

Carteggio di Paolo Ruffini con alcuni scienziati del suo tempo,  
relativo al teorema sulla insolubilità di equazioni algebriche,  
generali di grado superiore al quarto;

raccolto, ordinato e pubblicato a cura del prof. E. BORTOLOTTI.

(Lavoro presentato dal Socio V. CERRUTI ed approvato dal Socio U. Dini)

Fra le carte che ancora ci rimangono del matematico modenese PAOLO RUFFINI<sup>(1)</sup>, esiste una serie di lettere, relative si giudizi che i matematici del suo tempo fecero sulle scoperte della insolubilità di equazioni di grado superiore al quarto, e delle proposizioni fondamentali della teoria dei gruppi di operazioni.

Non deve far meraviglia, leggendo questo lettere, la incredulità, la prevenzione onde furono accolte scoperte così importanti da cambiare addirittura indirizzo agli studi algebrici; quando si rifletta che, dal giorno in cui SCIPIO DAL FERRO trovò la soluzione delle equazioni del terzo grado, non sforzo di ingegno, né improbità di travaglio si risparmiarono, per giungere alla generale soluzione delle equazioni algebriche; e che l'opera del RUFFINI, intesa a mostrare la vanità di quegli sforzi, veniva alla luce quando appunto la metà pareva più prossima<sup>(2)</sup>.

Meraviglierà piuttosto la grandezza d'animo di quel misconosciuto precursore, la saldezza dei suoi convincimenti, ed il fervore che pose nel difenderlo e nel divulgare le sue idee e le sue opere.

In queste lettere lo vediamo anzitutto chiedere, con fermezza dignitosa, alla Accademia di Francia, un giudizio decisivo sulle sue scoperte, che una frase del rapporto, letto all'imperatore NAPOLEONE nella seduta del 6 febbraio 1808 del Consiglio di Stato, sullo stato delle scienze, delle lettere e delle arti, e sul loro progresso dal 1799, pareva voler mettere in dubbio<sup>(3)</sup>.

(1) Sono conservate nella Biblioteca della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena, cui furono donate dal pronipote avv. Luois RUFFINI.

(2) L'aspettazione dei matematici di quel tempo è espressa, con linguaggio immaginoso, dal MONTUOLA, nella sua *Histoire des Mathématiques*, con le note parole: *Les dehors de la place sont enlevés de toutes parts; mais renfermés dans son dernier réduit, le problème s'y défend encore en dépasser. Chaque nouvel effort pour l'y forcer, rencontre de nouveaux retranchemens plus redoutables que les précédens. Quel sera le génie heureux qui l'emportera d'assaut, ou le forcera de capituler?* (Tome III, pag. 18).

(3) Documenti dal I al III. Le opere che il RUFFINI aveva pubblicate erano le seguenti:  
I. *Teoria generale delle equazioni*, in cui si dimostra impossibile la soluzione delle equazioni algebriche generali di grado superiore al quarto (Bologna, 1799).

Leggiamo, non senza sconforto, gli argomenti che quegli accademici, accamparono per esimersi dal giudicare, fors'anco dal leggere, le opere del RUFFINI<sup>(1)</sup> e vediamo questi, non stanco né sfiduciato, senza aspettare che il manoscritto fosse tornato in patria, rivolgersi alla *Società Reale di Londra*<sup>(2)</sup>, e, non pago delle vuote frasi di plauso qui riscosse, dar nuova opera, nel semplificare e ricomporre le sue dimostrazioni; fino a ridurle a quella forma, che per semplicità e chiarezza non fu più superata, e che per lungo tempo, con altro nome, fu data a modello nelle scuole e nei testi<sup>(3)</sup>.

Poi, interrogare e spronare tutti i dotti del tempo, dal GAUSS e dal CAUCHY al DE ZACH ed al PASQUICH, senza che le sue insistenti premure, e gli uffici di mecenati illustri, riuscissero a smuovere la pigrizia dei dotti e la prevenzione degli studiosi.

II. *Della soluzione delle equazioni algebriche determinate particolari di grado superiore al quarto* (Mem. Soc. It. delle Scienze, Tomo IX, 1802).

III. *Riflessioni intorno al'rettificazione ed alla quadratura del circolo* (stesso volume).

IV. *Della insolubilità delle equazioni algebriche generali di grado superiore al quarto e lettera Abbati* (Tomo X, 1803).

V. *Sopra la determinazione delle radici nelle equazioni numeriche di qualunque grado* (Memoria coronata dalla Soc. It. delle Scienze, a. 1804).

VI. *Risposta ai dubbi proposti dal Socio G. I. Malfatti* (Tomo XII, a. 1805).

VII. *Riflessioni intorno al metodo proposto dal Socio Malfatti* (stesso volume).

VIII. *Della insolubilità delle equazioni algebriche generali di grado superiore al quarto, qualunque metodo si adoperi* (Ist. Naz., Tomo I, 1807).

IX. *Alcune proprietà generali delle funzioni* (Soc. It. delle Scienze, Tomo XIII, 1807).

Il giudizio su queste opere è riassunto nella frase seguente:

... Mr. RUFFINI entreprit de prouver qu'il est impossible.

Questo passo fu interpretato nel senso più sfavorevole al RUFFINI. Lo rileviamo, oltre che dalla minuta della lettera al DELAMIRE, più oltre riportata, dalle frasi seguenti di una lettera del PAOLI al RUFFINI, stampata nel vol. I, serie III, delle Memorie dell'Acc. di Sc. di Modena:  
... Ancho quella parola entreprit, porge l'idea di un tentativo più tosto infelice che fortunato, e convengo che Ella non possa esserne contento. Ma non è sperabile che al di là, dai nostri vogliono render giustizia agli Italiani; è abbastanza se ci accordano qualche piccola cosa.  
Credo però che Ella farebbe bene, se profitando di qualche opportunità, esponesse di nuovo la sua dimostrazione, diradandone per quanto è possibile le materie in una prima prova, e riservandosi a completarla con riflessioni ulteriori: oppure spieghendola in tanti teoremi separati, dall'unione dei quali venga poi a formarsi la dimostrazione. Forse con questo compenso Ella otterrebbe che fosse letta dai francesi, giacché fin qui è chiaro che una l'hanno letta, spaventati forse dalle sue apparenti complicazioni.

Condoni questo riferimento alla stima ed amicizia che Le professo ed al mio affetto per l'onor n. nazionale...».

(1) Documenti dal IV all'XL.

(2) Documenti dal XII al XVI.

(3) Il BURKHARDT, nel suo studio: *Paolo Ruffini e i primordi della teoria dei gruppi* (tradotto da E. PASCAL nel tomo XXII della serie II, Ann. di Matematica) dimostra che la dimostrazione data dal RUFFINI nella sua forma ultima, non è sostanzialmente diversa da quella che molti anni dopo fu divulgata col nome del WANTZEL.

Non senza vantaggio alla storia della scienza, sarà, spero, la pubblicazione di questa parte del carteggio: segnatamente delle lettere del marchese RANGONI, e di quelle di A. CAUCHY.

Le prime, per le notizie che ci danno dei matematici tedeschi; le ultime, perché tolgono ogni dubbio, relativo alla discendenza dalle opere di RUFFINI delle idee e delle proposizioni che segnarono l'inizio della teoria dei gruppi di operazioni e che, per lungo tempo attribuite al CAUCHY, anzi annoverate fra le scoperte sue più insigni (<sup>1</sup>), furono dal BURKHARDT (<sup>2</sup>) restituite al loro primo scopritore.

Il CAUCHY, che nei suoi scritti non accenna al RUFFINI, aveva egli di propria divinazione, rintracciata quelle idee e trovato quei risultamenti? La domanda non è oziosa, perché vediamo il nome di RUFFINI presto cader nell'oblio, e le sue idee invadere e rinnovare tutti i rami della scienza matematica; ma la risposta ci è data dallo stesso CAUCHY, che in quelle lettere dichiara e dimostra di aver piena conoscenza delle opere di RUFFINI.

E fu, senza alcun dubbio, per non incorrere in quella preventiva disapprovazione, onde allora si gratificavano i tentativi del RUFFINI, e per il timore di non essere con questi accomunato (<sup>3</sup>), che egli evitò di citare la fonte d'onde aveva tratto quei suoi risultamenti (<sup>4</sup>).

Ho disposto il carteggio in ordine cronologico (<sup>5</sup>), completando le lettere con le minute di quelle scritte dal RUFFINI.

Queste minute, quasi sempre senza data né indirizzo, le rintracciali sfogliando i quaderni di appunti, o cercando di mettere ordine nei pacchi di carte manoscritte.

Iri, mischiate alla rinfusa (<sup>6</sup>), ho anche rinvenuto le lettere che qui saranno pubblicate, e moltissime altre di grande interesse per la storia della scienza, che, ordinate per autori e per data, sono ora conservate nella Biblioteca dell'Accademia di Modena, e delle quali spero di pubblicare fra breve un catalogo completo.

Ho anche avuto la fortuna di ricostruire i manoscritti autografi di quasi tutte le opere di RUFFINI, e di raccogliere molte osservazioni dello stesso R. e d'altri, sulle opere medesime. Materiale prezioso per una ristampa delle opere complete di RUFFINI; quando gli italiani sentiranno il dovere di riparare all'ingiusto oblio, nel quale per un secolo lasciarono quel sommo geometra, il maggiore, dopo il LAGRANGE, che essi possano vantare nella prima metà del secolo XIX.

Poche e brevi note esplicative ho aggiunto alle lettere, per se stesse chiarissime; ho creduto tuttavia opportuna la pubblicazione delle due Appendici.

(<sup>1</sup>) Cfr. VALSON, *La vie et les travaux du Baron A. Cauchy*, Paris, 1868, vol. I<sup>o</sup>, pag. 49.

(<sup>2</sup>) Cfr. loc. cit.

(<sup>3</sup>) Timore non ingiustificato, come si vedrà leggendo il Rapporto dato nella Appendice A.

(<sup>4</sup>) Cfr. BURKHARDT, loc. cit.

(<sup>5</sup>) Qualche lieve trasposizione è giustificata dalla opportunità di non disgiungere lettere di uno stesso autore, o relative ad uno stesso argomento.

(<sup>6</sup>) Questo disordine le ha salvate dalla rapacità dei casellatori di autografi. Sono invece sventuratamente andate perdute quelle che il Ruffini teneva in maggior conto e che aveva raccolte in una cartella con scrittovi sopra: *Carteggio con nomini illustri*. L'avv. L. RUFFINI, ricorda di aver visto quella cartella, e che, fra le altre, contenesse lettere di LAPLACE e di LAGRANGE.

La prima contiene il *Rapporto sulla Memoria di CAUCHY: \* Essai sur le calcul des fonctions symétriques...*\* ed è, in qualche modo, un documento ufficiale del giudizio che quei matematici facevano, e dell'opera del RUFFINI, e del genere di studi che da quell'opera prese origine.

La lettura di tale rapporto (<sup>1</sup>) determinò il RUFFINI a pubblicare la sua Memoria: *Riflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebriche o, come le prime XVI lettere del carteggio si aggiungeranno intorno al giudizio di DELAMBRE del 1808, le ultime possono darsi tutte provocate da quello del LEGENDRE del 1813.*

La seconda *Appendice* contiene due minute di lettere di RUFFINI al LAGRANGE, che non avrei potuto mettere nel testo, senza allentare lo stretto legame che unisce le lettere qui pubblicate, ma che si riferiscono esse pure allo stesso argomento, e la cui importanza niente vorrà disconoscere.

La lettera di GIUNONE, ad esse aggiunta, serve solo a stabilire la data approssimativa della seconda di quelle minute, e dell'epoca in cui LAGRANGE venne in possesso dell'opera di RUFFINI.

---

I. — *Minuta di una lettera di Paolo RUFFINI al Sig. DELAMBRE Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia.*

(manca la data).

Nel rapporto presentato a S. M. I. e R. sopra lo stato attuale delle matematiche ho veduto che Ella si è compiaciuto di nominarmi, dicendo che io ho *intrapreso* di dimostrare l'impossibilità della soluzione generale delle Equazioni Algebriche di grado superiore al 4<sup>o</sup>. Attribuisco ciò ad alto onore per me e lo ne rendo i più vivi ringraziamenti, e le ne protesto la più sincera riconoscenza. Siccome però io mi lusingo di avere *non solamente intrapreso a dimostrare* l'indicato Teorema, ma *d'averlo dimostrato realmente*: e siccome dalle note aggiunte dal Sig. LAGRANGE nell'ultima edizione del suo libro « De la Résolution des Eq.<sup>ui</sup>s numériques », parmi vedere che questo sommo matematico non è punto persuaso dell'accennata dimostrazione (<sup>2</sup>), mi è venuto in pensiero di presentare il Teorema medesimo a codesto Istituto acciòcchè venga esaminato e graziosamente pronunciati sopra la verità della cosa.

(1) Di ciò parlerò più diffusamente in una nota alla lettera XVI, ivi pubblicherò ancora alcune varianti, inedite, alla prefazione della Memoria di RUFFINI.

Fra le carte di R. trovai due copie manoscritte di quel Rapporto, delle quali una (lettera XVII) gli fu inviata dal marchese Rangoni.

(2) Non trovo nelle Note di quell'opera nessuna frase che giustifichi simile deduzione; nella INTRODUCTION invece trovasi la frase: « et on peut assurer d'avance que quand même on s'assierait à résoudre généralement le cinquième degré et les suivants, on n'aurait pas la que des formules algébriques, précieuses en elles-mêmes, mais très peu utiles »... alla quale parmi che qui il R. si riferisca.

So che l'Istituto nulla vuol pronunciare sulle cose già pubblicate; ma la Memoria che a tal fine penserei di spedire sarà in qualche maniera nuova: mi sono occupato di simile argomento più volte; considerando ora la soluzione algebrica ed ora una qualunque anche trascendente, ma la dimostrazione che presenterei in adesso, sarebbe più semplice delle precedenti, benché da loro dedotta, e potendosi, posti i principi già stabiliti dal Sig. Lagrange intorno alla permutazione delle radici, considerare quasi come elementare, ha così una condizione nuova per cui mi sembra che l'Istituto potrà avere la compiacenza di pronunciare su di essa senza deviare dalle sue costituzioni. Prima però di spedirla, sonomi presso l'ardire d'interrogar Lei, acciocchè si degni consigliarmi se deggio presentarla o no: conosco abbastanza la sua bontà e gentilezza, onde essere sicuro, che si compiacerà di rispondermi e dirmi come mi deggio regolare.

Mi sono presa la libertà di scrivere in lingua Italiana sapendo dalla Sua gentilissima inviata alla nostra Società Italiana delle Scienze, quanto a Lei aggradiosa la nostra lingua.

Perdoni il disturbo che le reco, e con la più alta stima ed ossequioso rispetto mi rassegno

---

II. — *CARLO TESTI* (<sup>1</sup>) al Professor RUFFINI membro della Legion d'onore.

L'Istituto ricere memorie ancorchè non iscritte in Francese, e ne prende cognizione; vengono tosto rimesse alla rispettiva classe: ma fate sentire al Sig. Ruffini che in matematica se non sono cose d'importanza, e di molta solidità non occorre esporli, perché piuttosto lo mettono in ridicolo, e lo stesso La Grange è il primo, colla sua flemma, a trovare tutto poco degno d'attenzione. In Chimica e Matematica qui ci considerano poco (<sup>2</sup>), e si dolgono che a noi quasi non siano noti i libri, e le scoperte nuove, e che fra noi si discuta ciò che da molto tempo è stato altrove deciso.

Questa è la risposta che ho avuta da Parigi, della quale Ella userà colla solita di Lei prudenza.

(<sup>1</sup>) Senatore, uomo politico modenese, era allora addetto alle relazioni estere presso il Ministero degli affari esteri in Milano.

(<sup>2</sup>) Questa opinione era allora divisa da molti: nel t. I, pag. 5 della *Histoire de l'Ac. R. des Sciences* si legge: *enfin le renouvellement de la vraie philosophie a rendu les Académies de Mathématique et de Physique si nécessaires qu'il s'en est établi aussi en Italie, quoique d'ailleurs ces sortes de sciences ne regnent guère dans ce pays-là...* E, nelle note della grande geografia del GUTHRIE, IL LALANDE scriveva che di quel tempo l'Italia non vantava un *nomo superiore*, salvo che nella murica.

L'affermazione relativa al Lagrange è interamente gratuita.

Forse è un po' esagerata, ma in fondo la credo vera.  
Sono con tutta la stima

Casa, 18 luglio 1806 (1).

Suo afflito  
C. TESTI.

FORIS | Al Sig. Professore  
Ruffini  
Membro della Legion d'onore  
S. E. M.

III. — *Minuta di una lettera di Paolo Ruffini al Segretario dell'Istituto DEMBURG.*

(manca la data).

Monsieur,

Per parte del Sig. Senator Testi ho avuto il riscontro alla lettera, che io mi presi la libertà di scriverle, e giacchè Ella dice, che posso presentare a codesto Istituto la nota Memoria, e presentarla anche scritta in Italiano; ciò faccio attualmente, e prego Lei vivamente a volermi riscontrare la decisione dell'Istituto medesimo. Il ritardo ha fatto sì, che ho potuto eseguire e aggiungere delle riflessioni ulteriori intorno alla soluzione delle Equazioni di 3° e 4° grado, e che la Memoria ha per così dire cambiato di aspetto, ed ha cambiato di titolo. Qualunque sia per essere il sentimento dell'Istituto, sappia Ella bene che io non cerco che la verità; e che esso sarà per me sempre onorevole.

Troppi giusti sono le lodi che Ella dà al metodo del Sig. Budan (2) di sciogliere le Equ. numeriche; avrei però desiderato che avesse Ella avuta occasione di vedere la Memoria che sopra lo stesso argomento presentai già alla nostra Società Italiana, che da essa riportò graziosamente il premio e che fu poi stampata nel 1804 fuori degli Atti. Coincide col sig. Budan nella maniera di fare le trasformazioni successive e nel servirmi dei decimali: il metodo poi che propongo nella terza parte è benissimo affatto diverso dal metodo di Budan, e appoggiato a dei principii molto più difficili e complicati dei principii semplicissimi, a' quali si appoggia quello di Budan; però nell'uso pratico lo trovo sufficientemente spedito: confesso inoltre che in questa terza parte per la fretta con cui l'ho formata, ho affastellato troppe cose (3).

(1) Data evidentemente sbagliata, dovrebbe essere 1806.

(2) Si riferisce al brano già citato al rapporto storico del 1808.

(3) La Memoria cui qui accenna il Ruffini ha per titolo: *Sopra la determinazione delle radici nelle equazioni numeriche di qualunque grado. Memoria del dott. Paolo RUFFINI, pubblico professore di matematica sublime in Modena. (Modena presso la Società Tipografica, 1804).* Questa Memoria vince il premio di zecchini sessanta proposto dalla Società del XI con programma del 19 luglio 1802 a chi meglio ed interamente esponesse il metodo più breve, cioè men faticoso, per trovare le radici numeriche di una equazione di qualunque grado.

Quella del BUDAN è posteriore, fa stampata nel 1807.

La prego perdonarmi questa piccola digressione che la circostanza di scriverle mi ha eccitato a fare. Frattanto col più ossequioso rispetto e la più profonda venerazione mi dà l'onore di dirmi...

Al Segretario dell'Istituto Delambre.

IV. — *Institut de France, Classe des Sciences Physiques et Mathématiques.*

Paris, le 18 (1)

*L'un des Secrétaires perpétuels de la Classe.*

\* M. La Grange, Legendre et La Croix ont été nommés Commissaires pour examiner le Mémoire de Monsieur Ruffini.

\* M. Moscati (2) avait promis de lui annoncer la remise de son Mémoire à la Classe des sciences de l'Institut.

In aggiunta a queste righe di pugno del Sig. Delambre può lo scrivente Montecuccoli (3) assicurare il Sig. Cav. Prof. Ruffini che la sua memoria, stata presentata all'Istituto nella seduta del giorno 5 corrente Aprile, è attualmente presso il Senatore Conte La Grange che l'ha fatta vedere allo scrivente insieme colla lettera accompagnatoria del Sign. Ruffini. Sembra peraltro a chi scrive che il Sig. La Grange, forse perchè distratto da altre occupazioni, non sarà così sollecito a presentare il suo rapporto.

Sì insinua il Montecuccoli di essere incusato pel suo ritardo a dare questo riscontro; ma non potendo disperre liberamente di sè stesso negli scorsi giorni, dedicati all'equipaggio della Consorte (4), alle funzioni di Corte ed alle Presentazioni e Visite... (parola illeggibile) ha dovuto necessariamente differire quella a Mr. Delambre, che è stato gentilissimo ed ha invitato il Montecuccoli ad intervenire alle Sedute private della Classe di Scienze.

Lo scrivente coglie questo incontro per riconfermaro al Sig. Cav. Professore i sentimenti della più distinta stima e sincera amicizia e per raccomandargli Raimondino (5) ad ogni sua occorrenza.

Parigi, 15 Aprile 1810.

Complimenti di mia moglie che fa le stesse raccomandazioni.

(1) Manca la data.

(2) PIETRO MOSCATI, medico e fisico insigne. Fu Presidente del Direttorio della Repubblica Cisalpina, in quel tempo era consultore del Vice Re e Direttore Generale della Pubblica Istruzione nel Regno d'Italia.

(3) Patrizio modenese discendente dal famoso capitano Raimondo Montecuccoli, era podestà di Modena ed addetto alla corte dell'imperatore.

(4) Madama FRANCO, dama d'onore dell'imperatrice.

(5) Figlio del Marchese Montecuccoli.

P. S. Sempre più si conferma la probabilità che sia incinta S. M. l'Imperatrice la quale è soggetta a frequenti sconcerti di stomaco. Anche l'Imperatore ha una costipazione. Ieri sono partiti per Compiègne il Medico Primario ed il Chirurgo ostetricante. Al ritorno delle primarie cariche italiane che sono andate a Compiègne per fare la corte alle LL. MM., si saprà se sia differito o sospeso il viaggio stabilito a Ancona per vedere i lavori del canale di S. Quentin (*sic*).

---

V. — Institut de France, Classe des Sciences Physiques et Mathématiques.

Paris, le 27 Juin 1810.

L'un des Secrétaires perpétuels de la Classe.

\* J'espère voir aujourd'hui même M<sup>r</sup>. Lagrange. Je le prierai d'accélérer le rapport. J'aurai l'honneur de communiquer la réponse à Monsieur Le Comte de Montruccoli.

\* Je le prie d'agréer l'hommage de mes sentiments distingués \* (\*).

---

VI. — Institut de France, Classe des Sciences Physiques et Mathématiques.

Paris le 19 avril 1811.

Le Secrétaire perpétuel pour les Sciences Mathématiques à Monsieur PAOLO RUFFINI.

Monsieur,

D'après l'autorisation que vous m'aviez donnée j'ai redemandé votre Mémoire sur la solution algébrique des Equations, aux Commissaires qui vous avoient été donnés par la classe des Sciences dans sa séance du cinq Avril 1810, il était entre les mains de M. Lagrange.

Les délais de ce grand géomètre, l'espèce de répugnance qu'il montrait à prononcer sur une question aussi difficile, m'ont fait juger qu'il ne ferait jamais son rapport et les autres membres de la Commission m'ont déclaré qu'ils se garderaient bien d'émettre une opinion quand Mr Lagrange n'avoit pas arrêté la sienne ou qu'il hésitoit à la manifester (\*). En conséquence j'ai repris le mémoire et je suis prêt à vous le renvoyer

(\*) Questo biglietto, scritto su carta intestata del Segretario dell'Istituto Francese, è di pugno del DELAMBRE.

(\*) Examinando le lettere che seguono, ci persuaderemo che, per quel che riguarda il LAGRANGE non si può accettare questo giudizio del DELAMBRE. Il LAGRANGE, che conosceva le implacabili e piccine guerreciole accademiche (chi vuol essere edificato su questo punto legga la sua corrispon-

per la voce che vous voudrez bien m'indiquer. Car j'ai malheureusement égaré votre dernière lettre et je ne me souviens pas même si elle contenait quelques instructions à cet égard.

Agréz l'assurance de la considération très distinguée avec laquelle j'ai l'honneur d'être.

Monsieur,

Votre très humble  
et très obéissant serviteur  
DELAMBRE.

A Monsieur  
Monsieur Paolo Ruffini  
FORIS { Professeur de Mathématiques à l'école du génie  
Modène  
Italie.

denza col D'ALEMBERT, op. di LAGRANGE, vol. XIII), allora sui settantacinque anni e già prossimo alla tomba, benchè persuaso della bontà dei ragionamenti del R., (v. lettera XII di GAULTIER DE CLAUSUR del 1 agosto 1811 nelle pag. seguenti) non volle impegnarsi in una questione, in cui avrebbe avuto contrari, non solo i più influenti fra i suoi colleghi, ma l'universale opinione dei matematici del suo tempo, e si astenne dal pronunciare alcun giudizio.

Questo silenzio fu male interpretato, ed il nome di LAGRANGE chiuse la strada ad ogni opposizione del R. Il LAGRANGE era infatti riverito ed amato, specialmente dagli italiani, ed era nota la sua imparzialità e giustizia, di cui qui amo citare un esempio assai caratteristico:

« Le Mémoire intitulé *Théorie générale de l'équilibre et du mouvement des systèmes suivit de près l'examen en fut renvoyé à LAGRANGE. Tout, dans cette Oeuvre nouvelle devait intéresser l'auteur de la Mécanique analytique, non lui plaisir; on y proposait en effet, une route directe pour atteindre, sans aucun postulatum, le but qu'il s'était proposé dans son bel Ouvrage. Quel que fut son esprit de justice, Lagrange devait aborder un tel examen avec quelque prudence: c'était dans son domaine, quelque sorte qu'en voulait inscrire et ouvrir une voie nouvelle. Le Mémoire de Poinset s'imprima dans le *Journal de l'École Polytechnique*; il en porta les épreuves à Lagrange qui dans des *Notes marginales* renvoyées peu de temps après, éléra, pour condamner la tentative nouvelle, les objections les plus subtiles. Un jugement motivé et tombé de si haut devait sembler sans appel; Poinset sans se décourager, et acceptant la discussion sur le terrain étroit où elle se présentait, répondit sur les marges mêmes à côté des critiques de Lagrange; sans multiplier le discours, il y oppose phrase à phrase, rend mot pour mot en quelques sortes, sans s'écartier de la politesse due, mais sans aller au-delà, et en homme qui attentif à la vérité seule prétend s'incliner que devant des arguments décisifs. La réplique fut immédiatement renvoyée, et le lendemain de bonne heure, en sortant de sa classe, Poinset, un peu ému peut-être, se présentait chez l'auteur de la Mécanique Analytique. La conversation fut longue et LAGRANGE, il faut le croire, n'en conserva pas mauvais souvenir car, moins d'un an après, il faisait prier Poinset de venir le voir. — J'ai appris, lui dit-il, qu'on allait créer des inspecteurs généraux de l'Université, et j'ai écrit aussitôt à M. de Fontanes que vous deviez en être; mais, s'il le faut, j'irai trouver l'Empereur, qui ne me refusera pas». Cfr. *Notice sur Louis Poinsot par J. Bertrand. Journal des Savants*, n. de juillet 1872).*

Del resto un altro fra i commissari non si periti punto di emettere la sua opinione, e completamente sfavorevole al RUFFINI, sia privatamente al GAULTIER DE CLAUSUR (lettera XII), sia in un pubblico rapporto all'Istituto di Francia (v. Appendice A).

VII. — PAOLO RUFFINI à DELAMBRE.

Monsieur,

Il m'a été bien dégoûtant, qu'aucun de la Commission ait eu la complaisance de lire mon Mémoire, ou d'en faire le rapport: mais il faut avoir patience. Je vous prie de remettre ce Mémoire a S. E. M<sup>r</sup>. le Comte Marescalchi (¹).

J'ai l'honneur de vous assurer mon estime la plus profonde et de me dire... (²).

VIII. — Institut de France, Classe des Sciences Physiques et Mathématiques.

Paris, le 18 Mai 1811.

Le Secrétaire perpétuel pour les Sciences Mathématiques.

Monsieur,

Je conçois parfaitement que vous soyez peu satisfait du peu d'empressement qu'ont témoigné pour votre Mémoire deux des Commissaires qui vous avoient été donnés. Vous ne pouvez pourtant vous dissimuler que l'opinion la plus généralement répandue est que s'il est impossible d'avoir une solution complète des équations algébriques il ne soit aussi bien difficile de démontrer clairement cette impossibilité que tout le monde croit sentir. Quel que fut le parti qu'ensent embrassé vos Commissaires, il leur fallait un travail très considérable soit pour motiver leur approbation, soit pour réfuter votre démonstration. Vous connaissez assez le prix du tems pour concevoir aussi la répugnance qu'ont la plupart des géomètres pour s'occuper longtemps des travaux les uns des autres; et si par hasard ils ne s'étoient pas trouvés de votre avis, ils auroient eu besoin d'être animés par un motif bien puissant pour entrer en lice avec un géomètre aussi savant et aussi exercé. Je me sens donc porté à les excuser et j'espère même que vous rendrez justice à leurs sentiments.

Agréez ceux de la haute estime avec laquelle j'ai l'honneur d'être

Monsieur,

Votre très humble  
et très obéissant serviteur  
DE LAMBRÉ.

(¹) FEDERICO MARESCALCHI, bolognese, fece parte del direttorio esecutivo della repubblica cispadana; membro della consulta di Lione (1801), usò la sua influenza per fare eleggere BONAPARTE presidente della repubblica italiana. In quel tempo era a Parigi ministro delle relazioni estere.

(²) Senza data e senza firma.

IX. — Institut de France, Classe des Sciences Physiques et Mathématiques.

Paris, le 18 Mai 1811.

Le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques, à S. E. M. le Comte  
DE MARESCALCHI, Ministre des Relations Extérieures du Royaume d'Italie.

Monsieur le Comte,

Je prenais la liberté d'adresser à V. E. un Mémoire que M. Paolo Ruffini, de Modène, avait envoyé à l'Institut et qu'il redemande, avec la confiance que vous voudrez bien le lui faire parvenir.

M. Ruffini est un Géomètre distingué qui jouit d'une grande estime parmi les Géomètres de l'Institut. S'ils n'ont point voulu prendre parti ni pour ni contre dans la question très difficile qu'il a traité, c'est encore un hommage qu'ils ont rendu aux connaissances et à la réputation du Géomètre de Modène.

Agréez les sentimens respectueux etc.

Signé

DELAMBRE.

X. — Regno d'Italia.

Parigi, il 22 Maggio 1811.

MARESCALCHI, Ministro delle Relazioni estere, al Signor Professore PAOLO RUFFINI,  
Membro dell'Istituto del Regno d'Italia, della Legion d'Onore, e Cavaliere  
dell'Ordine della Corona di ferro.

Signor Professore Stimatissimo,

Il Segretario perpetuo della prima Classe di questo Istituto per le Scienze Matematiche, Sig. Delambre, mi ha trasmesso per Lei un piégo raccomandatomi con premura.

L'ho affidato per più di sicurezza e di sollecitudine al Sig. Barone Colonnello Giffenga, Astante di campo del Principe Vice-Re partito ieri con missione di S. A. I. per Milano dove lo rimetterà al comune nostro amico, Sig. Conte Testi.

Mi faccio un piacere di parteciparle la lettera del Sig. Delambre che accompagnava il suddetto piego e che trovo ripiena di espressioni per Lei le più gentili e le più giuste.

La prego di aggradire i sentimenti della mia perfetta stima, e considerazione.

A. MARESCALCHI.

XI. — A. S. Eccellenza il Sig. Conte MARESCALCHI Ministro degli Affari Esteri

Modena, a di 5 Giugno 1811.

PAOLO RUFFINI.

Eccellenza,

Rendo a V. E. i più vivi ringraziamenti tanto per la gentile premura, che si è data di spedire al Sign. Con. Senat<sup>o</sup>. Testi l'involto consegnato da M. Delambre, quanto pel graziosissimo pensiero di mandarmi copia della lettera a Lei scritta da M. Delambre.

Questi veramente in tal lettera si esprime verso di me troppo favorevolmente, e mi veggono troppo onorato dai membri dell'Istituto Francese: confessò però che avrei amato che Egli avesse avuta la compiacenza di esaminare la Memoria, che avevo loro inviata, e di riferire sopra di essa; ciò nonostante, quando a V. E. accadrà di vedere M. Delambre, la prego ad avere la degradazione di esporgli essere io al sommo riconoscente per la sua gentilissima lettera, e per quella opinione troppo onorifica che Egli ed i suoi Colleghi hanno verso di me e che io so di non meritare.

V. E. mi onora col titolo di Cav. dell'ord<sup>o</sup>, della Cor<sup>a</sup>, di Ferro; ma la prego avvertire non essere io già decorato di quest'ordine.

Rimovendo a V. E. i miei più sinceri ed ossequiosi sentimenti di riconoscenza mi dò l'onore di protestarle la mia più profonda stima e venerazione.

PAOLO RUFFINI.

XII. — G. GAULTIER DE CLAUBRY all'Illmo Sig. D<sup>r</sup>. PAOLO RUFFINI, Professore di Matematiche Sublimi al Liceo di Modena.

Illmo Signore,

ho ricevuto pochi giorni fa la sua onorevole lettera del...<sup>(1)</sup>

Non le ho risposto subito ricevuto la sua preghiera volendo informarmi della cosa di cui mi incaricò.

Ho veduto M. De La Grange, gli ho dimandato, senza parlare di Lei, se aveva veduto e se si rammentava una memoria matematica di M. Ruffini.

Mi rispose che l'aveva letta, che la trovava buona ma pure che, trattando di una materia difficilissima e non dando prove abbastanza certe delle cose che avanzava l'autore, non volendo eccitare querela fra questi Matematici dell'Istituto, non aveva voluto pubblicare il suo giudizio e che perciò aveva restituita la memoria al Segretario M<sup>r</sup>. Delambre.

Ho parlato dopo a M<sup>r</sup>. La Croix che conosce un poco, mi disse non aver avuto mai conoscenza di questa memoria, e che non poteva perciò dirmene niente.

(1) Manca l'indicazione della data.

Mi indirizzai allora a M<sup>r</sup>. Legendre che è stato nominato Commissario per la sua memoria. Mi ripeté la medesima cosa detta già da M. De La Grange oltre di che mi disse trovare che la maniera colla quale l'autore voleva trattare la questione da lui esposta, non poteva assolutamente servire a ciò che aveva voluto provare (<sup>1</sup>). Che d'altronde non volendo avere nessuna querela con l'Autore né eccitarme fra i matematici, preferiva non dir niente della memoria.

Tutti e due si sono accordati nel dire che stimano molto l'Autore e che trovano la memoria molto buona ma non assai concidente da decidere certamente la questione.

Ho fatto ciò che è stato nel mio potere per informarmi di tutto ciò che la riguarda: spero che giudicherà solamente delle mie intenzioni, mi fa pena di non aver potuto darle una risposta più sgradevole.

Quanto ai libri di lei che Le ho detto aver veduto all'Istituto, sono opere di matematiche stampate e che possiede la Biblioteca della Società, molto ricca in libri stranieri. Le aveva proposto di mandare le sue nuove opere per arricchire questa Biblioteca, e perchè sono persuaso che i membri per le matematiche sarebbero molto contenti di possederle. I libri stampati che si mandano all'Istituto non sono giudicati dai membri, ma sono piazzati nella biblioteca per uso degli studiosi. Ella consideri se vorrà mandarne due esemplari dopo la ragione che le ho esposta.

Se avesse qualche volta bisogno di alcuna cosa a Parigi, mi troverà sempre disposto a servirla, la prego di credermi etc. etc.

Parigi, il 1º d'Agosto 1811.

G. GAULTIER CLAUBREY  
spetiale dell'Ospizio di carità.

P. S. La prego, quando mi farà l'onore di scrivermi, di non scordarsi di mandarmi le sue lettere all'indirizzo di Mr. Godefroy employé à l'administration des Postes au Bureau d'arrivée Rue J. J. Rousseau + Paris.

Il mio signor Padre e mio fratello Emmanuel (<sup>2</sup>) m'incaricano di presentarle i suoi doveri, e quest'ultimo la prega di rammentarla sempre ai Signori Fabriani e Ferrari.

Illico Signore  
Signor Dott. Paolo Ruffini  
Professore di Matematiche Sublimi  
FORIS | al Liceo di Modena  
In Modena Italia  
Modena

(<sup>1</sup>) Si noti che quella Memoria è, salvo qualche modifica formale, quella stessa che il R. stampò nel 1813 col titolo: *Riflessioni intorno alle soluzioni delle equazioni algebriche e contiene la dimostrazione, che per lungo tempo attribuita al WANTZEL, fu sempre considerata come la più facile e la più convincente del teorema di RUFFINI.*

(<sup>2</sup>) CHARLES-EMMANUEL SIMON GAULTIER DE CLAUBREY, nato a Parigi il 23 XII 1785, morto il 24 XII 1855, seguì l'esercito di Napoleone e fece le campagne dal 1809 al 1814; e ne uscì poi col grado di chirurgo maggiore (3<sup>o</sup> regg. tiragliatori granatieri della guardia). Scrittore reputato di scienze mediche, fu aggregato in esercizio presso la facoltà di Parigi dal 1823 al 1828. Conobbe a Modena il RUFFINI, questi per mezzo suo entrò in corrispondenza epistolare col fratello, scrittore di questa lettera: chimico di buona fama, professore poi alla scuola di farmacia e membro del consiglio di Sanità di Parigi, era allora, come qui si vede, spetiale all'Ospizio di carità.

di un abbastanza vivace studio, e di una scrittura ben leggibile, ma molto sparsa ed estesa. Il suo nome è Sir Joseph Banks.

XIII. — CARLO TESTI a PAOLO RUFFINI.

Sig. Cavaliere Pregiatissimo,

Milano, 7 Agosto 1811.

Ieri l'altro dal Sig. Panigada, e ieri dalla Posta ho ricevuta la Memoria e la Lei lettorà gentilissima coll'altra chiusa per il Signor Banks (1).

Il tutto sarà rimesso a Parigi a Madama Bird (2) quando vi sia giunta; Essa partì Giovedì scorso e le Sig. Tini andarono ad accompagnarla fino alle isole Borromee ove è seguita la dolorosa separazione proseguendo la prima il loro (mao?) viaggio per il Simplon, e ritornando qui le seconde ove giunsero Lunedì mattina.

La Memoria ritornata da Parigi (3), sarà da me consegnata alla Sign. . . . (parola illegibile) la quale sta bene e mi ingiunge di salutarla. Io la ringrazio frattanto delle gentili espressioni di cui vuol essermi cortese, e la prego ad aggiudicare i sentimenti della distinta stima ed amicizia coi quali mi protesto

Suo

CARLO TESTI.

FORIS | Al Signor Professor Ruffini  
Cav. del R. Ordine della Corona di ferro  
e della Legion d'Onore  
Modena.

XIV. — C. BIRD a PAOLO RUFFINI.

Bath, 23 Marzo 1814.

Stimatissimo Signore.

Sono veramente mortificata di non aver potuto prima d'ora rispondere alla sua lettera ma spero VS. mi scuserà quando ne avrà intesa la ragione. Al mio arrivo a Londra mi feci una premura di portare in persona la sua Memoria a Sir Joseph Banks il quale osservandone il contenuto mi disse che i membri della Società capaci d'intenderla erano allora alla Campagna e che per conseguenza passerebbe qualche tempo prima che potesse darmi una risposta. Difatto erano passati parecchi mesi quando ricevetti un biglietto di Sir Joseph nel quale mi diceva che quelli de' suoi colleghi a cui aveva fatto leggere

(1) Sir JOSEPH BANKS, presidente della Società Reale in Londra.

(2) Questa signora, il cui nome si trova spesso anche nel carteggio del Senator Testi (in questo archivio di Stato) era tenuta, si vede, in gran conto, e le erano affidate importanti missioni. Non sono riuscite, nonostante le più minute ricerche, a trovar nessuna come biografia.

(3) Quella cui si riferiscono le lettere di DELAMARE stampate nelle pagine precedenti.

La Memoria non era ancora ritornata a Modena, e già il RUFFINI si adoperava per provocar su di essa il giudizio della Reale Società di Londra.

il manoscritto del D.<sup>r</sup> Ruffini l'approvavano molto. Io però non essendo soddisfatta di questo risposi a Sir Joseph per ringraziarlo della sua comunicazione e per esprimergli all'istesso tempo il mio desiderio d'ottenere una risposta a VS. diretta che contenesse l'approvazione della Società. A questo non avendo ricevuto risposta veruna e dovendo lasciar Londra consegnai ad un amico la sua lettera insieme con la nota di Sir Joseph e la mia risposta, e lo pregai di vedere se per mezzo di un suo amico che ha un fratello nell'Accademia non sarebbe possibile d'avere una risposta soddisfacente.

Ho finalmente una nota del Segretario dell'Accademia a Lei diretta e che per non esporre al rischio di perdersi copierò fedelmente per ora per sua soddisfazione riservandomi a farle avere l'originale in tempo più opportuno (<sup>1</sup>).

Gradisca Lei que' (*saluti*) della mia famiglia e mi creda sempre

Sua dev.<sup>ma</sup> serva  
C. BIRD.

XV. — THOMAS YOUNG a RUFFINI a Modena.

Monsieur,

La Société Royale a reçu le Mémoire que vous avez eu la bonté di lui envoyer sur la Resolution des Equations; et je suis chargé de vous en rendre ses remerciemens.

L'usage de la Société ne lui permet pas de prononcer son opinion sur aucun ouvrage qu'on lui adresse; mais les particuliers qui ont vu votre Mémoire en ont été très satisfaits, et ils sont d'avis que vous avez réussi à démontrer ce que vous vous êtes proposé d'établir.

Je suis Monsieur

Votre très humble  
et très obéissant serviteur  
THOMAS YOUNG M. D.  
Secr. de la S. R. pour la corr. étr.

Londres Somerset Place  
17 Mars 1814.

(<sup>1</sup>) L'originale di quella lettera non è più fra le carte di RUFFINI. Una nota sulla carta che avvolge la lettera sopra riportata dice: 1823 Giugno « Si è levato una lettera del Segretario dell'Istituto di Scienze in Inghilterra diretta a Paolo Ruffini ed è stata data al Sig. Antonio GANDINI di Modena per far parte della di lui Raccolta di lettere d'uomini celebri. »

Salite la copia fatta da Madama BINN, e di quella mi sono qui giovato, non avendo ragione di ritenere diversa dall'originale.

La collezione GANDINI è stata, in parte, depositata presso la biblioteca Estense, dove inutilmente ho cercato quel documento.

XVI. — PAOLO RUFFINI à M<sup>e</sup> THOMAS YOUNG, M. D. Secré. de la Soc. Roy. pour la Corr. Etrang. Somerset Place à Londres.

Aveva io inviata a cotesta Società Reale la mia Memoria avente il titolo *Riflessioni intorno alla soluzione delle Equazioni generali*, nell'anno 1812 (¹).

Il lunghissimo tempo che è trascorso daichè aveva io spedita la mia Memoria a cotesta R. S. mi mise il sospetto che essa si potesse essere perduta; a questo sospetto altro timore scientifico si aggiunse e quindi mi determinai di rendere pubblica questa Memoria: ciò realmente ho fatto formandone un opuscolo col fare uno scritto precedente alcuni cambiamenti, coll'aggiungervi alcune note, ed una seconda parte. Dopo tutto questo m'è pervenuta pochi giorni sono copia della Sua pregiatissima lettera, venendomi nel tempo medesimo accennato che non mi si spediva l'originale acciocchè non andasse perduto e chi mi si spedirebbe in seguito.

Da questa lettera veggio che quei membri della Società i quali hanno avuta la bontà di leggerlo il mio scritto l'hanno approvato; rendo perciò a loro i miei ringraziamenti e li rendo insieme a Lei che ha avuta la compiacenza di comunicarmi il loro sentimento; e sonomi creduto in dovere di spedire costi sei copie dell'Opuscolo qui stampato, pregandomi di riternerne una per sé e di consegnare le altre in mio nome alla Società Reale, la seconda al Sig. Presidente dell'Accademia, la terza al Sig. Segretario ordinario e le altre due ai Sigg. Membri che hanno avuta la compiacenza di leggere la Memoria.

Lusingoni, che le ragioni sovraesposte mi scuseranno presso cotesta Società, se ho pubblicata quella Memoria che aveva ad essa offerta.

Ringraziandola nuovamente mi dò l'onore di rassegnarmi con la più profonda stima e rispetto (²).

(¹) La memoria partì da Modena nell'Agosto del 1811 (Lettera n. XIII di C. Testi), ma la persona cui era stata raccomandata (M.<sup>me</sup> Birn), si fermò alcuni mesi a Parigi prima di recarsi a Londra. Ciò risulta da alcune lettere che sarebbe troppo lungo riprodurre.

(²) Ho trovato anche una traduzione, molto libera, in lingua francese di questa minsta, di pagno del RUFFINI, con la data 7 luglio 1814.

Nel tempo che passò, dalla consegna del manoscritto a M.<sup>me</sup> Birn, alla data di questa ultima lettera, accade un fatto, cui poi accenna il RUFFINI con la frase: *altro timore scientifico*, che determinò il RUFFINI a dare alle stampe la sua memoria. Voglio accennare alla pubblicazione del Rapporto letto nella seduta del 12 aprile 1813, dell'Istituto di Francia, sulla Memoria di CAUCHY « *Essai sur le calcul des fonctions symétriques...* ». (V. Appendice A). Un passo di quel rapporto conteneva una esplicita riprovazione dell'opera del RUFFINI e dei metodi di cui egli si serviva. Non solo infatti ivi si dichiarava, che le conclusioni del R. non erano generalmente ammesse, ed apparivano fondate sopra ragionamenti troppo vaghi; ma si concludeva l'esame della Memoria del CAUCHY, tutta informata sulle opere del RUFFINI, osservando essere tale genere di questioni d'un moindre intérêt, tanto da non accordare l'approvazione della Classe, se non in riguardo ai meriti che l'Autore si era acquistato con le sue precedenti ricerche sulla egualianza dei poliedri.

Noto di voce, che i biografi di CAUCHY fanno invece, e con ragione, rilevare la grande importanza di quella Memoria.

XVII. — G. M. RANGONE<sup>(1)</sup> a PAOLO RUFFINI.

Signor D<sup>re</sup> Pr.<sup>ne</sup> mio St<sup>ro</sup>,

Dalla gentilissima di Lei lettera del 5 maggio da me soltanto nel penultimo ordinario ricevuta, intendo avere cod<sup>o</sup> mio nipote a Lei consegnata la cartuccia riguar-

Leggiamo infatti nel VALSON (*La vie et les travaux du Baron A. Cauchy*, tome I, pag. 49) ... « Cauchy publia en effet un nouveau Mémoire de la plus haute portée, sur le calcul des fonctions symétriques et sur le nombre des valeurs dont les fonctions sont susceptibles. Il convient de le mentionner d'une manière toute particulière, parce qu'il a donné à Abel la base même de la démonstration sur l'impossibilité de la résolution algébrique de l'équation du cinquième degré, et qu'il a provoqué les belles recherches de M. M. Bertrand et Serret sur la théorie si délicate des valeurs des fonctions.... ».

C'è bisogno di ricordare che il RUFFINI, già avere percorso anche tutta la strada, che tanti anni più tardi rischia l'ANXEL? Egli, che aveva coscienza della esattezza delle sue deduzioni e del valore delle sue scoperte, non appena ebbe notizia di quel rapporto (*Notizie sulla vita e sugli scritti di Paolo Ruffini*, Modena, tip. Camerale, 1824, pag. 23): «.... intimamente persuaso siccome egli era di aver ragione, non si aggiunse punto e cercò diremo così lo spirito degli amici e di dar l'ultimo assalto alla loro pigrizia. Ripressò quindi in mano l'argomento delle Equazioni, riepilogò ed illustrò quante antecedentemente aveva scritto su tale materia, e pubblicò il tutto sotto il titolo di *Riflessioni intorno alla soluzione delle Equazioni Algebriche* (Modena, 1813).

La Memoria che aveva inviata a Parigi nel 1809 ed a Londra nel 1811 formò la base di codesto episcopio, nella prefazione del quale si legge:

.... ma se puranche non potessi dire giammari essersivamente esatto chi desidera di togliere la taccia di troppo vaghi a certi ragionamenti, i quali da alcuni benché insigni geometri, non sono stati forse approfonditi abbastanza, e desidero così, che venga generalmente ammessa una Proposizione, qual è l'insolubilità delle Equazioni algebriche generali di grado superiore al 4°, e le quali da alcuni non si considera come vera, o almeno non si considera come finora bastevolmente provata (Discorso Preliminare, pag. VII, VIII).

Qui il manoscritto porta la seguente aggiunta, soppresa nella stampa per una mala consigliata prudenza:

« L'analogia dell'argomento m'incita a rammemorare qui l'annuncio di una proposizione esistente nel rapporto sulla Memoria di M. Cauchy inserito nel n. 114 del Moniteur de France - 1813 la quale mentre viene esposta siccome mia, si annuncia in un modo da me certamente non usato, e la quale sotto quei tali termini coi quali si propone è assolutamente falsa.

Nel citato rapporto si dice: « M. Ruffini fait voir, que si l'on supposait les valeurs d'une fonction de plus de quatre lettres égales trois à trois, ou quatre à quatre, il s'en suivrait nécessairement, qu'elles seraient toutes égales entre elles, ou toutes égales deux à deux. Ora si prende per exemplo la funzione  $x^6 + x^5 x^{10} + x^{10} x^8 - \frac{x^{21}}{x^3}$ . È questa formata con più di

(1) GERARDO DI BONIFACIO RANGONE (1744-1815) di antica famiglia modenese fu educato a Vienna nel collegio di Savoia, ed ebbe fama di uomo colto nelle scienze matematiche. Fu a Modena consigliere di Stato e ministro fino al 1796. In quest'anno si recò a Venezia, poi a Vienna, per fuggire la invasione francese. Lasciò morendo i suoi importanti e numerosi manoscritti alla Biblioteca imperiale di Vienna. Nel tempo in che egli risiedette a Modena, costituì, con sede nel suo palazzo, una privata accademia di scienze. Molte interessanti sue lettere, oltre quelle che qui pubblichiamo, si trovano fra le carte RUFFINI.

dante il rapporto fatto della memoria di Cauchy (<sup>1</sup>) e da questa pure intendo che trattasi soltanto d' uno dei li teoremi che Cauchy ha beni generalizzato; ma senza, per quanto sembra, applicarlo alla Teoria delle Equazioni, come mi era stato supposto. Ho ben presente la lettera del Sig. Pietro Abbati (<sup>2</sup>) e quant' altro relativo all' argomento si trova nelle Memorie della Società Italiana, che con mio rincrescimento sento essere cessata (<sup>3</sup>). In queste parti il Calcolo puro non si coltiva tanto, la scienza è ardua e il frutto è più di gloria, che d'utile; per altro sarò ingiusto se non dicesse che molto e bene si studia, e singolarmente si procura di applicare alla pratica tutte

---

« quattro lettere perché contiene le cinque  $x' x'' x''' x'''' x'''''$ ; inoltre conserva per la forma della funzione, il proprio valore sotto la permutazione della  $x'$  nella  $x''$ , della  $x''$  nella  $x'''$  e della  $x'''$  nella  $x''''$ , onde i suoi 1. 2. 3. 4. 5 = 120, valori provenienti da tutte le permutazioni fra le  $x' \dots x''''$ , sono tra loro eguali a tre a tre.

« Dunque in conseguenza dell'esposto enunciato gli indicati 120 valori dovrebbero essere tutti uguali fra loro, o fra loro uguali a due a due; ma è falsa tanto l'una come l'altra di queste osservazioni, come ognuno può vedere agevolmente da sé medesimo, risultando da tutte le permutazioni fra le  $x' \dots x''''$ , non più e non meno di  $\frac{120}{3} = 40$  valori tutti fra loro diseguali.

« Dunque è falsa ancora la proporzione, come viene pronunciata nell'indicato rapporto.  
Ed alla pag. VI, dopo le parole: «... l'argomento del 3<sup>o</sup> ed ultimo Capo » si legge la seguente variante:

« Chaque arra compiacenza di seguirmi in queste riflessioni, potrà agevolmente riconoscere, che l'oggetto lor principale è quello di assegnare una nuova dimostrazione dell'impossibilità di risolvere esattamente le Equazioni generiche di grado superiore al 4<sup>o</sup>, assai più breve e più semplice delle altre da me pubblicate precedentemente (Teor. delle Equ. Soc. It. delle Sc. T. 9° — Mem. Ist. Ital. Tom. 1<sup>o</sup>) e di confermare insieme, coll'osservare, che i principi stessi, i quali dimostrano l'insolubilità delle Equazioni di grado superiore, dimostrano poi la solubilità delle Equazioni di grado al 4<sup>o</sup> inferiore.

« Il Ch. Delambre, nel suo rapporto storico sopra il progresso delle scienze matematiche dopo il 1789 e pubblicato nel 1808, dice:

« Les Mémoires de M. Lagrange sur la resolution complète des Equations littérales, en réduisant le Problème à ses malades termes avolent montré combien il est encore difficile.

« M. Raffini entreprit de prouver qu'il est impossible.

« Appena veduta questa proposizione, nella lusinga in cui era di avere non solo intrapreso a provare, ma di avere provato realmente simile impossibilità, prest ad esaminare i razionali, e lo badi, su cui sì...

(<sup>1</sup>) Qui si accenna appunto al rapporto fatto dalla Commissione: CARNOT-LEGENDRE-POISSON, il cui si è parlato nella nota precedente.

(<sup>2</sup>) PIETRO ABBATI MARZOCCHI, matematico modenese, contemporaneo del RUFFINI, ha contribuito, insieme con questi, alla dimostrazione di alcuni dei teoremi fondamentali della teoria dei Gruppi di Sostituzioni. (Cfr. nel tomo X delle Memorie della Società it. delle Sc. una lettera di P. ABBATI e P. RUFFINI). Nel carteggio di R. ho trovato una lettera e alcuni brani di lettere di ABBATI, dalle quali veramente pare doveral inferire che gli studi che egli faceva, fossero sviluppi di questioni, che lo stesso R. gli proponeva, e ciò risolverebbe la questione che il BURKHARDT ha proposta (pag. 212), di ricercare ciò se si debba attribuire al R. anche la inspirazione del contenuto principale del lavoro dell'amico suo ABBATI.

(<sup>3</sup>) Nel fatto non era cossata; ma si temeva assai che dovesse cessare. Le pratiche fatte dal RUFFINI e dal CAPOSSI per salvare la Società, risultano dai documenti e dalle lettere che ancora si conservano fra le carte di R. e che mi sembrano di grande importanza per la storia di questa illustre Società.

le cognizioni teoriche, e ciò in ogni ramo di scienza dalla Chimica sino alla Meccanica; e veramente ne sortono con frequenza applicazioni di gran prò e presto si diffondono. È benst a delersi che la diversità della lingua le confini almeno per lungo tempo alla Germania d'onde nasce non di rado che altrove si cercano tuttavia e si danno per novità cose che qui sono già conosciute e praticate.

Vedo poi che a Lei non deve esser nota la memoria di Le Placo, intorno alla quale avrebber pur volentieri saputo il di Lei giudizio persone per Lei piene di stima: ma forse le tant'altre Lei (*sic!*) occupazioni non Le lascian tempo da spendervi intorno. La ringrazio delle nuove che mi dà di S. M. Stanisla, la quale è stata molto afflitta per la perdita che abbiamo fatto della sorella e zia rispettiva; della qual perdita per altro abbiam motive di consolerci nei sentimenti di pietà, rassegnazione e religione nei quali è spirata.

Se mai potessi in alcuna cosa servirla, si prevalga di me liberamente, ben certo di farmi un piacere con darmi occasione di quella ben dovuta sincera stima con cui mi segno

Vienna, 26 Giugno.

Dev. Obb<sup>mo</sup> Serv<sup>r</sup>

G. M. RANGONE

À Monsieur  
M. le Docteur Rufini (*sic!*)  
Professeur de Mathématiques  
et Cher. de la Légion  
d'Honneur  
FORIS

Modène.

XVIII. — Il Ms<sup>r</sup> RANGONE a P. R.

Sig. Prof. Pr.<sup>re</sup> Stimm<sup>mo</sup>.

Non mi diffonderò a spiegarle gli impedimenti, per quali non prima d'ora ho potuto respondere al gentilissimo di Lei foglio del g<sup>mo</sup> 11 scorso.

Comincerò dunque, dopo averle chiesto scusa del non volontario ritardo, dal ringraziarla (*sic!*) del dono pregiolissimo, che col mezzo dei nostri Modenesi ho ricevuto, e che mi è sembrato un gran lavoro e fatto con vedute proprie ad esaurire l'argomento e porre in piena luce la verità. Quindi venendo al di Lei desiderio di avere il giudizio di alcuni dei più celebri matematici di Germania, Le pregherò a riflettere se convenisse di accompagnare l'opuscolo con una lettera ch'Elle potrebbe scrivere in latino, e poi mandarmi senza indirizzo. Propongo di scrivere una lettera e di richiedere con qualche istanza il favore da Lei bramato, perché sento non essere cosa facilissima l'ottenere; ma domandandolo direttamente e con qualche calore una persona del suo merito, credo che lo dovesse conseguire. Aggiungo poi di mandar le lettere senza indirizzo, e perchè finora non so la dimora precisa di Gauss, e perchè si possa fare coi termini e titoli convenienti, e perchè l'altra, o le altre si

possono dirigere a chi meglio si crederà, avuto riguardo non solo al credito della persona ma esandio alla compiacenza che se ne può sperare. Tre sono i soggetti che qui avrei in veduta: Bürg autore delle celebri tavole lunari; Pasquich ora astronome a Buda, e a Lei già noto, suppongo, e di cui in ogni caso potrebbe prendere qualche idea da un'opera di lui che tempo fa mandai al M. Luigi mio nipote; e il prof. Gerstner di Praga, che si è fatto un nome con diverse opere pregevoli. Per Bürg ho anni per buona sorte un amico di lui, che mi si è offerto, e spererei di poter anche aver qualche ufficio presso Pasquich, e quando le piacesse di sentirli entrambi io intanto passerò a Bürg il mio esemplare.

Forse si sarà smarrita una lettera, che già tempo (*sic*) scrissi al M. Luigi pre-gandolo a sentire da Lei, se costi sia noto un nuovo metodo di calcolo che chiamano *facoltà* (<sup>1</sup>): dico nuovo perchè non lo credo finora molto diffuso, benchè fino dal 1799 Kramp ne facesse uso nella sua opera: *Analyse des Réfractions* etc., per una facoltà adunque intendersi il prodotto di fattori che procedono in serie aritmetica: p. es.  $a, a+r, a+2r, \dots, a+(m-1)r$ : si segna così  $a^{m/r}$ , e si legge:  $a$  elevato alla facoltà  $m$ , di  $r$ . Gliene ripiego ora la notizia supponendo che non le dispiaccia di averla, se pur si tratta di novità.

Sono con la più sincera stima

Di Lei Sig. Prof\*. Principe Sti<sup>nn</sup>

Vienna, 13 Marzo 1814.

Div<sup>nn</sup> Serv\*

G. Ms. RANGONE.

À Monsieur  
M. Le Docteur Raffini  
Professeur de Mathématiques  
FORIS { Modène.

XIX. — Il Mss. G. RANGONE & PAOLO RUFFINI.

Signor. Prof\*. Principe mio Stimo,

In fretta rispondo alla gentilissima sua del 10 corrente: le ragioni che adduce per non iscrivere le lettere ponno avere il loro peso, ed io m'accingerò ad appagare il Lei (*sic*) desiderio. Quanto al Sig. Bürg qui presente, spererei anche di saperne il parere per mezzo di qualche comune amico. Cercherò pure di trovarlo di Gauss, al quale se mando senz'altro l'opuscolo forse appena giungerò a sapere se l'abbia ricevuto.

Se trovo mezzo per Pasquich tenterò anche questo, ed essendo esso, come saprà, astronomo a Buda, non mi dovrebbe riuscire tanto difficile.

(<sup>1</sup>) Fra le carte di E. c'è uno studio, appena abbozzato, nel quale si trovano le più importanti proprietà formali di coteste facoltà.

Mi conservi la sua amicizia, e mi croda immutabilmente  
Di Lei Sign. Prof. Pñs Stm<sup>mo</sup>

Vienna, 27 Aprile 1814.

D.<sup>mo</sup> O. Serv<sup>o</sup>  
G. M. RANGONE.

FORIS { A Monsieur  
Mr. le Professeur  
Ruffini  
A  
Modène

XX. — *GIOVANNI PASQUICH al M<sup>so</sup> G. RANGONE.*

Illusterrissimo Signor Marchese!

Il prezioso dono degli Opuscoli del Signor Ruffini, intitolati: *Teoria generale delle Equazioni; e Riflessioni intorno alla Soluzione delle Equazioni algebriche generali*; che Vostra Signoria Illustrissima si è compiaciuta di farmi, mi fu dal nostro impareggiabile Signor conte di Backbone regolarmente trasmesso; egli è un sicuro pugno della lei parzialità a mio riguardo, che mi consola ed onora tanto più, quanto meno io la meritavo; e perciò mi obbliga alla più viva riconoscenza e gratitudine, di cui desidero che Vostra Signoria Illustrissima restasse (*sic*) sempre fermamente persuasa.

Ho già letto, benché frettolosamente, tutti tre (<sup>1</sup>) componenti con quella impazienza ed avidità, che mi doveva inspirare la fuma dell'eccellente Autore; la scelta degli articoli, ordine lucidissimo, brevità, chiarezza e solidità nei ragionamenti sono quelle qualità invidiabili, da me senza difficoltà osservate, che bastano ad assicurarci del distinssimmo eminente luogo del Signor Ruffini tra i rinomati Matematici. L'oggetto però principale delle riflessioni intorno alla soluzione delle Equazioni algebriche generali, ed il modo con cui le tratta il Signor Ruffini, esige e merita d'essere pienamente approfondito da chi intraprende di decidere delle da lui proposte dimostrazioni sopra l'insolubilità delle Equazioni algebriche di grado superiore al 4<sup>o</sup>; ma questo appunto è un lavoro di cui tutte le circostanze, come della mia salute, così anche dell'obbligazione di soddisfare a moltissimi inevitabili doveri, mi rendono totalmente incapaci; perciò prego Vostra Signoria Illustrissima, non già di perdonarmi, ma di compatirmi, se mi astengo da quel determinato giudizio, che forse da me aspettava; ogni altro comando, che non superi le mie forze, mi servirà di occasione a darle i più sicuri contrassegni di riconoscenza, rispetto, stima e venerazione, con cui sono e sarò sempre suo

Boda, il 2 di Dicembre 1814.

Ossequientissimo Servitore  
GIOVANNI PASQUICH  
Direttore della Specola.

(<sup>1</sup>) Questo *tre forse* si riferisce al numero dei volumi; poichè la *T. delle Equ.* è in due volumi (V. lettera seguente).

XXI. — *Il M<sup>e</sup> RANGONE a P. RUFFINI.*

Sig. Prof. Princ mio Stim<sup>mo</sup>

Ricevei al tempo debito il gentilissimo di Lei foglio del 19 Ottobre, al quale non risposi avendo considerato esso stesso come una risposta all'ambasciata che per mezzo di Suor Stanislas Le aveva fatto fare.

Non ho per altro mancato di far l'uso indicatomi dei diversi esemplari della *Memoria* e ne ho mandato uno anche al celebre Pasquich usando pure una copia della *Teoria* affinché giudicasse meglio potesse avendo tutto sott'occhio.

Dall'annessa lettera da lui scrittami Ella vedrà l'esito delle mie premure, anche il Sig. Bürg mi ha fatto dire le più belle cose del mondo, ma senza dare un giudizio: non credo per altro che in tutti sia un pretesto la mancanza di tempo per leggere ed esaminare quell'opera. Vedremo se alcun altro, cui ho trasmesso esemplari, sarà più compiacente: di Gauss finora nulla.

Mi comandi e mi creda sempre quale in fretta mi segno

Di Lei Sign<sup>r</sup> Prof. Princ Stim<sup>mo</sup>

Vienna 7 Dec. 1814

Obb<sup>r</sup>. Serv<sup>r</sup>  
G. M. RANGONE.

A Monsieur  
M. le Docteur Ruffini  
Professeur de Mathématiques  
FORIS |  
Modene.

XXII. — *Il M<sup>e</sup> G. RANGONE a PAOLO RUFFINI.*

Signor Prof. Princ Stim<sup>mo</sup>

Ricevo il gentilissimo suo foglio del 22 scaduto, e con lei pienamente conengo; ma i nostri letterati tedeschi sono singolari. Essi non voglion far nulla per nulla, o per dir forse meglio si caricano e sopracaricano tanto, che non avanza loro tempo e nemmen volontà di far altro. Ogni lavoro, quando si tratta di nomini come Pasquich, Gauss, etc. vien loro tosto e ben pagato, e però quando non trattasi o di cose che deranno necessariamente studiare per la cattedra e per necessaria erudizione, o per far un estratto che vien loro pagato, non si facilmente si inducono a far fatica e meno poi a dare un sentimento che senza un serio studio non potrebbero veramente dare: in una parola non vogliono compromettersi per timore di dover poi sostenerne la loro opinione, e perciò perdere un tempo che per essi sempre frutta.

Di Pasquich per altro dico dirle, ch'egli ora si trova straordinariamente occupato per la erezione della Specola in Buda, egli poi deve essere proietto negli anni, e di più accusa poca salute. Certo Hirsch che aveva impugnata la Teoria si è ritrattato in un'opera stampata a Berlino (1), a quanto mi riferisce in un viglietto la celebre Signora astronomo e calcolatrice Baronessa Matt; il titolo dell'opera non l'ho presente, ma forse lo troverò prima di chiudere la lettera. Intanto gradisca che Le ricambi di tutto cuore i Lei voti e che Le ripeta l'espressione di quella ben distinta sincerissima stima con cui rimango

Vienna, 13 gennaio 1815.

Di Lei Sig. Prof. Pne Stm.<sup>mo</sup>  
G. RANGONE.

P. S. Mi rallegra molto della lettera di Londra, che non poteva essere diversa; Ella vede per altro, che neppur gli inglesi si sono voluti nominare: parmi bensi che tutti abbiano torto, perchè si tratta di dimostrazione, e se una cosa si giudica dimostrata, qual difficoltà a dirlo?

---

XXIII. — II M<sup>o</sup> RANGONE a PAOLO RUFFINI.

Sign. Prof.<sup>mo</sup> Pron. Mio Stm.<sup>mo</sup>,

Ricevo il gentilissimo Lei (*sic!*) foglio del 16 corrente pel noto argomento della memoria, e appunto nello scorso ordinario ne'avevo io scritto al Mse Luigino (2) nipote. Quanto poi ora da Lei intendo, aveva già appreso a poco immaginato, sapendo che quei corpi Accademici non vogliono mai dare questi giudici (3).

Mi reca bensi grandissimo piacere l'intendere il sentimento di lode ed approvazione espresso dai lettori inglesi ai quali il segretario per la corrispondenza estera ha comunicato la memoria di Lei. Vedremo, se da Burg sarà possibile ricavar qualcosa, ma in ogni caso non sarà che dopo le vacanze. Ora solamente è partito l'inviglio per Gauss, avendo dovuto aspettar l'occasione di farglielo capitare franco, mentre senza questa avvertenza si correva pericolo, che il libro non fosse mai riscosso. Da tre o quattro mesi è qui morta una coltissima signora più che dilettante di Astro-

(1) Non ho potuto trovare quest'opera. Nell'*Handbuch von EDEN* (besonders in Beziehung auf die Sammlung von Meier Hirsch) stampato a Berlino nel 1820, in una rassegna dei tentativi fatti per la risoluzione generale delle equazioni, dopo menzionato il LAGRANGE, si dice: So weit ist man also in der allgemeinen Auflösung der Gleichungen gelangt. Ob wir weiter kommen werden? Manche glauben es nicht, und haben sogar versucht die Unmöglichkeit dieses Welterkommens zu erweisen (vol. I, p. 210).

(2) LUIGI RANGONE, fu ministro di economia ed istruzione del duca di Modena e presidente della Società Italiana delle Scienze.

(3) Si riferisce alla Società Reale di Londra, ed alla lettera di T. Young.

nomia, che in sua casa aveva un osservatorio, e corrispondeva con Bode di Berlino ed altri classici astronomi.

Essa era suocera del mio medico D.<sup>r</sup> Cappellini, ed essendomi valso di lui per aver notizie delle critiche fatte alla di Lei opera, essa mi fece rispondere, che il S. Ruffini, aveva dimostrato il suo assunto, e che anche qualcaltro professore che prima era di contrario sentimento si era ora ritrattato: questa signora, morta di anni 52, si chiamava la Bar.<sup>a</sup> Matt (1)

Credo che mio nipote le comunicherà un foglio, che gli trasmetto col ritorno dei Deputati di Reggio. Gradisco sommamente le notizie che mi dà di cotesta mia figlia, che sento ora libera costantemente dalle sofferenze affezioni di petto; mi unisco a Lei pienamente nel credere, che la tranquillità d'animo e la grazia della vocazione abbiano molto coadiuvata la natura in questa guarigione. Per amor del Cielo scusi il pessimo scritto, e lo sconcio della lettera, ma ora non mi sarebbe possibile di rifarla.

Con sincera e ben distinta stima

Vienna, 1 Giugno (2).

S. D.<sup>ma</sup> Ser.<sup>ra</sup>

G. M. RANGONE

À Monsieur  
M. le Docteur Ruffini  
Professeur de Mathématiques  
Modène

XXIV. — L. A. CAUCHY a PAOLO RUFFINI.

Monsieur,

Un de mes amis, qui a le bonheur d'être compté parmi les vôtres (?) m'a fait espérer que vous roudriez bien accueillir favorablement quelques recherches sur le nombre des valeurs que les fonctions peuvent acquérir, et sur la théorie des équations, deux objets dont vous vous êtes occupé avec tant de succès.

Permettez-moi de saisir avec empressement cette occasion de vous témoigner le désir que j'avais depuis longtemps de faire votre connaissance et de vous dire aussi la satisfaction que j'ai éprouvé, en apprenant qu'un géomètre si distingué est en même temps un des défenseurs les plus zélés de l'immortalité de l'âme, et de cette sainte religion qui seule peut nous procurer un bonheur véritable en ce monde et dans l'éternité. Veuillez bien agréer à ce sujet mes félicitations bien sincères, et accueillir avec bonté

(1) Non sono riuscito a trovare nessun cenno biografico di cotesta baronessa MATT, ricordata anche nella lettera precedente.

(2) Manca l'anno.

(3) GAULTIER de CLAUSRY (v. lettera XII).

la demande que j'ose vous faire d'une petite place dans votre amitié, ainsi que l'hommage de la haute considération avec laquelle je suis,

Paris, ce 17 Octobre 1815.

Monsieur

votre très humble  
et très obéissant serviteur  
A. L. CAUCHY  
Ingénieur des P.<sup>e</sup> et Ch.

À Monsieur  
Monsieur Paolo Ruffini  
professeur de mathématiques transcendantes,  
membre de la légion d'honneur, de l'institut  
national, de l'académie de la religion Catholique  
etc.

A Modène,

---

XXV. — *PAOLO RUFFINI ad A. CAUCHY.*

(Brano di misura)

Votre lettre et le beau don de vos œuvres très estimables m'ont surpris; parceque je ne suis rien, et je ne mérite aucune chose.

Je vous en proteste la plus vive et la plus sincère reconnaissance, et je remercie M. Gaultier pour le bien qu'il m'a procuré de voire correspondance.

Avant de recevoir votre présent, je vous avais envoyé un exemplaire de mes « Riflessioni sulla risoluzione delle equazioni », et cela parceque ayant vu que vous, avec beaucoup de sagacité, de savoir et d'avancement dans la science, avez traité la théorie des permutations entre les racines des équations algébriques, j'ai voulu vous donner un signe de mon estime, et en même temps, j'aurais désiré que vous eussiez eu la bonté de lire ces Réflexions et de me dire sur elles votre sentiment.

Je considère pour moi très honorable l'amitié que vous vous daignez m'offrir, et à laquelle j'aimerais pouvoir correspondre en quelque manière. J'ai le plaisir de vous féliciter pour avoir été nommé Membre de l'Académie des Sciences.

---

XXVI. — *A. L. CAUCHY a PAOLO RUFFINI.*

Monsieur,

J'ai reçu la très aimable lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, et je m'empresse d'y répondre. Je suis impatient, je l'avoue, de me justifier à vos yeux sur un point qui peut être facilement éclairci. Votre mémoire sur la résolution générale des équations est un travail qui m'a toujours paru digne de fixer l'atten-

tion des géomètres, et qui, à mon avis, démontre complètement l'insolubilité algébrique des équations générales d'un degré supérieur au quatrième. Si je n'en ai pas parlé dans mon cours d'analyse, c'est que, ce cours étant destiné aux élèves de l'école Royale Polytechnique, je ne devois pas trop m'écartez des matières indiquées dans les programmes de l'école.

C'est pour la même raison que je n'ai rien dit, ni de la résolution algébrique des équations binomes donnée par M. Lagrange, ni de la détermination du nombre des racines réelles dans les équations de tous les degrés, à l'aide de certaines fonctions rationnelles des coefficients, lesquelles sont l'objet d'un mémoire que j'ai inséré dans le journal de l'école Polytechnique. Mais dans un autre mémoire, que j'ai lu l'année dernière à l'Académie des Sciences, j'ai cité votre travail, et après avoir rappelé que vos démonstrations établissent l'impossibilité de résoudre algébriquement les équations, j'ai présenté des méthodes propres à donner les racines sous la forme d'intégrales définies (¹).

J'ajouterai que votre travail sur l'insolubilité algébrique des équations est précisément le titre que j'ai fait valoir dernièrement en votre faveur auprès de quelques membres de l'académie, lorsqu'il s'est agi de nommer un correspondant pour la section de géométrie.

Je vous remercie d'avance de votre nouvel ouvrage, dont vous avez eu la bonté de me promettre un exemplaire, et que je crois devoir être fort utile. Je suis entièrement de l'avis de ceux qui vous ont conseillé de l'entreprendre. Lié depuis longtemps avec l'auteur que vous réfutez (²) et lui ayant même des obligations, je ne lui ai jamais caché mes sentiments ni mes principes; et dans l'introduction de mon cours d'analyse, où je lui rends d'ailleurs toute justice, j'ai formellement épousé, comme vous avez pu le voir, qu'on ne devoit point essayer d'attaquer l'histoire avec des formules, ni donner pour sanction à la morale des théorèmes d'algèbre ou de calcul intégral. Monsieur Gauß (³) est en ce moment absent de Paris. Mais l'exemplaire que vous lui destinez, lui sera fidèlement remis, et lui fera, je n'en saurais douter, un très sensible plaisir.

Veuillez bien agréer, je vous prie, le nouvel hommage de la considération très distinguée avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

Monsieur,

votre très humble  
et très obéissant serviteur  
A. L. CAUCHY.

Arceuil près Paris, ce 20 Septembre 1821.

A Monsieur

Monsieur le Chevalier Paolo Raffini  
membre de la Société Italienne des Sciences, et  
professeur de mathématiques appliquées à l'école  
du génie et de l'artillerie, etc.

Modène.

FORIS

(¹) Mem. de la Classe 1813-15. (Anno 1818) pag. 177.

(²) LAPLACE.

(³) GAULTIER DE CLAUBRY già nominato.

XXVII. — *Il Barone de Zach a Paolo Ruffini.*

Monsieur le Chevalier,

J'ai mille excuses à vous faire, de ce qu'ai (*sic*) retardé si longtems à répondre à votre obligante lettre du 22 Octobre de l'année passée, et de vous remercier pour le précieux ouvrage que vous avez eu la bonté de m'envoyer. Mais la faute n'est pas tout à fait de mon côté, car je ne sais par quel accident le paquet a été si longtems en chemin, avant de m'avoir été remis. Recevez donc, Monsieur le Chevalier, l'expression de ma plus vive reconnaissance pour ce cadeau, qui a un double prix pour moi, car entre l'importance de l'ouvrage, il me prouve l'honneur du souvenir que vous avez bien voulu conserver de moi.

Quant à moi, je n'ai pu oublier celui d'avoir fait votre connaissance personnelle lors de mon passage par Modène; je n'ai qu'à regretter, que le tems ne m'aît permis alors de profiter plus longtems de votre société intéressante et instructive, que j'aurais été bien jaloux de cultiver. Je me rappelle fort bien de vous avoir parlé alors de l'opinion de M. le Prof. Paoli, sur votre théorème, relativement à l'insolubilité des équations algébriques générales du degré supérieur au 4<sup>me</sup>, mais depuis ce tems là, j'eus le plaisir de revoir deux fois M. Paoli, la dernière fois en 1815, et il m'a dit alors, la même chose que ce qu'il vous a écrit, qu'il était parfaitement convaincu et satisfait de votre démonstration (<sup>1</sup>). C'est bien dommage que M. le Prof. Canterzani (<sup>2</sup>) n'ait pas survécu à votre démonstration, car je crois qu'à l'époque que (*sic*) vous l'avez publiée, en 1813, ce célèbre Professeur était déjà mort. S'il vivait encore, il n'y a pas de doute qu'il se serait également rendu à vos raisons.

J'ai pris la liberté de vous faire addresser ma correspondance astronom... et géogr..., non pas à cause de l'intérêt de cet Ouvrage; que (*sic*) plutôt pour vous donner une preuve, M. le Chevalier, de l'estime profonde que vous m'avez inspiré, et du souvenir que j'en ai conservé, et que je conserverai toujours. J'espère par conséquent Monsieur, que vous voudrez bien agréer favorablement ce petit témoignage de la haute considération que je vous porte, avec laquelle je ne cesseroi d'être,

Monsieur le Chevalier.

Votre très humble  
et très obéissant serviteur  
Le Baron DE ZACH.

Gênes, le 13 Février 1819.

M. le Chev. Ruffini à Modena.

AL'ILLMO IL SIG. CAVAL. PAOLO RUFFINI  
Professore di Matematica Applicata nella  
R. Scuola del Genio e di Artiglieria etc.  
Modena.

(1) Nella lettera a RUFFINI del 24 giugno 1814, dice egli infatti: *Penso adesso assicurarsi che sono piamente persuaso della sua dimostrazione...* (Mem. Acc. Sc. di Modena, serie III, vol. I, pag. 115).

(2) SEBASTIANO CANTERZANI (Bologna 1734-1819) Matematico di buona fama; fu membro pensionario dell'Istituto Italiano e presidente dell'Istituto pontificio. Aveva ideato una grande opera sulla Teoria delle equazioni; ma questa restò incompiuta, e pubblicò solo alcune memorie sugli immaginari, sul caso irriducibile e sul cosiddetto regresso delle serie.

XXVIII. — *Minuta di una lettera di P. RUFFINI, al barone di ZACH.*

(manca la data)

Eccellenza,

Rendo a V. E. i più vivi ringraziamenti e protesto la più grande riconoscenza per il suo eruditissimo Giornale che ha avuto ed ha costantemente la gentilezza di graziosamente spedirmi.

Siccome però ho riscontrato in esso alcuni articoli, i quali confessò che non posso approvaro, perchè o lesivi a torto di un Corpo Religioso troppo rispettabile, o contenenti massime e espressioni non le più misurate o le più pure; sonomi finalmente creduto in dovere di esporgli all'E. V. questo mio sentimento: ogniqualvolta avessero a contenersi in detto giornale anche in avvenire articoli somiglianti, la mia coscienza m'obbliga a pregarla di non mandarmeloo. Son certo che V. E. riflettendo seriamente e da filosofo vero e religioso alla cosa non vorrà punto offendersi nè disprezzare questa mia lettera, poichè dichiaro con tutta verità essere detta dalla intenzione la più pura ed essere io costantemente verso di Lei dotato della più profonda stima e venerazione.

Al Barone di Zach.

et sur les séries de fonctions continues et discontinues, fondées sur la méthode des séries et intégrales et appliquées à l'analyse et à la géométrie, par Cauchy, Paris, 1821. 2 volumes.

## APPENDICE A.

*Moniteur n. 114. 24 Avril 1813.*

*Institut Impérial de France — Classe des Sciences Physiques  
et Mathématiques.*

*Rapport sur un Mémoire de M. CAUCHY, ingénieur des Ponts et Chausées, intitulé: « Essai sur le calcul des fonctions symétriques »; lu dans la séance du lundi 12 Avril.*

\* M. Cauchy comprend sous la dénomination commune de fonctions symétriques deux espèces de fonctions; les unes ne changent ni de valeur ni de signe par les permutations des lettres qui les accompagnent, les autres conservent toujours la même valeur, mais peuvent changer de signe en vertu de ces permutations. Il nomme les premières fonctions permanentes, et les secondes fonctions alternées; et son objet est de donner des moyens généraux d'exprimer sous différentes formes; ou, ce qui revient au même, de transformer les unes dans les autres quantités de ces deux espèces. Il parvient pour cela à un grand nombre de formules, qu'il exprime par des notations particulières, et qu'il nous serait impossible de faire connaître dans notre rapport.

\* Pour en donner une idée, observons, par exemple, que le calcul des fonctions symétriques des racines d'une équation en fonction de ses coefficients, dont plusieurs géomètres se sont occupés, se rapporte aux transformations des fonctions permanentes, et présente une application des formules de M. Cauchy. Les dénominateurs des valeurs générales des inconnues, qui résultent de l'élimination dans les équations du 1<sup>e</sup> degré, sont des fonctions symétriques alternées, car ces expressions changent de signe sans changer de valeur, quand on y permute les quantités qu'elles renferment.

\* M. Cauchy s'est donc aussi occupé, comme nous l'avons dit dans le rapport sur le mémoire de M. Binet (<sup>1</sup>), des formules que celui-ci a considérées sous le nom de résultantes, et les théorèmes relatifs aux produits de ces quantités, que nous avons cités, sont la partie commune des deux mémoires. M. Cauchy a donné de plus une règle nouvelle pour former ces résultantes et pour déterminer à l'inspection de deux termes, et sans être obligé d'écrire tous les autres, s'ils doivent être affectés du même signe ou de signes contraires.

\* Les fonctions symétriques permanentes ou alternées, résultent en général de la réunion de tous les termes différents qui se déduisent par des permutations des

(<sup>1</sup>) JACQ. PH. BINET (1786-1856) fu professore di meccanica alla École Polytechnique di Parigi.

\* lettres d'une même fonction non symétrique. En examinant sous ce point de vue la formation des fonctions symétriques, et en cherchant à déterminer le nombre des termes qui les composent, M. Cauchy a été conduit à traiter la question importante du nombre des valeurs dont les différentes espèces de fonctions sont susceptibles.

\* Mais avant d'analyser cette partie de son mémoire, il est nécessaire de rappeler ce qu'on avait déjà trouvé sur le même sujet.

\* Dans ces derniers tomes M. Ruffini et d'autres géomètres italiens (\*) se sont beaucoup occupés de la question dont nous parlons; les résultats de leurs recherches sont consignés dans les *Mémoires de la Société Italiennes* et dans un traité sur la résolution générale des équations publié en 1799 par M. Ruffini.

\* Le but de l'auteur était de démontrer l'impossibilité de cette résolution pour les degrés supérieurs au 4<sup>e</sup>. Mais quoique cette conclusion ait parue fondée sur des raisonnements trop vagues, et n'ait pas été généralement admise, il n'en est pas moins vrai, qu'on trouve dans son Ouvrage des théorèmes curieux sur le nombre des valeurs des fonctions. M. Ruffini démontre qu'il n'existe pas des fonctions de cinq ou d'un plus grand nombre de lettres, dont le nombre des valeurs distinctes résultant des permutations de ces lettres, puisse être compris entre 2 et 5. Ainsi quelque soit le nombre des lettres, il existe des fonctions qui n'ont qu'une seule valeur et d'autres qui n'en ont que deux; ce sont les permanentes et les fonctions alternées; mais si le nombre des lettres passe 4, il n'y a aucune fonction qui ait seulement ou deux, ou trois valeurs distinctes.

\* À la fin de son mémoire sur les équations, Vandermonde énonce ce même résultat sans démonstration, et uniquement pour le cas des fonctions de 5 lettres. M. Ruffini est le premier, que nous sachions, qui l'aït démontré, et étendu aux fonctions d'un plus grand nombre de lettres. Son raisonnement s'appuie sur ce principe évident, que si une fonction reste la même pour une certaine permutation entre les lettres qu'elle renferme, elle ne changera pas davantage en y répétant cette permutation autant de fois qu'on voudra; et en partant de là il fait voir que si l'on supposait les valeurs d'une fonction de plus de 4 lettres égales trois à trois, ou quatre à quatre, il s'ensuivrait nécessairement qu'elles seraient toutes égales entre elles, ou toutes égales deux à deux.

\* En suivant la même marche, M. Cauchy est parvenu à un théorème plus général qui comprend celui de M. Ruffini. Il démontre qu'il n'existe aucune fonction d'un nombre quelconque de lettres, dont le nombre des valeurs distinctes soit compris entre deux et le nombre premier immédiatement inférieur ou égal à celui des lettres. Par exemple, des fonctions de 11 ou de 12 lettres, ne peuvent, d'après ce théorème de M. Cauchy, avoir moins de 11, et plus de 2 valeurs distinctes.

\* Des fonctions de 13, 14, 15, ou 16 lettres, ne peuvent admettre un nombre de valeurs qui tombe entre 2 et 13, et ainsi de suite.

(\*) Notevole questa indeterminazione. Toltane una lettera di Abbati al Ruffini pubblicata nel vol. X, ness'altra ricerca di questo genere ivi è stampata, che non sia dello stesso Ruffini.

\* Il donne aussi plusieurs autres règles pour déterminer le nombre des valeurs des fonctions, et pour en former qui soient susceptibles de certains nombres de valeurs, non compris entre les limites d'exclusion qu'il a assignées.

\* M. Cauchy a précédemment communiqué à la classe un mémoire sur l'égalité des polyèdres composés des mêmes faces, qui a obtenu son approbation, et dont l'un de nous (M. Legendre) a fait passer les résultats dans ses éléments de géométrie (dern. édit.).

\* Les questions qui font l'objet de ses nouvelles recherches sont sans doute d'un moindre intérêt, mais on y retrouve de nouvelles preuves de la sagacité et du talent qu'il a montré dans le mémoire que nous nous sommes plus à rappeler.

\* Nous pensons donc que ces recherches sont dignes de l'approbation de la classe, et méritent d'être imprimées dans le recueil des savans étrangers.

\* CARNOT

\* LEGENDRE

\* POISSON rapporteur.

## APPENDICE B.

*Minuta di una lettera di PAOLO RUFFINI a LUIGI LAGRANGE<sup>(1)</sup>.*

Niuno à diritto più di Voi, Citt<sup>e</sup> Rip<sup>a</sup>, sopra il libro, che unitamente alla presente mi prendo la libertà di spedirvi.

Il pregio maggiore di questo, quello si è di essere ornato di quasi tutte le più insigni vostre scoperte intorno alle Equazioni algebriche determinate registrate negli Atti della Accademia di Berlino. Nello scrivere questo libro à avuto bensì in animo principalmente di esporre la dimostrazione della impossibilità della soluzione delle Equazioni algebriche determinate di grado superiore al 4<sup>o</sup>, ma appoggiandosi questa ai principii da Voi stabiliti nelle vostre due meravigliose Memorie, che esistono negli Atti sovraccennati per gli anni 1770, 1771, à pensato pregio dell'opera l'esporre questi principii medesimi riducendeli opportunamente al mio libro, e prendendomi l'ardire di farvi qualche piccola addizione. Questi principii stessi mi hanno condotto a dimostrare la necessità del caso irriducibile per le Equazioni di 3<sup>o</sup> grado, a fare delle riflessioni intorno alla eliminazione delle incognite, ed a promuovere delle viste intorno alle Equazioni riducibili a grado inferiore: di più avendo io determinato una formula delle funzioni, che serve alla dimostrazione di non pochi Teoremi, e avendo fatta qualche altra riflessione, à voluto tutto insieme pubblicare; è vegendo che si era così formata gran parte di una Teoria di Equazioni, à pensato ben di compierla, e affine di renderla pregevole l'ò perfezionata adornandola con molte delle vostre principali scoperte sulle Equazioni.

È vero che à tralasciato il vostro bellissimo metodo di sciogliere per approssimazione le Equazioni algebriche determinate, e la dimostrazione vostra pel Teorema che occupa nel mio libro il n° 51; ma riguardo al metodo di soluzione per serie mi perdonerete se à amato di esporne uno che io credo per nuovo, e che a me sembra dover riuscire piuttosto facile nella esecuzione. Confesso essere questo tuttora imperfetto, sì per l'intralcio dei raziocinii che lo stabiliscono, come per non determinarsi il grado di approssimazione; vi prego però di riflettere, che avendolo io ritrovato con qualche sollecitudine, mentre il libro stava attualmente stampandosi, non dispero che con maggior considerazione non se ne possa determinare l'approssimazione, e così rendere vantaggioso. Riguardo poi al Teorema del n° 51, la riflessione da voi fatta rapporto alle radici immaginarie nel vostro egregio libro<sup>(2)</sup> De la Résolution des Équations numériques, era stata fatta anche da Noi, e quindi tralasciando la vostra, sono ricorso piuttosto all'altra dimostrazione, dipendente dalla legge di continuità. Anzi, non credo, che possa prescindersi da una tal Legge: Difatti fra le due quantità, le

(1) Manca la data; certo anteriore al 1802.

(2) Nota 1.

quali sostituisconsi in luogo della  $x$ , non v'è altro rapporto fuorchè quello di disugualanza, e così fra i due risultati, che nascono dalla sostituzione, altro rapporto non esiste se non se quello della contrarietà dei segni. Dunque non essendo fra tali quantità altro legame, che quello, che dipende dalla legge di continuità, potremo noi nell'assegnare la dimostrazione prescindere da una simile legge?

Quando è scritto e fatto stampare il mio libro, non aveva veduto né i vostri bellissimi libri « Théorie des fonctions analytiques »; « De la Résolution des Equations numériques de tous les degrés »; né il Clairaut ristampato a Parigi, né il La Croix. Nel libro « De la Résolution, . . . . », che è avuto soltanto due giorni fa, posso dire di non aver letto per anche che la Nota al Teorema I; dell'altro poi « Théorie des Fonctions . . . » ne è letta una porzione, ed è per me cagione di onorevole compiacenza il vedermi in qualche maniera incontrato con Voi nel metodo che io tengo per determinare la formula delle Funzioni del mio Capo 1° col metodo tenuto da Voi nello sviluppo della funzione  $f(x+i)$ .

Avei bramato di farvi tenere il presente libro molto prima d'ora, ma non è potuto. Frattanto vi prego dargli un'occhiata, e amerò di sentire con quella sincerità, che so adorare il vostro bell'animo, se mai mi sono ingannato nelle mie proposizioni, principalmente se è esposta male o male ridotte le vostre dimostrazioni, e scoperte, se gli ultimi capi possono riuscire di qualche giovamento, avvertendo che è scritto l'antepenultimo principalmente affinchè mi servisse per una Teoria di curve (<sup>1</sup>), e se finalmente il mio libro è un libro inutile.

Vi prego di perdonarmi tanta libertà e tanto disturbo e attendendo con ansietà un vostro riscontro, il quale qualunque sia per esser sarà sempre per me pregevolissimo, vi auguro insieme e protesto.

P. S. Troverete il libro pieno di errori; ma vi prego attribuir questi e alla natura del libro medesimo, e all'essersi questo stampato lontano dall'Autore (<sup>2</sup>).

Au Cit.<sup>o</sup> Louis Lagrange  
Membre de l'Institut National  
Rue Fromenteau n<sup>o</sup> 4.

Paris

---

*Minuta di una lettera di Paolo Ruffini a Luigi Lagrange (<sup>3</sup>).*

Sai dubbio che non abbiate ricevuto un mio libro intitolato « Teoria generale delle Equazioni » che mi presi tempo fa l'ardire di spedirvi, ve ne mando al presente, o Cittadino rispettabilissimo, un'altra copia, e ve la mando, affinchè abbiate la com-

(<sup>1</sup>) Cfr. la Memoria: *Della classificazione delle curve algebriche a semplice curvatura* (Soc. dei XL, tomo XVIII, pp. 69, 269).

(<sup>2</sup>) A Bologna, nella stamperia di S. Tommaso d'Aquino.

(<sup>3</sup>) La lettera del Giunone, che farà seguito a questa minuta, permette di stabilire l'epoca approssimativa in cui fu scritta.

piacenza di darle un'occhiata, e di accennarmi in seguito il vostro sentimento. Dal discorso preliminare vedrete ciò, che mi à eccitato principalmente alla pubblicazione del presente libro, e quali sono le cose, che è creduto dotate di qualche novità. Se mi sono ingannato in qualche dimostrazione, se mai è esposta qualche cosa che abbia creduta nuova e che tale realmente non sia, se infine è formato un libro inutile, vi prego vivamente a manifestarmelo con tutta sincerità; avvertite che quando diedi alla stampa il mio libro, non aveva ancora veduto le vostre Opere veramente eccellenti: « Théorie des Fonctions Analytiques »<sup>(1)</sup>, « De la Résolution des Équations numériques »<sup>(2)</sup> né gli altri libri che espongono quanto avete voi in questo scoperto e pubblicato; avvertite, che gli ultimi Capi del mio libro furono da me scritti con troppa sollecitudine, mentre si stava attualmente stampando, e sembra a me pure, che essi meritino una riforma qualunque; però questo siasi, son certo, che non potrà il Pubblico che aggradire di vedere raccolte molte delle principali scoperte sulle Equazioni del Matematico dell'Europa, di Voi, Immortale Lagrange, mi dispiace soltanto, che nell'esper questo, le avrò rese oscure, e mal combinate. Desidero ardenteamente che ciò non sia; e desidero insieme, che non vogliate voi sdegnare questo mio lavoro; in attenzione frattanto di vostro pregiatissimo riscontro, mi dò l'onore di protestarvi, e augurarvi insieme.

Au Cit<sup>e</sup> Louis Lagrange  
Membre de l'Institut National  
Rue Fremeteau n.<sup>o</sup> 4  
à  
Paris

---

G. GIUNONE<sup>(3)</sup> a PAOLO RUFFINI.

Rispettabile Cittadino,

Son già trascorsi diversi giorni da che mia sorella Luigia ha rimesso al Citt<sup>e</sup> Serra il mandato, di cui ella mi parla nel pregiatissimo foglio del 7 andante marzo. Io vivo nella certezza che a quest'epoca pertanto le debba essere pervenuto: ad ogni buon fine mi sono dato la premura di comunicare la di Lei lettera alla sorella, affinchè ne spedisca un altro, qualora dubiti che il primo siasi smarrito.

<sup>(1)</sup> Paris 1798.

<sup>(2)</sup> Paris, Prairial a. V.

<sup>(3)</sup> Era questi un funzionario del ministero delle relazioni estere, specialmente addetto alle spedizioni, il cui nome spesso ricorre nei documenti di quell'epoca.

Delle sei copie del Libro, che conseguai al Librajo Agnelli, una ne venne ritirata, per di Lei ordine dal Citt<sup>a</sup> Paradisi (<sup>1</sup>) onde spedirla al Cittadino Lagrange; tre sono state vendute; di una se ne attende a giorni il riscontro, se lo sia, o no; e la sesta rimane tuttora presso il Librajo. Se delle copie esitate ella ne desidera l'importo, io mi farò carico di ritirarle, e di farglielo pervenire colla prima favorevole occasione. Io non ho trascurato di rendermi dal Citt<sup>a</sup> Agnelli a sollecitarne la vendita, e se questa non venne talmente effettuata, ella deve assicurarsi che non proviene dall'essermi scordato della commissione di cui mi ha onorato.

Aggradiosca i sentimenti di stima, e di rispetto coi quali mi dico

Milano, 11 Marzo 1892. Anno 1<sup>o</sup>.

Suo umillimo obbligo Serv.

GIUSEPPE GIUNONE.

FORIS { Al Cittadino  
D. Paolo Ruffini  
Modena

(<sup>1</sup>) Conte GIOVANNI PARADISO, reggiano (1760-1826). Geometra di qualche valore, ha una *Ricerca sulle vibrazioni delle lame elastiche*. Partigiano convinto di Napoleone, ebbe vita molto travagliata. Fu della Consulta di Lione (1801), membro e presidente del senato Italiano dal 1809. Spogliato poi delle sue cariche politiche, rimase a Milano per qualche tempo, presidente dell'Istituto. Si ritirò infine al paese natale dove passò gli ultimi giorni di sua vita.

---