

Relazione sul conferimento del premio di Matematica per l'anno 1927, presentata dalla Commissione composta dei Soci: BIANCHI, VOLTERRA e LEVI-CIVITA (relatore).

Sono ben noti e universalmente riconosciuti dai matematici i meriti acquisiti parecchi anni or sono dal prof. GIUSEPPE VITALI nell'approfondire con concezioni perspicue (tra cui in particolare l'assoluta continuità) i fondamenti della teoria delle funzioni di variabile reale e del calcolo integrale. Ed è pure bellissima, e frequentemente citata da autori nostri e stranieri, una sua proposizione, che dà, in forma eminentemente suggestiva e, vorremmo dire, inattesa, la condizione necessaria e sufficiente affinché una serie di funzioni analitiche, convergente in un dato campo, vi rappresenti una funzione analitica.

Anche nell'ultimo quinquennio il VITALI ha esplicata fervida attività, sia nei campi in cui già prima eccellea, sia in altri indirizzi essenzialmente diversi.

La Commissione ha perciò fissata la sua attenzione sull'opera da lui svolta in questo periodo.

Fra le ricerche che si riattaccano agli studi precedenti figura in primo luogo la memoria *Sulle funzioni a variazione limitata* nel to. XLVII (1923) dei « Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo », L'A. trae qui ancora partito dalla nozione a lui dovuta di assoluta continuità, stabilendo che qualsiasi funzione a variazione limitata può rappresentarsi come somma di tre addendi di tipo ormai familiare agli analisti: infatti un addendo è assolutamente continuo, e gli altri due corrispondono rispettivamente ai salti e agli scarti, questi ultimi già ben studiati dallo stesso VITALI in precedenti lavori.

Limitandoci a ricordare gli articoli sulla misura dei punti di una retta (« Boll. dell'Unione Matematica Italiana », 1924), sulle funzioni continue (« Fundamenta Mathematicae », 1925) e sulla coincidenza coll'integrale del Lebesgue di altri definiti diversamente (« Annali di Matematica », to. II, 1925), amiamo segnalare a parte, in questo stesso gruppo, la recente nota (« Boll. dell'Unione Matematica Italiana », 1927) che porge una nuova dimostrazione, semplice ed elegante, del teorema detto di Vitali Lebesgue (perchè pubblicato pressochè contemporaneamente ed indipendentemente da questi due autori nel 1904), secondo cui condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità ordinaria di una funzione limitata in un dato intervallo è che essa sia ivi generalmente continua.

Parecchie altre pubblicazioni del VITALI si riferiscono alla geometria differenziale e sopra tutto al calcolo assoluto, di cui egli ha ideata una notevole e

penetrante estensione, apportando anche altri minori contributi. Soffermiamoci brevemente sulla detta estensione. L'A. la inizia («Giornale di Matematiche», to. LXI, 1923) con una diffusa esposizione dei fondamenti algebrici, nella quale si riattacca da vicino a ricerche del Pascal (che furono premiate nel 1904 dalla nostra Società), rendendo, per quanto è possibile, agile ed espressiva la considerazione di forme invarianti, i cui argomenti sono, o si possono trattare (di fronte ad eventuali cambiamenti di variabili), come il sistema completo dei differenziali di peso m (peso = ordine di infinitesimo numero dei simboli di differenziazione che intervengono in ogni termine monomio), ovvero come l'insieme di tutte le derivate fino all'ordine m di una funzione generica. Tali argomenti l'A. chiama di classe m . Il caso della prima classe riporta all'impostazione del calcolo assoluto del Ricci.

In un più recente lavoro («Lincei», vol. VI, 1927) il VITALI introduce e lumeggia l'operazione fondamentale del nuovo calcolo, cioè una derivazione covariante, nella quale si assume come base ausiliaria una forma quadratica nei differenziali di peso 2.

Queste ricerche sono indubbiamente profonde e meritevoli di attenta considerazione per la loro grande generalità, che non è artificiale, ma informata a quei criteri di sempre maggiore e più efficace comprensione, donde l'analisi ha tratto classicamente e trae tuttora progressi cospicui. Ha pure interesse l'ingegno e opportuno simbolismo con cui l'A. domina l'intricata materia.

In queste ricerche del VITALI si può far rientrare come caso particolare (se pure con base diversa, cioè non quadratica, ma lineare) anche il substrato invariantivo di tutta la moderna geometria del trasporto, che ha ricevuto, dopo i primi impulsi di Weyl e di Eddington, enorme sviluppo per opera di tanti studiosi (basti ricordare Blaschke, Cartan, Eisenhart, Schouten, Struik, Thomas, Veblen). C'è dunque più che un indizio di valore speculativo e di possibilità applicative.

Per tutto ciò che siamo venuti esponendo, proponiamo unanimi che il premio di Matematica per l'anno 1927 venga assegnato al prof. GIUSEPPE VITALI della R. Università di Padova.

La Commissione:

LUIGI BIANCHI
VITO VOLTERRA
TULLIO LEVI-CIVITA (relatore).