

*Relazione sul conferimento dei premi per la matematica (anni 1922-1923), presentata dalla Commissione composta dei Soci: BIANCHI, VOLTERRA e LEVI-CIVITA (relatore).*

L'attenzione della Commissione fu subito richiamata da due poderose opere d'insieme, apparse recentemente, le quali si riferiscono a campi assai diversi della matematica. Alludiamo alle opere seguenti:

GAETANO SCORZA: *Corpi numerici ed algebre* (Messina, Principato, 1921);

LEONIDA TONELLI: *Fondamenti di calcolo delle variazioni*, vol. I (Bologna, Zanichelli, 1922).

Lo SCORZA è quell'abile geometra, il quale, combinando con rara eleganza e con impeccabile rigore originali accorgimenti di rappresentazioni iperspaziali e di accorti algoritmi, aveva arricchito di geniale progresso la teoria delle funzioni abeliane. Quivi riconobbe alla prova — per usare le sue stesse parole — la snella pieghevolezza di un algoritmo atto a rendere eminenti servigi anche in altri casi. E così maturò il trattato destinato a fornire un rapido riassunto delle proprietà fondamentali dei corpi numerici e una larga esposizione delle varie algebre associative, cioè delle operazioni razionali sui complessi (sistemi di numeri a più unità, i cui elementi determinativi appartengono a un corpo qualsiasi) nell'ipotesi che sia verificata, anche per il prodotto, la proprietà associativa.

L'autore, con elaborazione artistica e fine sagacia concettuale, mantiene alla sua trattazione un altissimo grado di generalità, pur riuscendo concreto ed espressivo. Il calcolo delle matrici, che (attraverso la sintesi dello SCORZA) include in modo molto comprensivo la teoria della equazione secolare ed affini, nonché la riduzione di forme bilineari, hermitiane, ecc., è opportunamente premesso, sia in ragione del suo interesse intrinseco, sia per assicurare preventivamente al lettore un materiale su cui possono essere esemplificate le varie specie di algebre.

Alla classificazione e composizione di queste algebre e ai molteplici teoremi che le collegano e le differenziano, è essenzialmente dedicato il volume, ricco di risultati che, dopo Hamilton, attraverso Weierstrass, Cayley e Frobenius, furono stabiliti per vie disparate da parecchi valorosi matematici, e dal nostro autore composti in bella unità con perfezionamenti e complementi notevoli.

Delle applicazioni è fatto rapido cenno in una appendice, sacrificando, per ragioni di mole, quanto concerne la teoria dei gruppi continui di trasformazioni (Scheffers, Cartan), e perfino le proprietà delle matrici riemanniane in relazione alla teoria delle funzioni abeliane, da cui pure il libro ebbe origine.

Del resto, se la scoperta di tali proprietà costituisce forse la più cospicua parte della produzione originale dello SCORZA, l'opera di cui si è discorso conferma le sue elette qualità di matematico e offre agli studiosi, mercè felice e feconda collaborazione personale, una chiara veduta d'insieme di teorie e algoritmi astratti, ma intimamente collegati a importanti e non caduchi indirizzi di ricerche analitiche e geometriche.

Dei *Fondamenti di calcolo delle variazioni*, del prof. TONELLI, è stato finora pubblicato soltanto il primo volume, che è prevalentemente propedeutico; ma quanto vi è contenuto permette già di apprezzare la portata dell'opera innovatrice, di cui l'autore efficacemente prospetta il disegno in un perspicuo riassunto storico.

Come è ben noto, il calcolo delle variazioni, nella sua fase euristica, e precisamente per quanto si riferisce alle condizioni necessarie di carattere quantitativo, fu ricondotto da Lagrange all'ambito delle equazioni differenziali. E i progressi successivi (apportati da Legendre, Jacobi, Weierstrass, Darboux, Kreser, E. E. Levi, ecc.), per fissare in modo completo condizioni ad un tempo necessarie e sufficienti, sfruttarono sempre essenzialmente i teoremi esistenziali delle equazioni lagrangiane.

Sorto, per opera di VOLTERRA, il calcolo funzionale e ravvicinati da lui a questo calcolo i problemi variazionali, veniva spontanea l'idea di riprenderli *ab initio* per farne oggetto di trattazione autonoma. Ma se l'idea generica si affaccia naturalmente allo spirito e già aveva dato luogo a studi dell'Arzela ed era stata applicata magistralmente dall'HILBERT, e poi dal FUBINI e da altri, a importanti casi tipici, ben pochi avrebbero osato perseguirla sistematicamente fino in fondo, tale e tanta mole di minute e delicate discussioni attinenti ai fondamenti dell'analisi occorreva preliminarmente affrontare per procedere col necessario rigore. Il TONELLI seppe superare tutte le difficoltà che si frapponevano all'attuazione di un tale programma, reso anche più laborioso dall'essersi egli imposto di non ricorrere mai al postulato di Zermelo. Elemento essenziale di successo fu la nozione di semi-continuità, introdotta da Baire per le ordinarie funzioni puntuali, e dal TONELLI fatta fulcro di indagini per le funzioni di linee, superficie, ecc.; e in particolare per gli integrali che si presentano nel calcolo delle variazioni.

La organizzazione in trattato di questi prolegomeni costituisce un'opera che possiede indubbiamente un'impronta originale, pur costringendo, si può forse dire, in ragione stessa dei suoi pregi logici, ad un tirocinio faticoso. Essa appresta lo strumento capace di attuare una completa ricostruzione teorica del calcolo delle variazioni. I saggi, già presentati dal TONELLI in precedenti lavori, danno affidamento sicuro che il metodo di lui non soltanto consente di ritrovare (come egli annuncia con legittimo compiacimento in sul finire del corso storico) tutte le proposizioni fino ad ora acquisite, ma può altresì condurre alla dimostrazione di nuovi e notevoli teoremi di esistenza nel campo delle equazioni differenziali, sia ordinarie sia alle derivate parziali.

Bastano, a parer nostro, questi sommari apprezzamenti sul merito dei due libri e sulla valentia dei rispettivi autori per giustificare l'assegnazione del premio di matematica:

pel 1922, al prof. GAETANO SCORZA della R. Università di Napoli;

e pel 1923, al prof. LEONIDA TONELLI della R. Università di Bologna.

La Commissione:

L. BIANCHI

V. VOLTERRA

T. LEVI-CIVITA (relatore).