese. Bisognerà attendere la fine del secolo per conoscere, nella versione di F. Engel (1861-1941), le due importanti opere lobacevskiane: *I fondamenti della geometria* (1829) e i *Nuovi principi della geometria con una teoria completa delle parallele* (19) (1835-1838), nelle quali l'autore esprime la sua geometria iperbolica, evidenziando, tra l'altro, una concezione essenzialmente empirista della geometria (20).

Ciò, comunque, fu sufficiente a Beltrami per presentare (1868), alla comunità scientifica, nel *Giornale* di Battaglini, il suo modello euclideo della geometria lobacevskiana (21).

Così, alla fine degli anni sessanta, da un lato si venne a conoscenza dell'interesse di Gauss alla geometria non euclidea e, dall'altro, fu acquisita la non contraddittorietà relativa della geometria iperbolica rispetto a quella euclidea, ritenuta vera per ipotesi pragmatistiche. Peraltro la pubblicazione nel 1868 della famosa *Memoria* di G. F. B. Riemann (22) (1826-1866), scritta quattordici anni prima, allargò il campo delle alternative alla geometria di Euclide dando, inoltre, origine, nell'ambito delle ricerche sulle

(17) Riportata da Hoüel in appendice a N. I. Lobacevskij, *Études géométriques sur la théorie des parallèles*, Paris, Gauthier-Villars (1866), pp. 41-42. Di tale opera abbiamo pubblicato un'edizione critica: S. Cicenia - A. Drago, *Teoria delle parallele secondo Lobacevskij. Nuova didattica delle geometrie non euclidee*, Napoli, Edizioni Danilo (1996).

(18) N. I. Lobacevskij, *Géométrie imaginaire*, Crelle's journal, XVII (1837), pp. 295-330.

(19) N. I. Lobacevskij, *Zwei geometrische Abhandlungen*, Leipzig, Teubner (1898), traduzione e commento di F. Engel.

In italiano si può leggere solo la seconda delle due opere, nella versione di L. Lombardo Radice: Torino, Universale Scientifica Boringhieri (1974).

(20) Sulla concezione lobacevskiana dei fondamenti della geometria rinviamo a S. Cicenia, *La geometria fisica secondo Lobacevskij*, F. Bevilacqua (ed.), *Atti del X Congresso nazionale di Storia della fisica, Cagliari* (1989), pp. 83-94, e ad un altro nostro lavoro: *I problemi fondazionali della geometria in N. I. Lobacevskij*, Epistemologia, XVII (1994), pp. 13-34.

(21) E. Beltrami, *Saggio di interpretazione della geometria non euclidea*, Giornale di Matematiche, 6 (1868), pp. 284-312; ristampato in *Opere matematiche*, a cura della Facoltà di Scienze dell'Università di Roma, Milano, Hoepli, voll. 1-4 (1902-1920), cfr. vol. 1, pp. 374-405.

(22) *Ueber die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen*, inserita in H. Weber (ed.), *Bernhard Riemann's gesammelte mathematischen Werke*, Lipsia (1876) (rist. New York (1953)).

geometrie non euclidee, ad un nuovo indirizzo che in letteratura si suole chiamare metrico-differenziale. Tuttavia la diffidenza verso le nuove ricerche tardò a scomparire, se si pensa che non mancarono matematici di valore, come G. Bellavitis (1803-1880), che si lanciarono in giudizi denigratori e preconcetti [23].

Battaglini avvertì la portata profonda ed innovativa della geometria non euclidea sia sul piano strettamente scientifico, che su quello fondazionale e, più in generale, della teoria della conoscenza.

Dopo aver pubblicato, nel *Giornale*, alcuni scritti di Hoüel, che, fra l'altro, offrivano contributi originali su questioni di geometria elementare e recuperavano il concetto di geometria metrica [24] così come aveva fatto Lobacevskij nella sua geometria dei corpi solidi, Battaglini tradusse in italiano la *Pangeometria* [25] (1867) (di Lobacevskij) e l'*Appendix* [26] (1868) di J. Bolyai (1802-1860). Tali traduzioni non presentano alcun commento ed hanno soltanto l'evidente scopo di far conoscere in Italia la nuova geometria.

È di questi anni il più importante lavoro del matematico napoletano sulla geometria non euclidea: *Sulla geometria immaginaria di Lobatchewsky* [27]. L'obbiettivo dichiarato

[23] Per un primo orientamento sugli oppositori della geometria non euclidea si v. I. Toth, *Il pensiero matematico: libertà e verità, negazione e creazione*, G. Casati et alii, *Pensiero matematico e pensiero filosofico*, Padova, Franco Muzzio editore (1993), pp. 21-52, in particolare pp. 25-29.

[24] J. Hoüel fu il principale diffusore delle geometrie non euclidee in Francia. Tradusse in francese, tra l'altro, oltre a *Untersuchungen* (cit.) di Lobacevskij e a *Sulla geometria immaginaria* di Battaglini, due importanti memorie di Beltrami: *Teoria fondamentale degli spazi di curvatura costante*, Annali di Matematica Pura e Applicata, 2 (1868-1869), pp. 232-255, tradotta in Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, VI (1868), pp. 347-377; e il famoso *Saggio* (cit.), tradotto negli stessi Annales, VI (1869), pp. 251-288.

Il suo lavoro più importante è sicuramente: *Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie ou Commentaire sur les XXXII premières propositions des Eléments d'Euclide*, Paris, Gautier-Villars (1867).

Per notizie biobibliografiche si v. C. C. Gillispie (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, (cit.), New York, Scribner's Sons (1971), ad vocem.

[25] N. I. Lobacevskij, *Pangeometria*, Giornale di Matematiche, V (1867), pp. 273-336.

[26] J. Bolyai, *Sulla scienza dello spazio assolutamente vera, ed indipendentemente dalla verità o dalla falsità dell'assioma XI di Euclide (giammai da potersi decidere a priori)*, Giornale di Matematiche, VI (1868), pp. 97-115.

Il lavoro di J. Bolyai era stato scritto in latino: *Appendix, scientiam spatii absolute verum exhibens: a veritate aut falsitate Axiomatis XI Euclidei (a priori haud unquam decidenda) indipendentem* e pubblicato (1832) come appendice al vol. I dell'opera del padre Wolfang: *Tentamen juventutem studiosam in elementa Matheseos purae, elementaris ac sublimioris methodo intuitiva evidentiaque huic propria, introducendi*, Maros-Vásárhely, 2 voll.; si v. anche la recente edizione critica: J. Bolyai, *Appendix. The theory of space*, a cura di F. Kárteszi e con supplementi di B. Szénássy, Amsterdam, North-Holland (1987).

[27] Giornale di Matematiche, V (1867), pp. 217-231 e Atti della R. Accademia delle Scienze di Napoli, pp. 157-173; la memoria comparve, l'anno dopo, in lingua francese: *Sur la géométrie imaginaire de Lobatchefffsky*, Nouvelles Annales des Mathématiques, VII (1868), pp. 209-221 e 265-277.

è di «stabilire direttamente il principio che serve di base alla *nuova* tecnica delle parallele, e quindi di pervenire, in modo diverso da Lobatchewsky alle formole che esprimono le relazioni tra le parti di un triangolo nel sistema della geometria immaginaria».

Nelle opere di geometria, *Studi geometrici* e *Pangeometria* (note a Battaglini), Lobacevskij era partito dalla importante e ben nota formula fondamentale che esprime la tangente dell'angolo di parallelismo $\pi(x)$ relativo alla generica distanza x, per pervenire alle quattro equazioni fondamentali della sua geometria iperbolica.

Battaglini, invece, determina dapprima la funzione che esprime la rotazione di una retta w attorno ad un punto P nel passaggio dalla posizione iniziale w_0 alla generica w_i; analogamente per un fascio di piani e per la posizione del punto Ω che si muove su una retta l ([28]). Dopo di che, considera il sistema dei punti Ω di una retta l e il sistema delle rette w che uniscono tali punti con un punto dato P; ed osserva che esiste una corrispondenza biunivoca tra gli elementi di Ω e quelli di w. Quindi, senza eccessiva difficoltà, arriva alla conclusione che, come nella teoria di Lobacevskij, esistono due rette parallele, condotte da P ad l.

Va subito detto, però, che mentre Battaglini arriva alla determinazione delle due rette parallele per via analitica, Lobacevskij segue la via sintetica. La proposizione 16 degli *Studi geometrici* affronta il problema del parallelismo e pone l'esistenza delle due parallele come possibilità all'interno di un contesto problematico. Lobacevskij, cioè, mediante la nozione di angolo di parallelismo fa vedere che i casi possibili sono due: quello euclideo e quello iperbolico a seconda che tale angolo abbia un valore pari o minore di $\pi / 2$. Ed inoltre l'esistenza delle rette parallele per un punto P ad una retta r è assicurata da Lobacevskij con motivi di continuità e, più specificamente, seguendo la nozione di spostamenti per gradi insensibili di L. Carnot (1753-1823): «[...] il carattere del parallelismo è che la linea diventa secante con la minima deviazione verso il lato dov'è situata la parallela [...]([29]).

Dopo aver sottolineato che l'angolo di parallelismo Δ è funzione della distanza δ, per cui esso si può esprimere per mezzo di una funzione ϕ [$\cot g \Delta = \phi(\delta)$], Battaglini fa una breve digressione sui punti all'infinito della retta, osservando

([28]) Battaglini usa la notazione contraria: indica con le lettere minuscole i punti e con le lettere maiuscole le rette.

([29]) N. I. Lobacevskij, *Études géométriques...*, cit, p. 5.

In nostri recenti studi, assieme a A. Drago, abbiamo evidenziato come Lobacevskij si riconduca all'opera di L. Carnot; rimandiamo il Lettore interessato a: A. Drago, *Verso la conoscenza dei fondamenti della matematica. L'analisi infinitesimale in Lazare Carnot*, L. Magnani (a cura di), *Conoscenza e matematica*, Milano, Marcos y Marcos (1991), pp. 427-442; S. Cicenia - A. Drago, *Conoscenza ponendo un problema matematico. Evidenze di una filiazione scientifica di N.I. Lobacevskij da L. Carnot*, L. Magnani (a cura di), *op. cit.*, pp. 469-484; S. Cicenia - A. Drago, *Evidence for a scientific filiation of Lobatchevsky from L.Carnot*, F. Krafft - C. J. Scriba (eds.), *XVIIIth International Congress of History of Science*, Hamburg-Munich, 1989.

che in geometria iperbolica essi sono due e distinti, contrariamente a quanto avviene nella geometria di Euclide [30].

E l'infinito viene riguardato da Battaglini, così come fa Lobacevskij, come infinito potenziale. Successivamente, l'Autore cerca le relazioni tra le parti di un triangolo e perviene alle stesse formole di trigonometria iperbolica (anche se espresse in forma diversa) trovate da Lobacevskij.

A conclusione del lavoro, Battaglini consegue un risultato molto importante in geometria non euclidea: la geometria lobacevskiana, cioè, è più ampia di quella euclidea, anzi la contiene come caso particolare. Le due geometrie coincidono a meno di infinitesimi di ordine superiore al secondo: cioè in un triangolo ordinario la somma degli angoli interni è pari a due retti; per questo motivo Lobacevskij aveva preso in considerazione triangoli astronomici (cioè con vertici coincidenti con la Terra e le stelle fisse Sirio e Keidel) nell'intento di trovare una verifica sperimentale alla nuova geometria [31]. Battaglini non sembra preoccuparsi di questo «ritorno» al mondo fisico, le sue ultime considerazioni (in questa memoria) riguardano la possibilità, partendo dalla trigonometria iperbolica, di ritrovare quella sferica, che è indipendente dall'ipotesi sulle parallele, sostituendo i lati a, b, c di un triangolo con ia/k, ib/k, ic/k, rispettivamente, dove i è l'unità immaginaria e k la costante del piano iperbolico.

La scoperta della geometria non euclidea ad opera di Lobacevskij aveva fatto cadere l'antica certezza associata alla geometria di Euclide, la quale aveva rappresentato, per lungo tempo, il modello di scienza apodittica secondo Aristotele. La possibilità di un'altra geometria si scontrava contro la nozione kantiana dell'a priori. Il giudizio sintetico *a priori* di Kant riguardante la geometria era basato sull'elemento a priori rappresentato dallo spazio. E tale caratterizzazione, anche se non era esterna al pensiero e perciò dogmatica, era basata sull'unica geometria possibile dello spazio, cioè la geometria euclidea. Allora il kantismo si rivelò inadeguato alla comprensione della portata

(30) «Le due teorie delle parallele, di Lobatchewsky e di Euclide, corrispondono a due concetti diversi che possiamo formarci della linea retta, relativamente ai suoi punti all'infinito. Secondo Lobatchewsky, la linea retta, a partire da ogni suo punto O, si distende all'infinito dall'una e dall'altra parte di O, però i suoi due punti all'infinito, in parti opposte ad O, sono tra loro *distinti*, sicché non si potrà passare sulla retta dall'una all'altra parte di O, se non passando per O nel *campo finito* della retta (dai valori positivi cioè ai negativi della distanza z di un punto P della retta da O, passando per zero) oppure attraversando un *campo ideale della retta al di là dell'infinito* (passando cioè z per valori immaginari). Secondo Euclide al contrario, la linea retta distendendosi ancora all'infinito dall'una e dall'altra parte di ogni suo punto O, i suoi due punti all'infinito in parti opposte di O sono tra loro coincidenti, vale a dire la linea retta è una *linea indefinita rientrante in sè stessa*, sicché si passerà sulla retta dall'una all'altra parte di O, passando per O, oppure pel punto della retta situato all'infinito (dai valori positivi cioè ai negativi di z passando per zero o per ∞)» (p. 223).

(31) Sul significato delle verifiche sperimentali all'interno della concezione della geometria lobacevskiana si v. S. Cicenia - D. Valeo, *La verifica astronomica della geometria iperbolica di Lobacevskij*, F. Bevilacqua (ed.), *Atti del XII Congresso nazionale di Storia della fisica*, L'Aquila (1991), pp. 35-52.

scientifica e filosofica della geometria non euclidea. Questa, viceversa, oltre a rappresentare un'altra possibilità nella descrizione e nella conoscenza dello spazio, costituì un'alternativa alla fondazione platonica della geometria euclidea, la quale si basava su idee immutabili ed eterne (come i concetti primitivi di punto, retta e piano). Lobacevskij fondò la sua geometria partendo dalla realtà fisica e pervenendo in maniera operativa (attraverso la nozione di sezione) ai concetti basilari della geometria. Il suo atteggiamento empirista,che non sfociò mai nel mero sensismo nè in un realismo ingenuo, fu certamente il più autorevole nell'ambito del cosiddetto empirismo geometrico dell'ottocento ([32]).

A Napoli, Battaglini incontrò molta ostilità, nell'ambiente accademico, nella divulgazione della nuova geometria: nella sua corrispondenza epistolare con A. Genocchi ([33]) (1817-1889), matematico di valore, in rapporto epistolare con molti scienziati autorevoli d'Europa, ed importante per i suoi studi sulla geometria e la meccanica in rapporto al V postulato di Euclide ([34]), il 14 maggio 1867 scrisse, in una lettera rimasta inedita (e riportata in appendice) che era «in guerra con tutta la facoltà di matematica di Napoli, per [essersi] fatto propugnatore di queste nuove idee [...]». Tale ostilità era dovuta, oltre che alle motivazioni generali di coloro che anche in altre parti d'Italia (e d'Europa) rifiutavano la nuova e «rivoluzionaria» geometria, al clima culturale generale della Napoli post-unitaria.

Nell'ateneo partenopeo, invero, la cattedra di filosofia era tenuta da B. Spaventa (1817-1883), sicuramente il più autorevole rappresentante dell'hegelismo napoletano, la cui ricerca filosofica, oltre ad interpretare la filosofia hegeliana, era diretta al recupero del kantismo nell'intento di demolire alcuni punti cardini del positivismo.

Il recupero dell'*a priori* kantiano ([35]), da parte di Spaventa, determinò, all'interno dell'ambiente accademico e culturale napoletano, le premesse per una difficile accettazione della geometria lobacevskiana. Spaventa tentò di «rendere compatibile — come osserva M. Quaranta — il suo idealismo col positivismo, depauperando quest'ultimo di

([32]) R. Torretti, *Philosophy of geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht, D. Reidel P.C. (1978), pp. 256-278; S. Cicenia - A. Drago, *Le geometrie non euclidee come teorie fisiche*, M. Galluzzi (ed.), *Giornate di Storia della matematica*, Commenda di Rende, Editel (1991), pp. 57-76.

([33]) Per un'ampia biografia, comprensiva dell'elenco delle sue opere, si v. F. Siacci, *Cenni necrologici di Angelo Genocchi*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, XXXIX (1889), pp. 463-495. Recentemente sono apparsi gli Atti del convegno: A. Conte - L. Giacardi (eds.), *op. cit.*, a cui rinviamo per un'analisi dei manoscritti e carteggi vari, gran parte dei quali inediti; si v. anche S. Cicenia, *Angelo Genocchi e la meccanica non euclidea*, F. Bevilacqua (ed.), *Atti del X Congresso nazionale di Storia della fisica*, Cagliari (1989), pp. 73-82.

([34]) Si v. le note all'appendice.

([35]) Su questo argomento gli scritti spaventiani più importanti sono: *Logica e metafisica* (1867), *Paolottismo, positivismo, razionalismo* (1868), *Note sulla metafisica di Kant* (1873), *Kant e l'empirismo* (1880); questi lavori sono stati raccolti in *Scritti filosofici*, a cura di G. Gentile, Napoli (1900).

quanto aveva di più significativo [36]. Il positivismo veniva così privato di «due elementi caratterizzanti (il processo conoscitivo come formazione naturale, lo sviluppo delle scienze come coessenziale nella determinazione dell'orientamento filosofico generale)» [37]. Dello stesso Galilei (1564-1642), a cui alcuni positivisti italiani si riconducevano, Spaventa cercò di dare, nella memoria *Un luogo di Galilei* (1882), una interpretazione alla luce della sua filosofia, finendo col consegnare una lettura platonica del pensiero del grande scienziato pisano. La verità è che per Spaventa la scienza, continua Quaranta, «è al limite solo un movimento subordinato e inessenziale del processo ideale e storico del pensiero moderno» [38].

Più rigida fu l'interpretazione della filosofia di Hegel, da parte di A. Vera (1813-1885), contemporaneo e collega di Spaventa,intesa come il momento più alto della riflessione filosofica dell'ottocento [39].

A Napoli, la nuova importanza attribuita ai valori della concretezza e della positività connessi al grande progresso realizzato nel campo delle scienze, dalla termodinamica, alla teoria dei gas, alla biologia ecc., si manifestò in maniera decisa pur se con un certo ritardo, scontrandosi e coesistendo con l'hegelismo.

Con la chiamata di S. Tommasi (1813-1888), osserva Oldrini, «alla cattedra napoletana di clinica medica (1865) [...] il positivismo fa il suo ingresso ufficiale nell'università di Napoli» [40].

Il Tommasi passò da una concezione hegeliana della natura ad una difesa dell'esigenza di abbandonare le impostazioni metafisiche nel campo scientifico e di attenersi ai dati dell'esperienza: «[...] la dottrina non può consistere in un *a priori*, non può sorgere dalle speculazioni metafisiche [...]. La dottrina o le dottrine in tutte le scienze naturali, e quindi anche nella medicina, non sono che la legge, o un insieme di leggi logicamente connesse, a cui il nostro intendimento e la ragione danno una forma propria d'idealità; la quale, nata dal fatto o dai fatti sperimentali, informa di natura scientifica questi fatti, e ci aiuta in seguito a studiar bene altri fatti sperimentalmente» [41].

Tommasi consolidò, poi, il suo punto di vista nel campo della filosofia della scienza nella prolusione *Il naturalismo moderno* [42] (1866), dove viene ribadita la validità del

[36] M. Quaranta, *Positivismo ed hegelismo in Italia*, L. Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, Milano, Garzanti, vol. VI (1975), p. 224.

[37] *Ibidem*.

[38] *Ibidem*, p. 220.

[39] G. Oldrini, *Gli hegeliani di Napoli, Augusto Vera e la corrente ortodossa*, Milano, Feltrinelli (1964), *La cultura filosofica napoletana dell'ottocento*, Bari, Laterza (1973).

Gli aspetti epistemologici dell'hegelismo napoletano, specialmente di Spaventa, sono stati analizzati da P. Freguglia - M. Frasca Spada, *Impatto delle problematiche epistemologiche moderne e dei fondamenti delle scienze sulla cultura meridionale nella seconda metà dell'ottocento e nel primo Novecento*, P. Nastasi (a cura di), *Atti del convegno «Il Meridione e le scienze (secoli XVI-XIX)»*, Palermo (1985), pp. 243-256.

[40] G. Oldrini, *op. cit.*, p. 481.

[41] S. Tommasi, *Le dottrine mediche e la clinica*, Morgagni, VIII (1866), p. 2.

[42] Morgagni, VIII (1866), pp. 817-844.

metodo sperimentale, di derivazione galileiana, come egli stesso dice, sull'apriorismo degli hegeliani.

Fondamentale è poi l'opera del filosofo (e pedagogista) A. Angiulli [43] che riprese le motivazioni di fondo di E. Littré [44], (1801-1881), allievo di A. Comte (1798-1857). Nella sua opera *La filosofia e la ricerca positiva* (1869) Angiulli attribuì una funzione critico- metodologica alla metafisica, la quale, nella concezione filosofica comtiana, aveva perso ogni funzione nell'ambito della teoria della conoscenza. Egli elaborò una «metafisica critica», cioè una metafisica configurata non come dominio assoluto della cosa in sè, ma come una continua ricerca soggetta alla correzione dell'esperienza e alla valutazione critica della filosofia.

Nell'ambito della cultura napoletana della fine degli anni sessanta, la riflessione filosofica dell'Angiulli, anche se aveva una distanza non trascurabile dalla radicale impostazione antimetafisica della filosofia della scienza di Lobacevskij, costituì, insieme all'atteggiamento positivista di Tommasi, un punto di riferimento filosofico più favorevole dell' hegelismo di Spaventa ai fini dell'accettazione della geometria non euclidea lobacevskiana da parte della comunità scientifica partenopea.

E per Battaglini, che coltivò «quasi segretamente, ma avidamenmte, la Filosofia e la Letteratura» [45], i caratteri essenziali del positivismo erano più aderenti alla impostazione fondazionale della geometria non euclidea lobacevskiana di quanto non lo fosse l'apriorismo kantiano o l'idealismo hegeliano. Egli avvertì l'esigenza che nessuna attività, in particolare quella scientifica, potesse avere efficacia senza ordine e unità. E' ciò che lui chiamò «ordinamento filosofico della scienza» [46] e che Comte ottenne con la sua classificazione delle scienze, la quale, com'è noto, non si basava su un ordine gerarchico delle facoltà umane, ma sull'esame oggettivo delle strutture delle scienze stesse. (Questo problema sarà, poi, uno dei temi centrali del positivismo, in ogni sua variante, per tutto l'ottocento.)

Battaglini rivolse, inoltre, una dura critica agli *Elementi* di Euclide, ritenendo l'opera euclidea completamente carente dal punto di vista didattico-pedagogico. Nella polemica che divampò in Europa, nella seconda metà dell'ottocento, sull'opportunità o meno di adottare gli *Elementi* di Euclide come libro di testo di matematica, Battaglini assunse una posizione di netta opposizione. Così scrisse a Genocchi: «ritengo [gli] Elementi come libro inadatto all'insegnamento, tanto se si ha in mira l'ammaestramento nella *Geometria* (per la povertà di quel libro)

(43) Su questo importante esponente del positivismo napoletano si v.: A. Savorelli, *Positivismo a Napoli. La metafisica critica di Andrea Angiulli*, Napoli, Morano editore (1990).

(44) A. Savorelli, *op. cit.*; importante è anche F. Restaino, *E. Littré e «La philosophie positive» (1867-1883)*, A. Santucci (a cura di), *Scienza e filosofia nella cultura positivistica*, Milano, Feltrinelli (1982), pp. 104-133.

(45) E. D'Ovidio, *Commemorazione...*, cit., pp. 560-561.

(46) Si v. la lettera del 24 aprile 1870, indirizzata a Genocchi, riportata in appendice.

quanto se si riguarda il solo lato educativo, poichè credo che quel libro sia più adatto ad addormentare la mente dei ragazzi che a svolgere le loro facoltà» ([47]).

C'è da credere che questa severa critica agli *Elementi* sul piano della didattica e educativo non fosse che la conseguenza di una riflessione epistemologica e quindi lo sviluppo coerente di una critica rivolta alla impostazione platonica dell'opera euclidea.

Peraltro, in alcuni Paesi d'Europa, come la Germania, andava manifestandosi il desiderio di introdurre la geometria non euclidea nell'insegnamento secondario; il che non fu un'idea stravagante, dal momento che vi fu una concreta realizzazione sul piano editoriale. Basti pensare alla fortuna che conobbe il testo di H. R. Baltzer (1818-1887), *Die Elemente der Mathematik*, che ebbe sette edizioni dal 1860 al 1885 e fu tradotto in Italia da L. Cremona (1830-1903) e adottato nelle scuole del Regno per vari anni. Tale libro era organizzato in maniera nuova, con molti riferimenti storici, non riguardati come mere curiosità o semplici aggiunte, ma parte integrante della trattazione alla base delle tematiche sviluppate. Così, pure la teoria delle parallele, con le varianti più importanti conosciute e le soluzioni trovate, entra a pieno titolo nei contenuti del libro, il cui carattere pluralista viene ribadito dallo stesso autore (nella prefazione alle edizioni 4a e 5a) ([48]).

E la *Rivista critica* espresse, come abbiamo sottolineato, un giudizio positivo sulla funzione del *Giornale*, per l'impegno ad ospitare molti lavori di geometria non euclidea e sui fondamenti della geometria. Essa interruppe le pubblicazioni nel 1871 (dopo solo cinque fascicoli), l'anno stesso in cui Angiulli lasciava Napoli per occupare, a Bologna, la cattedra di antropologia e psicologia, e Battaglini si trasferiva nell'Ateneo di Roma del quale fu anche rettore negli anni 1873-1874.

Angiulli, poi, continuò ad essere un punto di riferimento per non pochi intellettuali napoletani, che nel decennio successivo si raccolsero attorno alla rivista da lui diretta

([47]) Si v. la lettera del 7 febbraio 1869, riportata in appendice, con le relative (nostre) note.

([48]) «Le ricerche moderne sui concetti dello spazio, richiamate dall'oblio nella seconda edizione di questi *Elementi*, diedero occasione a riconoscere che i punti all'infinito di una retta possono essere distinti (reali o no), o uniti conformemente all'ipotesi euclidea, e che la retta può o deve essere tenuta per una linea rientrante in se stessa, se non ha punti all'infinito distinti. Non è dunque lecito di mascherare coll'aggiunta di un particolare assioma l'indeterminazione che esiste nella teoria delle parallele, bensì devesi ammettere che, a partire di lì, la geometria può anche percorrere altre vie. L'esplicazione di questo fatto insieme colla semplicizzazione della via euclidea è un miglioramento sostanziale ottenuto nella quarta edizione (1874).

[...] Anche le notizie storiche sono state migliorate e compite in questa nuova edizione. Queste notizie non sono solamente preziose indicazioni delle fonti; esse costituiscono altresì gli elementi di una storia dei teoremi, delle teorie, delle denominazioni e dei simboli. Senza la storia dei teoremi non si può dare una soddisfacente storia de' maestri inventori. E le due storie sono la base indispensabile alla storia della matematica per giungere ad un'esatta esposizione de' suoi progressi nelle diverse epoche e della parte ch'essa ebbe nelle diverse civiltà». (H. R. Baltzer, *Elementi di geometria*, parti I- VI, trad. di L. Cremona, Genova, Tipografia del R. Istituto de' Sordo-Muti (1875-1884); cfr. parte IV, pp. V-VI).

(dal 1881 al 1889): *Rassegna critica di opere filosofiche, scientifiche e letterarie,* che si rivelò ben presto un'autorevole rivista del positivismo italiano ([49]).

Gli altri scritti di Battaglini sulla geometria non euclidea sono del periodo romano e quasi tutti pubblicati negli *Atti dell'Accademia dei Lincei,* della quale egli fu socio dal 1872, e poi ripubblicati nel *Giornale*.

In quello stesso anno (1872), F. Klein (1849-1925), in occasione della sua nomina a professore ordinario, tenne la prolusione, nota come *Programma di Erlangen,* nella quale dava una classificazione unitaria di tutte le geometrie mediante la geometria proiettiva, la quale è indipendente dal postulato delle parallele; in modo particolare veniva stabilita una sorta di «gerarchia» tra le varie geometrie sulla base del gruppo di trasformazioni che mutano in sé una varietà quadratica fondamentale ([50]).

E ai risultati di Klein Battaglini fece riferimento in alcuni suoi scritti. Così nella *Nota sul rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle coniche* e nel suo proseguimento *Nota sul rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle quadriche* ([51]) parte proprio dalla classificazione kleiniana delle geometrie, distinte in geometria parabolica (o euclidea), iperbolica (o lobacevskiana) ed ellittica (o riemanniana) a seconda che alla retta vengano attribuiti, rispettivamente, uno, due o nessun punto all'infinito reale.

Considerato che in geometria non euclidea i circoli sono coniche bitangenti ad una conica fissa all'infinito (assoluto), Battaglini studia (mediante la nozione di rapporto anarmonico sezionale di due coniche U' e U'' rispetto ad una terza conica U) la proprietà proiettiva corrispondente alla proprietà dei circoli di segarsi sotto angoli uguali. Nella seconda «Nota» estende alle quadriche le considerazioni fatte nella prima.

I risultati conseguiti sono ripresi da Battaglini in un altro lavoro, *I circoli nella geo-*

([49]) Questa *Rassegna,* assieme alla *Rivista di filosofia scientifica,* diretta da E. Morselli (1852-1929), contribuì a raccogliere le aspettative degli intellettuali più aperti e sensibili a quanto di nuovo si andava delineando nella cultura europea della seconda metà dell'ottocento.

Sull'importanza della rivista di Morselli in relazione al positivismo italiano si v. i due lavori di M. Catenaro: *La «Rivista di filosofia scientifica» e il positivismo italiano,* Giornale critico della filosofia italiana, ser. quarta, III (1972), pp. 92-117; *Scienza, filosofia e metafisica nella «Rivista di filosofia scientifica», ibidem,* VI (1975), pp. 263-301. Ne «Il programma della Rassegna critica», apparso nel primo numero della rivista, Angiulli scrisse: «La Rassegna critica si propone non solamente di far note le recenti pubblicazioni filosofiche, scientifiche e letterarie, italiane e forestiere, ma soprattutto di accoppiare all'annunzio di tali pubblicazioni un'analisi ed un esame breve ed accurato del loro contenuto...; [...] saranno dalla nostra Rassegna esclusi gli articoli che s'ispirino o ad un vecchio modo del teologismo, o ad un sistema di astruserie ontologiche e trascendenti, o ad uno spiritualismo mistico e dal fondo bujo, ove vediamo rifugiarsi in maniera tardiva l'inanità mentale di alcuni altresì presso di noi» (pp. 2-3).

([50]) F. Klein, *Vergleichende Betrachtungen über neure geometrischen Forschungen,* Erlangen, A. Deichert (1872); trad. it.: *Considerazioni comparative intorno a ricerche geometriche recenti,* a cura di G. Fano, Annali di Matematica Pura e Applicata, ser. 2, 17 (1890), pp. 1-37.

([51]) La prima pubblicata negli Atti della R. Accademia dei Lincei, XXVI (1873), pp. 566-576 e poi nel Giornale di Matematiche, XII (1874), pp. 193-200; la seconda nel Giornale di Matematiche, XII (1874), pp. 266-276.

metria non euclidea (52), nell'intento di «estendere alla geometria non-euclidea le proprietà dei circoli della Geometria euclidea (53). Questi lavori del matematico napoletano furono svolti tutti per via analitica; mentre, alcuni anni dopo fu pubblicato nel *Giornale* un articolo che ripercorreva alcuni dei risultati di Battaglini dal punto di vista sintetico (54).

L'ultimo lavoro di Battaglini sulla geometria non euclidea è *Sull'affinità circolare non euclidea* (55), dove è ripresa la nozione di trasformazione (o affinità) circolare di Möbius (56) (1790-1868). L'autore estende tale nozione alla geometria non euclidea e dà le formule di trasformazione (oltre alla costruzione) dei punti corrispondenti fra due piani, tali che a coniche bitangenti a una conica data nel primo piano corrispondano coniche bitangenti ad un'altra nel secondo.

Anche qui Battaglini seguì la via analitica, facendo emergere con chiarezza la sua collocazione,analoga a quella di B. Riemann e di Beltrami, rispetto al dibattito tra metodo sintetico e metodo analitico, che nella prima metà dell'ottocento aveva assorbito gran parte della discussione sui fondamenti della geometria. La discussione sulla fondazione di una teoria geometrica aveva assunto una radicalizzazione in modo particolare attorno alla fondazione della geometria proiettiva. Così J. Steiner (1796-1863) e, soprattutto, C. von Staudt (1798-1867) esclusero dal loro sistema geometrico qualsiasi riferimento metrico, mentre Möbius e J. Plücker (1801-1868) furono i più autorevoli rappresentanti dell'indirizzo analitico in geometria proiettiva. Möbius, in particolare, pubblicò (1827) un'opera molto importante, *Il calcolo baricentrico* (57), che, se anche non ebbe il successo che meritava, fornì una serie di risultati (come le «reti geometriche», lo studio delle correlazioni tra due piani o due spazi, le proprietà delle collineazioni e la teoria delle coniche), ad alcuni dei quali si rifece Battaglini nelle prime due memorie sulla geometria proiettiva (58).

Peraltro nella *Scuola napoletana* fu molto viva la polemica tra l'indirizzo sintetico, ispirato all'opera di Fergola e sostenuto, successivamente, con grande convinzione da

(52) Atti della R. Accademia dei Lincei, ser. II, XXVII (1873-74), pp. 53-61 ed anche in Giornale di Matematiche, XII (1874), pp. 213-219.

(53) Giornale di Matematiche, XII (1874), p. 213.

(54) E. Ricordi, *I circoli nella geometria non euclidea*, Giornale di Matematiche, XVII (1880), pp. 255-270.

(55) Rendiconti R. Accademia delle Scienze di Napoli, XV (1876), pp. 219-223, ed anche in Giornale di Matematiche, XVI (1878), pp. 256-262.

(56) A. F. Möbius, *Theorie der Kreisverwandschaft*, Abh. König. Säch. Ges. der Wiss., II (1855), pp. 529-565; ed in *Werke*, II, Leipzig (1885), pp. 243-345.

(57) A. F. Möbius, *Der barycentrische Calcul*, Leipzig, Verlag von J. A. Barth (1827); anche nel vol. I di *Gesammelte Werke*, Leipzig, Hirsel, voll. 4 (1885-1887).

(58) Si tratta di: *Sulla geometria proiettiva. Memoria prima*, Atti R. Accademia delle Scienze di Napoli, n° 6, VI (1875), pp. 1-10; *Sulla geometria proiettiva. Memoria seconda, ibidem*, n° 12, VI (1875), pp. 1-21; *Sulla geometria proiettiva. Memoria terza, ibidem*, n° 5, VII (1878), pp. 1-21. Queste tre memorie sono apparse anche nel Giornale di Matematiche, rispettivamente, in XII (1874), pp. 300-311, XIII (1875), pp. 49-71, XIV (1876), pp. 110-138.

Flauti, e l'indirizzo analitico i cui rappresentanti più autorevoli furono proprio i maestri di Battaglini, Tucci e De Angelis, oltre al matematico F. Padula [59] (1815-1881).

Il Battaglini fu socio di varie accademie italiane e straniere, tra cui (dal 1875) l'Accademia dei XL, detta allora *Società Italiana dei LX;* e, per il suo impegno nel campo della geometria non euclidea, fu nominato professore onorario dell'università di Kazan, dove aveva operato per l'intera vita Lobacevskij. Ebbe, inoltre, una corrispondenza epistolare con A. Vasiliev (1853-1929), che è stato uno degli studiosi russi più attenti ed autorevoli dell'opera lobacevskiana [60].

Nel 1885 Battaglini tornò all'università di Napoli e nella città partenopea, nonostante la salute malferma, scrisse i suoi ultimi lavori, che non riguardano però le geometrie non euclidee [61], fino a qualche anno prima della morte, sopraggiunta il 29 aprile 1894. Il necrologio fu scritto da un suo allievo, A. Capelli (1855-1910), che subentrò alla direzione del «Giornale» nello stesso anno della morte del suo fondatore [62].

Il Giornale continuò ad avere una linea editoriale aperta alle sollecitazioni più vive provenienti dal mondo scientifico europeo, così come era avvenuto durante la direzione di Battaglini. Lo stesso Capelli fu molto interessato al dibattito degli anni ottanta sul rapporto tra filosofia e scienza, pervenendo ad una concezione della matematica come «modello» per la ricerca scientifica ed assumendo, sul piano filosofico, una posizione di equilibrio al di là di ogni dogmatismo [63].

Appendice

Le tre lettere, inedite, che presentiamo, appartengono al Fondo Genocchi della Biblioteca Comunale Passerini-Landi di Piacenza e furono scritte da Battaglini a Genocchi. Il Battaglini scrisse altre due brevi lettere al Genocchi (almeno per quanto risulta dal suddetto fondo), il 16 aprile 1867 da Napoli e il 7 maggio

(59) F. Amodio, *Vita...*, cit., parte II, 213-224 e passim; utile è anche R. Ruggi, *Fiore sparso sulla tomba di Fortunato Padula*, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze di Napoli, 20 (1881), pp. 181-198.

(60) Presso l'università di Kazan esistono i manoscritti delle lettere di Battaglini rimasti inediti. Devo la notizia al prof. A. Valentin Bazhanov, dell'università di Myanovsk, che ringrazio vivamente.

(61) Il lettore interessato può consultare E. D'Ovidio, *Commemorazione...*, cit.

(62) A. Capelli, *Giuseppe Battaglini. Cenni biografici*, Giornale di Matematiche di Battaglini, 2ª serie, XXXII (1894), pp. 205-208.

Dopo la morte del fondatore, *il Giornale* prese, appunto, il nome di *Giornale di Matematiche di Battaglini*. Su Capelli si può leggere G. Torelli, *Alfredo Capelli. Cenno necrologico*, Giornale di Matematiche di Battaglini, 48 (1910), pp. 5-15.

(63) «La ricerca puramente empirica non può produrre vera scienza, tanto meno poi una filosofia scientifica; come d'altra parte la ricerca puramente razionale, obliterando completamente la natura, si culla invano nell'illusione di poter fondare una filosofia *a priori* dalla quale dedurre poi tutte le scienze» (A. Capelli, *La matematica nella sintesi delle scienze*, Rassegna della filosofia scientifica, IX (1890), p. 236).

1881 da Roma, che non pubblichiamo perché non fanno alcun riferimento alle geometrie non euclidee (64).

Fondo Genocchi: busta L2

Napoli 14 maggio 1867

Stimatissimo Sig.r Professore

La Nota delle spese per le copie a parte del suo Articolo (65) inserito nel Giornale è di lire quattro. Col suo comodo potrà farle pervenire per mezzo di vaglia postale all'Editore Sig.r *Benedetto Pellerano, Libreria Scientifica industriale, Strada di Chiaia 60.*

Se le sue occupazioni glielo permettessero, la pregherei di prender conoscenza di un interessantissimo opuscolo di Lobatschewsky, tradotto dal tedesco da J. Hoüel e che ha per titolo: Études géométriques sur la Théorie des parallèles, Paris, 1866 (66).

Esso apporta una vera rivoluzione nella Geometria, dopo essere stato ignorato per circa trenta anni da tutti, eccetto che da Gauss, le cui opinioni sul proposito (d'accordo completamente col nostro autore) possono leggersi nella Corrispondenza tra Gauss e Schumacher, pubblicata recentemente da Peters (67), e propriamente nelle lettere del 17 maggio, del 12 luglio 1831 e del 18 novembre 1846 (68). Il dottor Baltzer, al quale si deve di aver richiamato l'attenzione prima di ogni altro sulla detta opera, si occupa a redigere un trattato speciale sull'oggetto. Nel prossimo mese di giugno spero di poter presentare all'Accademia delle Science di Napoli un mio lavoro sullo stesso argomento (69); però siccome sono *in guerra* con tutta la facoltà di matematica di Napoli, per essermi fatto propugnatore di queste nuove idee, cercherei un conforto nell'opinione dei geometri per i quali professo grande stima, ed è perciò che le ho diretto la mia preghiera.

Mi onori intanto dei suoi comandi e mi creda

Suo Dev.mo Servo
G. Battaglini

(64) Ringrazio cordialmente il direttore della Biblioteca Comunale di Piacenza, dott. C. E. Manfredi, per i manoscritti messimi a disposizione.

(65) Il riferimento è all'articolo *Intorno ad una trasformazione di alcune equazioni a tre variabili*, Giornale di Matematiche, V (1867), pp. 106-109, di cui il Battaglini parla nella lettera (appartenente al medesimo fondo) del 16 aprile 1867 e indirizzata allo stesso Genocchi.

(66) Già cit..

(67) Il riferimento è a *Briefwechsel zwischen K. F. Gauss und H. C. Schumacher*, Herzusgegeben von C. A. F. Peters, Altona (1860-1863).

(68) Tali lettere, data la loro importanza, sono state riportate da Hoüel in appendice a *Études géométriques...*, cit..

(69) Trattasi della memoria *Sulla geometria immaginaria di Lobatchewsky*, cit..

Fondo Genocchi: busta L3

Napoli 7 Feb. 1869

Stimatissimo Sig.r Professore

La ringrazio vivamente per gli esemplari gentilmente inviatimi dei suoi seguenti scritti:

Intorno ad alcune forme di numeri primi (70).

Intorno ad un Teorema di Cauchy (71).

Relations entre la différence et la derivée d'un même ordre quelconque (72).

Erano qui pervenuti alcuni fogli del *Trattato di calcolo differenziale ed integrale*, che senza nome di autore si pubblica ora a Torino, ma sono stati respinti; non ci è detto che Ella vi avesse alcuna parte; non pertanto se desidera porre nel Giornale una sua dichiarazione a tale riguardo, sono pronto ad ammetterla.

In quanto alla memoria dello Zinna (73), le dirò che ricevendo spesso scritti di autori senza alcun nome (ma che però non mancano di presunzione) ho dovuto sostenere polemiche con essi quando mi sono rifiutato ad inserire quegli articoli nel Giornale; arrecandomi questo procedimento noia incredibile e perdita di tempo, ho preso la determinazione di pubblicare gli articoli che mi pervengono, a sola responsabilità degli autori, confidando che i lettori del Giornale ne faranno rilevare le inesattezze che potessero contenere.

In una controversia tanto dibattuta quanto quella sul merito degli *Elementi di Euclide* come libro d'istruzione, non intendo che nel Giornale si possano esporre solo le opinioni che sono d'accordo con la mia; anzi desidero che gli argomenti in favore ed in contrario vi siano ventilati. Quando poi si volesse conoscere la mia particolare maniera di vedere sull'oggetto, non ho ritegno a dire che, con tutto il rispetto pel merito dell'Euclide, ritengo i suoi Elementi come libro inadatto all'insegnamento, tanto se si ha in mira l'ammaestramento nella *Geometria* (per la povertà di quel libro) quanto se si riguarda il solo lato educativo, poiché credo che quel libro sia più adatto ad addormentare la mente dei ragazzi che a svolgere le loro facoltà. (74)

(70) Annali di Matematica Pura e Applicata, ser. 2, 2 (1868-1869), pp. 256-267.

(71) *Ibidem*, pp. 216-218.

(72) *Archiv der Mathematik und Physik*, XLIX (1869), pp. 342-345.

(73) Alfonso Zinna si occupò di matematica elementare; di lui è noto un libretto di 88 pagine: *Teoremi sulle quantità proporzionali*, Trapani, Tipografia di Gio. Modica-Romano (1879).

(74) Si v., per es., l'intervento di Hoüel (*Estratto di una lettera del prof. Hoüel al redattore*, Giornale di Matematiche, VII (1869), p. 30) e quello molto polemico (sotto forma di *Lettera al Direttore*, *ibidem*, pp. 51-54) di F. Brioschi (1824-1897) e di L. Cremona, in risposta ad un articolo di M. Wilson, *Euclid as a text-book of elementary geometry*, Educational Times, 1 settembre 1868. In questo articolo, pubblicato (in italiano) nel *Giornale di Matematiche*, VI (1868), pp. 361-368, Wilson aveva definito, tra lo stupore di molti, gli *Elementi di Euclide*: «antiqued», «artificial», «unscientific and ill-adapted for a text-book».

Un'interessante rassegna delle varie proposte della didattica della geometria elementare fino

Sento con grandissimo piacere quanto mi dice intorno alla Geometria immaginaria; la nostra Accademia non potrà che accogliere con premura la sua Memoria su tale argomento, quando le piacerà d'inviarla; essa sarà pubblicata poi nel Rendiconto o negli Atti dell'Accademia secondo la sua estensione; nel Rendiconto non si ammettono Memorie che eccedono un foglio di stampa.

Allorché nel mio scritto sulla Geometria immaginaria per indicare una determinata posizione della retta indefinita Ω, che gira intorno ad un punto p in un piano P, adopero il simbolo $\Omega_z = \Omega_0 F(z)$, non intendo che quella posizione sia *una quantità*, ma *uno stato* della retta mobile, che distinguo col *segno* $F(z)$, al quale (secondo la maniera di esprimersi dell'Hamilton) converrà attribuire il significato di un *operatore*, che produce la rotazione z dalla posizione iniziale all'attuale.

Mi creda intanto con tutta stima

Il suo Dev.mo
G. Battaglini

Fondo Genocchi: busta L4

Napoli 24 aprile 1870

Stimatissimo Sig.r Professore

La memoria del Sig. Marsano (75), intorno alle derivate d'ordine superiore e alla partizione dei numeri, mi sembra un *mare magnum*, senza riva cui approdare per prendere riposo e dare uno sguardo al cammino percorso. Cercherò non per tanto di darmi coraggio per intraprendere la lettura dell'immenso volume, e se riuscirò a farmi un concetto esatto del contenuto, ne darò notizia nel fascicolo di Mag. Giu. del Giornale di matematiche (76).

Il prof. Bellavitis ha sentenziato che accadrà alla Geometria non-euclidea come alle tavole giranti, o non so a quali stranezze che dopo un po' di rumore sono cadute in dimenticanza. Per me ritengo invece che se si scrivessero bene gli Elementi della nuova

a verso la fine del secolo scorso è stata fatta da G. Loria (1862-1954): *Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell'insegnamento geometrico elementare*, Periodico di Matematica, 8 (1893), pp. 81-113. Qui c'è un rapido riferimento al testo di Baltzer (pp. 97-98) e si accenna (p. 111) ad un altro testo tedesco «che vorrebbe introdurre nell'insegnamento mezzano la geometria non-euclidea».

(75) *Sulla legge delle derivate generali delle funzioni di più variabili indipendenti, e sulla teoria delle forme di partizione dei numeri interi*, Memoria di Gio. Batt.a Marsano Professore di Matematiche in Genova, Genova, Co' tipi del R.I. de' Sordo-muti, 1870.

Giambattista Marsano (1824-1892) fu professore di geometria descrittiva e di analisi algebrica all'Università di Genova. Alcune notizie su di lui sono contenute nel necrologio scritto da G. F. Montevecchio negli Annali dell'Università di Genova (1892-1893), p. 193.

(76) Una breve recensione di Battaglini apparve invece nel Giornale di Matematiche», VIII (1870), p. 380. Egli si limitò a dare un riassunto della I parte «mancandoci lo spazio e le forze per proseguirlo riguardo alla 2ª parte, che tratta delle forme di partizione de' numeri interi».

Geometria [77], se ne ammirerebbero la generalità e l'armonia. La Meccanica poi, corrispondente al concetto non-euclideo dello spazio, realizza perfettamente il principio di dualità, per mezzo della esatta reciprocità tra il moto di rotazione e quello di traslazione [78]. Ma chi vuole che si occupi a porre innanzi queste idee, quando il modello degli Elementi si è andato a cercare di nuovo nell'antichità classica e quando dai Matematici di professione (von Zach) [79] si guarda con disprezzo ogni tentativo di ordinamento filosofico della scienza?

Le idee del Sig. Hoüel in fatto di Elementi di Geometria non sono molto conseguenti fra loro: una volta mi scriveva che, dopo Euclide, egli crede che non si sia fatto nulla di meglio del Manuale di Geometria di Terquem [80], che fa parte dell'Enciclopedia Roret: ora quale connessione si possa trovare tra i due libri io non so vedere.

Profitto di questa occasione, egregio Professore, per ringranziarla delle varie sue Memorie, e Note interessantissime, che in varie occasioni mi ha gentilmente inviato.

Gradisca intanto i sensi di profonda stima del

Suo Dev.mo
Giuseppe Battaglini

(77) Probabilmente Battaglini si riferisce qui alla geometria iperbolica di Lobacevskij e di J. Bolyai e non a quella ellittica (su cui, peraltro, la famosa memoria di Riemann; *Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria*, era stata pubblicata solo da due anni) come suggeriscono i suoi lavori sulla geometria non euclidea che abbiamo analizzati.

(78) L'argomento è stato trattato dal Battaglini, più tardi, nelle prime due memorie (citate) sulla geometria proiettiva.

(79) Il barone F. X. von Zach (1754-1832) nacque a Pressburg. Astronomo, viaggiò a lungo e fu in corrispondenza con molti astronomi italiani; diresse per molti anni la rivista *Correspondence astronomique*. Nel 1815 si recò a Napoli per mettere in opera gli strumenti (ordinati in Germania) presso l'Osservatorio astronomico. Ma questo, iniziato il 4 novembre 1812, non era stato ancora ultimato e quindi non era in grado di accogliere gli strumenti, per cui, dopo poco tempo, il barone andò via.

(80) O. Terquem, *Manuel de Géométrie*, Paris, Librairie Roret, nouvelle édition 1838.

Orly Terquem si occupò, soprattutto, di geometria elementare, intervenendo anche lui sulla questione delle parallele con una nota (*Note sur les espaces infinis en géométrie élémentaire*) pubblicata sulla rivista da lui fondata (assieme a Gerono), Nouvelles Annales des Mathématiques, 9 (1850), pp. 408-409.

Direttore responsabile: Prof. A. Ballio - Autorizz. Trib. di Roma n. 7269 dell'8-12-1959
«Monograf» - Via Collamarini, 5/L - Bologna