

DELLA PIU' ESATTA COSTRUZIONE DELLE
CARTE GEOGRAFICHE.

DI ANTONIO CAGNOLI.

Ricevuta li 7. Ottobre 1799.

Egli mi pare, che non l'eguaglianza assoluta di superficie, tra una Carta geografica e la porzione sferica da essa rappresentata, ma bensì la più prossima al vero, che far si possa, proporzion nelle mutue distanze de' paesi costituisca l'essenzial pregio di simili Carte. Nè può rivo- carsi in dubbio, che dalla desiderevole testè mentovata propinquità non siano lontane le proiezioni, o altra sorta metodi, posti avanti finora: quantunque soglia applicarsi ordinarmente alle Carte una scala fissa, e per conseguente ingannevole, onde misurar le distanze.

Nella proiezione Ortografica i seni fanno le veci degli archi. Ora niuno è che non sappia, sol che abbia messo il piede sul limitare della Trigonometria, quanto sieno spro- porzionate le variazioni degli uni da quelle degli altri.

Consimile sproporzione, comechè con minori mostruosità, regna nella Stereografica: dove gli archi son figurati dalle tangenti delle loro metà. V'ha error del doppio sulle distanze, negli emisferj, paragonando quelle d'intorno al mezzo della Carta con quelle dappresso ai margini.

Delle Carte marine, o di riduzione, non è da parlare, essendo dell'intimo loro istituto, deformat le distanze stranamente.

Lorgna, meritissimo fondatore di questa Società, inventò (*Principj di Geografia astronomico-geometrica*, Verona 1789) un metodo, in cui le superficie sulla sfera e sulla carta sono perfettamente uguali. Che poi le distanze de' paesi, nell'una e nell'altra, non siano proporzionali, facilmente s'intende: conciosiachè gli archi de' meridiani sono rappresentati dalle lor corde. Questa disproporzione per altro è minore di ciascuna delle tre sumentovate: e convien far ragione che il modo proposto da Lorgna serba assai

miglio l'analogia tra le distanze latitudinali de' punti terrestri.

Senza riandare altre pratiche ingegnose, trovate ed usate da celebri Geografi, posto che *routes ont le défaut de représenter mal les distances respectives des lieux* (Lalande, *Astronomie*, 4075); verrò tosto dicendo, qualmente la costruzione, che più s'accosta, a mio credere, all'esatta rappresentazione delle distanze reciproche de' paesi, è quella che adoperei in certe tavolette celesti, pubblicate ne' miei Almanacchi ad oggetto di far conoscere agl' imperiti le posizioni relative ed i nomi delle stelle principali. Mi fo ad indicarla.

Nel quadrilatero della carta s' inscriva un cerchio, e si partisca in 360 (o qual numero summultiplice giovì meglio) porzioni eguali: poi si tirino raggi al centro, quanti faran di bisogno per le seguenti operazioni.

Supponghiamo in prima, a più facile esplicazione; che il detto centro sia il polo artico della Terra, ed il cerchio l'equatore; e che vogliasi delinear l'emisfero boreale della medesima. Ogni raggio farà le veci d' un quarto di meridiano. Divido un di questi raggi in 90 (o qual numero summultiplice più mi piaccia) parti uguali; e per ciascuna divisione fo passare una periferia, avente per centro il polo anzidetto. Queste circonferenze saranno i paralleli di latitudine.

Or volendo situare i paesi ne' rispettivi lor luoghi, eleggo ad arbitrio un de' raggi per primo meridiano; e comincio da questo la numerazione de' gradi, che segno lungo il circuito dell'equatore. Ciò fatto, s'io abbia da collocar, per esempio, una città a 30 gradi di longitudine, e 40 di latitudine, la metto in quel punto, dove si tagliano insieme il parallelo di 40 gradi, ed il raggio che rappresenta il meridiano di 30.

Per tener conto dei minuti, o sia delle frazioni di grado, fo poi due scale di suddivisione, l'una per l'arco d' un grado dell'equatore, l'altra per la nonantesima porzione del raggio; con quel maggior numero di particelle, che far si possa.

Or conviene mostrare, che questa costruzione, usata in vero con limiti, ma larghissimi, produce esattezza gran-

de. Siccome il raggio è uguale a gradi 57, 3 vicinissimamente; così dividendolo in 90 parti, i gradi di latitudine, da queste rappresentati, saranno più corti di quelli di longitudine; i quali nell' equatore della Carta s' intendono conservare la vera grandezza lor propria: e la relazione sarà, come 57, 3 a 90. A dunque le distanze in latitudine saranno da per tutto minori, d' un terzo circa, del giusto. Ma gli archi di longitudine, che sono al giusto conformi nell' equatore; ne' paralleli poi, dalla sfera alla carta, osservano la ragione, come $90 \cos.n^\circ$ a $90-n$, detta n° la latitudine. Imperocchè, rappresentando con la fig. 1. un pezzo di superficie terrestre, del quale PA, PB sono meridiani, AB arco dell' equatore, CE di parallelo; e con la fig. 2. lo stesso pezzo, descritto sul piano d' una Carta, si hanno le seguenti proporzioni.

$$AB : CE :: \text{sen.}PA : \text{sen.}PC :: 1 : \cos.n^\circ$$

$$ab : ce :: pa : pc :: 90 : 90-n$$

Dunque $AB = \frac{CE}{\cos.n^\circ} = ab = \frac{90 ce}{90-n}$. E però

$$CE : ce :: 90 \cos.n^\circ : 90-n.$$

Ora, quando $n=60$, allora $90 \cos.n^\circ : 90-n :: 45 : 30 :: 90 : 60$, la qual ragione poco differisce da quella di 90 a 57, 3, che regna costantemente, ne' meridiani e porzioni omologhe loro, dalla sfera alla carta. Se non che quel divario, comunque tenue, diviene poi anche del tutto insensibile o nullo, per due motivi, cospiranti a perfezionare il mio metodo. L' uno è, che la ragione, $90 \cos.n^\circ : 90-n$, s' accosta sempre a quella di 90 : 57, 3, quanto più la latitudine del parallelo è maggior di 60 gradi. L' altro; che le distanze in longitudine nella carta si misurano sulle corde de' paralleli, e per conseguenza sono sempre minori degli archi, a' quali spetta la ragione, $90 \cos.n^\circ : 90-n$; nè tal minoranza eccede mai quella di 57, 3 relativamente a 60, sin che l' arco non sia maggior di 60° . Per le quali cose conchiudo, che trattandosi di delineare la superficie d' un segmento sferico, l' altezza del quale sia il seno verso di 30, o di minor numero di gradi, la proporzione dalla sfera alla carta, usando il mio metodo, è la stessa, o molto prossimamente, tanto nelle distanze in longitudine sui paralleli, quanto nelle distanze in latitudine.

Egli è bensì vero, che se si voglia disegnare un segmento maggiore; a misura che le latitudini diminuiscono, i gradi di parallelo sulla carta vie più si scostano dall' eguaglianza di proporzione con quelli di latitudine. Ma come son rare le Carte geografiche, le quali comprendano oltre a 60 gradi di latitudine, sol che si eccettuino gli Emisferj e le Parti del Mondo, così mi sembra che la mia costruzione possa considerarsi a bastanza generale per conseguire una proporzione molto accurata, fra le distanze de' paesi sulla convessità del globo e quelle sul piano d' una Carta rappresentativa.

Rimane da far vedere, che questa maniera, la qual riesce agevole da eseguire e da intendere quando il polo è nel mezzo della Carta, si può applicare con egual sicurezza a tutti i casi, dovunque sia il polo, si dentro che fuor della Carta.

Eleggasi un punto terrestre, il più centrale che sia possibile nella Carta che vuolsi distendere; e quello si consideri come il zenit in un globo. Segnato questo punto nel mezzo della Carta, si faccia passare per esso una linea retta dall' alto al basso, la qual figurerà un circolo verticale ed insieme il meridiano di quel punto. Si divida la linea in tante parti uguali, quanti sono i gradi di latitudine, che vogliansi abbracciati dalla Carta. Se adesso, fatto centro al zenit, si descrivessero cerchj per queste divisioni, sarebbero tanti almicantarar, che determinerebbero la distanza dal zenit, nella quale ogni paese debba situarsi, non che l' angolo del meridiano con la linea unitiva il paese col zenit; distanze ed angoli, che ritrovansi per via di calcolo, come or ora si vedrà. Ho accennato la descrizione degli almicantarar, per far vedere che il fondo del metodo è identico con quello già esposto pel caso del polo nel mezzo della Carta: ma fuor di tal caso è superflua la mentovata descrizione, potendosi pervenire senz' essa allo scopo, che è quel di condurre per le divisioni del meridiano li paralleli corrispettivi, e tagliarli con tutti gli altri meridiani, quanti dee contenerne la Carta di grado in grado. Fatta questa rete, il situare i paesi, alla maniera già dichiarata, è faccenda lievissima. Ora per tesser la rete, fa di mestieri

determinare ogni punto d' intersecazione tra paralleli e meridiani, mediante la soluzione del seguente problema.

Essendo date longitudine e latitudine del punto eletto per zenit, non che quelle d' un paese, che vuol situarsi nella Carta, trovar l' azzimutto di questo paese, e la distanza dal zenit. Per azzimutto qui intendo l' angolo che fanno insieme nella superficie d' un globo il meridiano del zenit della Carta, ed il circolo verticale che passa per lo stesso zenit e pel paese di cui si tratta.

Due mezzi ci ha per risolvere questo problema: li trigonometrici, e i grafici. I primi sono apparecchiati negli articoli 472, 477, 478 della mia Trigonometria. Se non che, dopo aver trovato l' angolo col metodo del 472, non è più necessaria la fatica del 477 per determinare la distanza dal zenit; la quale si ottien più presto dalla formula, che or produco: $\cos. \text{ lato cercato} = \cos. \text{ angolo trovato} \times \cos. \text{ secondo segmento pur trovato}$.

Il metodo grafico è poi esposto nell' art. 506.

Convegno, che ognuna di queste maniere è laboriosa; non però tanto, quanto può credersi a primo aspetto: imperocchè venghiamo ad un esempio, cui basterà riferire al metodo trigonometrico.

Vogliasi disegnare la Carta dell' Italia. Eleggo per centro della Carta il punto della Terra a 41° di latitudine, e 30° di longitudine orientale contata dall' Isola del Ferro; il qual punto è nel mare Mediterraneo, tra il Regno di Napoli e l' Isola di Sardegna: e tiro d' alto in basso, conforme il solito, il suo meridiano MER (*fig. 3*), E essendo il punto centrale testè mentovato, che deve cadere nel mezzo di MR. Divido la retta MR in dieci parti eguali; tanti essendo i gradi di latitudine, che intendo comprendere nella Carta. Or si tratta di segnare gli altri 7 meridiani, e gli 11 paralleli, esposti così ad occhio nella figura, la qual rappresenta la sola metà della Carta, da cui suppongo volersi abbracciati 14 gradi di longitudine. A tale oggetto fa d' uopo determinare li 77 punti d' intersecazione, che sono fuori della retta MR; per li quali è poi facile condur meridiani e paralleli, con direzioni e curvature grandemente prossime all' esattezza; essendoci all' uopo anche regoli

flessibili, che si applicano ai punti pe' quali si dee tirare la curva.

Gioverà far vedere la via più breve per effettuare i computi. A trovar, verbigrazia, il sito del punto L, è mestieri conoscer la sua distanza EL dal zenit, e l' azzimutto LEM. Or sia P (*fig. 4*) il polo, L, E gli stessi punti sul globo, così nominati nella *fig. 3*, in cui la ME rappresenta una porzione dell' arco PE (*fig. 4*). Dalle cose dette di leggieri s' intende, che P è un angolo di 7° , PE un arco di 49° , e PL di 44° . Si cercano l'angolo E, e l'arco EL. Ecco il calcolo.

$$\text{Log. cos. P} = 9.967507 \dots \text{L. tang.} = 9.0891438$$

$$\text{L. tang. PL} = 9.0848172$$

$$\text{L. tang. I segm.} = 9.9815879 \dots \text{I. sen.} = 9.8400861$$

$$\text{PE} = 49^\circ \quad \text{Compl. I. sen. II segm.} = 1.0415604 \dots \text{I. cot.} = 1.0297598$$

$$- \text{I segm.} = 42 \quad 47 \quad 10 \quad \text{I. tang. E} = 9.9707903 \dots \text{I. cof.} = 9.8625666$$

$$\text{II segm.} = 5^\circ 12' 50''; \quad \text{E} = 41^\circ 4' 30''; \quad \text{EL} = 7^\circ 7' 10''; \quad \text{I. cot. EL} = 0.9033564$$

Ho legato con punti que' logaritmi, cui giova pigliar immediatamente l' un dopo l' altro nelle tavole, posciachè, con tale avvertenza, per trovarne dieci si cerca sei volte solamente; e così il calcolo può spedirsi in 7 minuti di tempo al più. Basta poi tener conto delle decine de' minuti secondi, al che sono opportune le tavole di Gardiner. Che se il primo segmento fosse maggiore di PE, il secondo sarà sempre la loro differenza, ma l'angolo E sarà ottuso.

Conosciuto quest' angolo, deve formarsi di tal grandezza sopra la Carta l' angolo MEL (*fig. 3*), col mezzo, o di buono e grande rapportatore, o d' una scala delle corde, o con altra maniera che meglio piaccia. E la lunghezza della linea morta EL si determina, trasportando i gradi, minuti, ec. dell' arco EL (*fig. 4*), trovati col calcolo, sopra la scala cui somministrano le divisioni e suddivisioni della retta MR (*fig. 3*).

Rinvenuto e segnato in tal guisa il punto L, util cosa è ricercar successivamente il punto B, e tutte le altre intersecazioni del meridiano BA, poichè in questi computi rimangono costanti i logaritmi di *cos. P* e di *rang. P*. Nel modo stesso si adoperi per ogni altro meridiano. In 9 ore al più può spacciarsi ogni calcolo logaritmico.

Memoria Vassalli pag. 516.

Fig. 1.



Fig. 2.



Memoria Cagnoli pag. 658.

Fig. 1.

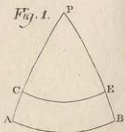


Fig. 2.



Fig. 3.

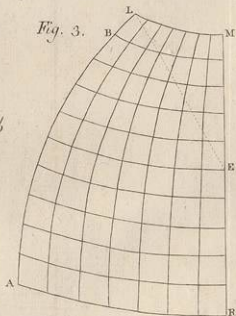
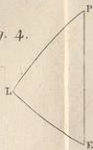


Fig. 4.



Descritta la rete da una parte della retta MR, per esempio a sinistra, come rappresenta la figura, gli stessi computi già fatti servirebbero a disegnarla dall' altra parte, cioè dalla destra: se non che è molto facile trasportare, per vie meccaniche, la figura fatta, a quel modo come verrebbe a stamparsi alla destra di MR, piegando la Carta lunghezzo di questa linea.

Il metodo, che ho proposto, non è dunque di tanta fatica e dispendio di tempo, che debba ritrarre cui caglia ottenere quella esattezza, che ho dimostrata, e senza la quale non sono degne d'alcuna stima le Carte Geografiche.