TENTATIVO

Per migliorare i Cannocchiali Acromatici proposti da Eulero

Del Sig. Ab. Barnaba Oriani Astronomo nel Regio Osservatorio di Milano.

VErso la metà del nostro secolo si fece l' importante rivoluzione nell'Ottica colla invenzione dei Cannocchiali Acromatici. Il gran *Neuton* aveva asserito, che la dispersione dei colori nei diversi corpi trasparenti era proporzionale alla forza refrattiva dei medesimi. Il che se fosse stato vero, la confusione nei cannocchiali prodotta dalla diversa refrangibilità dei raggi di luce sarebbe stata irrimediabile, come dopo il *Neuton* dimostrarono tutti gli Autori d' Ottica. Nel 1747 *Eulero* cominciò a sospettare che combinando diverse sostanze trasparenti si potesse arrivare a togliere la dispersione dei colori senza levare tutta la rifrazione, e propose un oggettivo composto di due lenti di vetro in mezzo alle quali vi fosse dell' acqua; ma *Dollond* seguendo di mano in mano tutti i principj d' *Eulero*, appoggiato alle sperienze fatte da *Neuton*, dimostrò, che quest' oggettivo avrebbe dovuto avere un' apertura infinitamente grande, e per conseguenza sarebbe stato impraticabile.

Il rinnomato *Clairaut* dimostrò subito dopo con rigore geometrico che le speculazioni d' *Eulero* erano totalmente insussistenti, e che s' opponevano alle celebri sperienze neutoniane citate da *Dollond*. Klingenstierna, geometra Svezzese, in vista dei progetti d' *Eulero* esaminò attentamente le sperienze, ed i principj stabiliti da *Neuton*. Nel 1755 mandò a *Dollond* una piccola Memoria in cui sostenne che il risultato dell' esperienza 8 del lib. 2. dell'Ottica di *Neuton* si poteva metter in dubbio. *Dollond* si mise tosto a ripetere que-

ste

ste sperienze con oggettivi composti di vetro, e d' acqua secondo le prime idee di *Eulero*; ma non riuscirono troppo felicemente. Adoperò in seguito due diverse sorta di vetri conosciuti coi nomi di *Flint*, e *Crown* e riuscì a comporre un sistema di tre prismi, cioè due di *Crown*, ed uno di *Flint* in maniera che gli oggetti veduti attraverso due prismi posti cogli angoli refringenti in parti opposte compajono senza alcuna rifrazione, ma con i colori; e se si guardano con tutti e tre i prismi, gli oggetti si veggono fuori di luogo rispetto alla vista diretta, cioè si ha la rifrazione senza che compaja alcun colore, ossia si ottiene la rifrazione senza alcuna separazione, o dispersione di raggi colorati, ciò che a *Neuton* era parso impossibile.

Tosto che fu conosciuta una scoperta così decisiva, ed interessante, i più celebri Matematici allora viventi, *Clairaut*, *d' Alembert*, *Eulero* per mezzo della Geometria, e dell' Analisi ricercarono le regole per costruire degli oggettivi perfetti, cioè senza colori, e liberi ancora dalla confusione prodotta dalla sfericità delle lenti. E *Dollond* medesimo ajutato più dalle sue sperienze che dalla teoria compose degli oggettivi a due, ed a tre lenti di *Flint*, e *Crown* esenti sensibilmente da tutti e due i difetti. Ebbimo pure in Italia un valentissimo Geometra il P. Boscovich, il quale in varie dissertazioni pubblicate negli Atti dell' Accademia di Bologna ed in Vienna, e più specialmente nei cinque Volumi dei suoi Opuscoli stampati l' anno scorso a Bassano, ci spiegò le teorie dei cannocchiali acromatici, e ci insegnò con semplici macchinette da esso inventate, o perfezionate a determinare le qualità rifrattive, e distrattive dei varj vetri.

L' incomparabile *Eulero*, che aveva data la prima spinta a questa scoperta, trattò diffusamente dei difetti, e dei rimedj di ogni sorta di cannocchiali in molte Memorie inserite negli Atti delle principali Accademie, e segnatamente nei Volumi dell' Accademia di Berlino per gli anni 1757, 1762. Pubblicò in seguito nel 1769 la sua Diottrica, che

un gran Matematico (*a*) qualifica di Trattato completo su questa materia; e che non solamente contiene formole bellissime, e generalissime esposte con tutto il dettaglio che si può desiderare; ma ancora le loro applicazioni ad un gran numero di casi relativi ai cannocchiali, ai telescopj a riflessione, ed ai microscopj. Non contento però *Eulero* d' aver applicate a molti esempj particolari le sue formole, fece pubblicare dal Sig. *Fuss* rinomato Matematico di Pietroburgo un' altr' opera (*b*) unicamente destinata alla pratica. In essa dà le dimensioni di tre oggettivi, uno a due lenti di *Flint*, e *Crown*, e gli altri due a tre lenti, e prendendo il più perfetto dei tre, egli insegna di quali curvature debbano essere le lenti componenti l' oggettivo, e le oculari; a quale distanza debbano essere collocate l' une dall' altre per ottenere differenti ingrandimenti, e per le diverse sorta di cannocchiali astronomici, e terrestri; e nella prefazione di quest' opera *Eulero* sostiene (*c*) che i cannocchiali da esso proposti sono molto più perfetti degli acromatici del celebre *Dollond*, e che da essi si possono sperare molte importanti scoperte nell' Astronomia.

L' oggettivo perfetto di *Eulero* è diverso da quelli eseguiti dal *Dollond* e da quelli proposti dagli altri Matematici. In questi le lenti sono unite l' una all' altra immediatamente, e quello ha le lenti alquanto distaccate, di maniera che se nell' esecuzione l' artista ha fatto qualche piccolo sbaglio intorno alle curvature prescritte, vi si può molte volte rimediare, accorciando, o allungando un tantino la distanza delle lenti fra loro. Questa precauzione di non addossare immediatamente

---

(*a*) Il Sig. *de la Grange* Nouveaux Memoires de l' Acad. de Berlin pour l' année 1778 pag. 162.

(*b*) Il titolo intero dell' opera è il seguente; *Instruction détaillée pour porter les lunettes de toutes les differentes especes au plus haut degré de perfection dont elles sont susceptibles tirée de la Théorie dioptrique de Mr.* Euler *le pere, & mise à la portée de tous les Ouvriers en ce genre par Mr.* Nicolas Fuss *avec la description d' un Microscope, qui peut passer pour le plus parfait dans son espece, & qui est propre a produire tous les grossissemens qu' on voudra. A' St. Petersbourg* 1774.

(*c*) *On verra par là suffisamment, que les lunettes de* Dollond *connues sous le nom d' achromatiques, peuvent être portées à un beaucoup plus haut dégré de perfection, & qu' ainsi l' on a lieu de se promettre les plus importantes decouvertes dans l' Astronomie.* Nell' opera sopra citata pag. 9.

le lenti l' una all' altra si trova usata ancora in molti esempj della sua Diottrica. Ivi però la distanza del mezzo d' una lente al mezzo dell' altra è molto più piccola di quella prescritta nel suo oggettivo perfetto, ed eccede pochissimo la grossezza dei vetri, cosicchè le lenti appena appena non si toccano l' una l' altra. Quest' oggettivo è per un altro riguardo notabilmente diverso da quelli proposti nella sua Diottrica. Esso ha due lenti isosceli, e la terza sola ha le due facciate di diversa curvatura determinate dall' equazione, che rende nullo, o almeno insensibile l' errore prodotto dalla sfericità delle lenti. Ma in quasi tutti gli oggettivi della sua Diottrica le lenti hanno le facciate di curvatura diversa. Una lente, che debba essere di una data distanza focale, può avere le due curvature l' una dall' altra diverse in infinite maniere, e quel numero, che determina certe curvature a preferenza di tutte le altre, è chiamato da *Eulero numero arbitrario*, ed è *minimo* quando si fa eguale all' unità, ed è sempre maggiore dell' unità quando si vogliono le due facciate della lente di eguale sfericità, ossia quando la lente è isoscele. Nel caso poi del *minimo* si ha il vantaggio di non deviare molto dai risultati indicati dalle formole algebraiche, quantunque l' artista faccia le curvature delle lenti un poco diverse dalle prescritte. Onde nella sua Diottrica *Eulero* ha sempre preferito di fare il *numero arbitrario* eguale all' unità piuttosto che alla quantità, che rende le due facciate della lente eguali fra loro.

I famosi oggettivi di *Dollond* hanno una lente isoscele, e le facciate di ciascuna delle altre due lenti sono bensì diseguali, ma non di tanto quanto importerebbe l' ipotesi del *numero arbitrario* minimo. E questo forse vien fatto da *Dollond* per evitare le curvature troppo grandi, che impediscono di dare una considerevole apertura all' oggettivo. E forse ancora per la stessa ragione ha *Eulero* abbandonata la sua prima idea del *numero arbitrario* minimo, col sostituire nel suo oggettivo perfetto due lenti isosceli a quelle di troppo diverse curvature, tanto più che nell' esecuzione viene notabilmente diminuita la spesa, potendosi lavorare l' oggettivo con quattro sole pattine, mentre negli oggettivi della Diottrica ne abbisognano sei.

Essendomi venuta la curiosità di vedere in qual modo aveva *Eulero* ricavato dalle formole generali della sua Diottrica l' indicato oggettivo perfetto, mi sembrò che questo poteva ridursi ad una molto maggiore perfezione, ed a maggiore facilità, e minor dispendio per l' esecuzione. L' oggettivo, che sono per proporre combinato con oculari simili a quelli di *Eulero*, dà gli stessi ingrandimenti, che dà il suo, colla medesima chiarezza, egual campo e distinzione, e pure il cannocchiale risulta meno lungo dell' Euleriano nella ragione di 4 a 5. Così, a cagion d' esempio, per un ingrandimento di 320 volte in un cannocchiale astronomico a due oculari la distanza dell' oggettivo dal sito dell' occhio è per l' *Eulero* di 85 pollici e $\frac{1}{2}$, ma col seguente oggettivo questa distanza non arriva a 69 pollici. Per lavorare l' oggettivo Euleriano vi vogliono quattro pattine, mentre pel seguente bastano tre sole. Finalmente, se non m' inganno, la correzione della confusione prodotta dalla diversa refrangibilità de' raggi, ossia l' acromatismo, sarà più esatto in questo, che in quello.

Mi servirò delle formole già dimostrate da *Eulero* nella sua Diottrica, e prenderò per primo esempio un cannocchiale Astronomico con un oggettivo triplo ed a due oculari. Sia dunque la ragione del seno d' incidenza al seno di rifrazione dall' aria nel vetro $= n$, per un' altra sorta di vetro sia questa ragione $= n'$. Le dispersioni di questi due vetri saranno fra loro come $dn : dn'$. Assumeremo con *Eulero* pel vetro inglese volgarmente detto *Crown-glass* $n = 1,53$; pel *Flint-glass* $n' = 1,58$, e $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$. Facendo ora per brevità

$$\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)(n+2)}$$

$$\nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1}$$

$$\rho = \frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\sigma = \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\tau = \frac{n\sqrt{(4n-1)}}{2(n-1)(n+2)}$$

e sarà

Pel Crown-glass	Pel Flint-glass
$n = 1,53$	$n' = 1,58$
$\mu = 0,9875$	$\mu' = 0,8724$
$\nu = 0,2196$	$\nu' = 0,2529$
$\rho = 0,2267$	$\rho' = 0,1414$
$\sigma = 1,6601$	$\sigma' = 1,5827$
$\tau = 0,9252$	$\tau' = 0,8775$

Si ponga ora la distanza dell' oggetto dalla I lente oggettiva $= a$, la distanza della sua immagine dalla stessa lente $= \alpha$. Queste due quantità a, α si sogliono chiamare da *Eulero distanze determinatrici*, da altri *fochi conjugati*, e da altri a si nomina *foco dei raggi incidenti* ed α *foco dei raggi rifranti*. Sieno inoltre b, β; c, γ le distanze determinatrici della II e III lente dell' oggettivo: essendo questo per ipotesi di tre lenti sarà γ il foco composto di tutte e tre; similmente sieno d, δ; e, ε le distanze determinatrici della prima, e della seconda oculare. Saranno le distanze tra la lente

I, e la II $= \alpha + b$
II, e la III $= \beta + c$
III, e la IV $= \gamma + d$
IV, e la V $= \delta + e$

Si faccia ora $\frac{a}{b} = -P$, $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$; $\frac{\delta}{e} = -S$;

$\frac{\beta}{b} = B$; $\frac{\gamma}{c} = C$; $\frac{\delta}{d} = D$; $\frac{\varepsilon}{e} = E$

e si ponga $B' = \frac{B}{B+1}$; $C' = \frac{C}{C+1}$; $D' = \frac{D}{D+1}$; $E' = \frac{E}{E+1}$.

le distanze focali delle lenti I, II, III, IV, V si chiamino p, q, r, s, t; e supponendo che la distanza a dell' oggetto dalla I lente sia infinita, si avrà $p - \alpha$. Per fare poi che i raggi sortano paralleli dall' ultima oculare si dovrà fare

$s=\infty$, e sarà quindi $e=t$, e per conseguenza $E=\infty$, ed $E'=1$.

Finalmente sia π la ragione della semiapertura della II lente alla sua distanza focale, π' la stessa ragione per la III lente, π'', e π''' per la IV, e V lente, ed esprimendo per m il numero delle volte che il diametro dell' oggetto viene ingrandito, cosicchè sia nel nostro caso $m=-PQRS$, per O la distanza dell' occhio dall' ultima oculare; e per ϕ il semidiametro del campo apparente di maniera che sia

$\phi=\frac{\pi-\pi'+\pi''-\pi'''}{m+1}$, si avranno le seguenti equazioni per le distanze determinatrici.

$$a=\frac{PQ}{BC}\gamma;\ b=\frac{-Q}{BC}\gamma;\ \beta=\frac{-Q}{C}\gamma;\ c=\frac{1}{C}\gamma$$

$$d=\frac{-1}{R}\gamma;\ \delta=\frac{-D}{R}\gamma;\ e=\frac{D}{RS}\gamma;$$

e le distanze focali saranno

$$p=\frac{PQ}{BC}\gamma;\ q=\frac{-B'Q}{BC}\gamma;\ r=\frac{C'}{C}\gamma;\ s=\frac{-D'}{R}\gamma,\ t=\frac{D}{RS}\gamma.$$

quindi gl' intervalli tra la

I, e la II lente $=a+b=\frac{Q\gamma}{BC}(P-1)$

II, e la III $=\beta+c=\frac{\gamma}{C}(1-Q)$

III, e la IV $=\gamma+d=\gamma(1-\frac{1}{R})$

IV, e la V $=\delta+e=\frac{-D\gamma}{R}(1-\frac{1}{S})$

e la distanza dell' occhio

dall' ultima oculare $=O=\frac{-\pi'''}{m\phi}t$.

Questi intervalli devono essere tutti positivi, diversamente ne risulterebbe un cannocchiale illusorio (*a*).

Siccome le prime tre lenti, che formano l' oggettivo, devono essere tra loro poco distanti per non diminuire di troppo il campo apparente, dovranno per conseguenza P, e $\mathfrak{Q}$ essere poco differenti dell' unità, e potremo supporre come nell' oggettivo perfetto d' *Eulero* $P = \frac{20}{19}$ e facendo il primo intervallo $a + b$ eguale al secondo $\beta + c$, ossia $\frac{\mathfrak{Q}}{BC}\gamma(P-1) = \frac{\gamma}{C}(1-\mathfrak{Q})$ avremo $\mathfrak{Q} = \frac{19B}{19B+1}$. Quindi siccome γ è positivo, e per ipotesi $P > 1$, e $\mathfrak{Q} < 1$, acciocchè i due primi intervalli restino positivi dovranno essere B, e C positivi. Vedremo ben tosto che S deve essere necessariamente negativo, e per conseguenza R positivo, onde l' ultimo intervallo $= \delta + e$ non può essere positivo a meno che non sia D negativo.

Si avranno in seguito le equazioni seguenti.

$$\pi = \frac{(1-P)\phi}{B}$$

$$-\pi' = \frac{(1-P\mathfrak{Q})\phi - \pi}{C'}$$

$$\pi'' = \frac{(1-P\mathfrak{Q}R)\phi + \pi - \pi'}{D}$$

Per evitare gli angoli troppo grandi, e per avere nello stes-

(*a*) Vennero alcune volte proposte delle combinazioni di oculari affatto impraticabili appunto per non aver avuto riguardo alla qui indicata proprietà. Se per esempio si volessero mettere due oculari in un cannocchiale astronomico in maniera che l' immagine reale stasse tra l' oggettivo e la prima oculare, si avrebbe necessariamente S positivo e maggiore dell' unità, R negativo, e D negativo, quindi l' intervallo tra le due oculari $= \delta + e$ risulterebbe negativo, lo che sarebbe un assurdo. Oltre di che se una tale combinazione fosse praticabile, col togliere nello stesso tempo il margine colorato degli oggetti, il campo apparente non risulterebbe doppio, ma molto minore di quello, che si ottiene con una sola oculare. Quindi si vede, che il progetto del celebre Artista *Ramsden* proposto nelle Transazioni Filosofiche della Società Reale di Londra per l' anno 1783 parte I pag. 94 non è eseguibile.

ſo tempo un campo apparente più grande conviene fare iſoſcele l' ultima oculare, per lo che ſi potrà mettere

$$-\pi''' = \frac{1}{4}.$$

Il valore di ϕ è ſempre una frazione molto piccola quando m è grande, e le quantità P, e PQ ſono poco diverſe dall' unità, onde π, e π' diventano piccoliſſimi, e ſi poſſono conſiderare come eguali a zero. Per tal modo B, e C reſtano tuttavia indeterminate, e la terza equazione ſi riduce a

$$\pi'' = \frac{(1 - PQR)\phi}{D}$$

Ci reſtano ora tre equazioni alle quali conviene ſoddisfare. La prima, che ſerve a togliere i colori cagionati principalmente dalle oculari ſul margine degli oggetti è

$$0 = \frac{7\pi}{P} - \frac{10\pi'}{PQ} + \frac{7\pi''}{PQR} - \frac{7\pi'''}{PQRS}$$

Suppongo in queſta equazione, e nelle ſeguenti, che la ſola ſeconda lente dell' oggettivo ſia di Flint, e tutte le altre ſieno di Crown. I primi due termini di queſta equazione per la ragione poc' anzi accennata ſi poſſono tralaſciare, e ſi avrà

$$\pi'' = \frac{\pi'''}{S} = \frac{-1}{4S}$$

Per avere il più gran campo poſſibile biſogna prendere $\pi'' = \frac{1}{4}$, e fare la prima oculare iſoſcele conveſſa. Onde ne riſulta $S = -1$. e per conſeguenza avremo $PQR = m$, oſſia $R = \frac{m}{PQ}$, ed il ſemidiametro del campo apparente ſarà

$$\phi = \frac{\pi'' - \pi'''}{m+1} = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1718}{m+1} \text{ minuti di grado.}$$

L' equazione del paragrafo precedente colla ſoſtituzione de' valori ora trovati dà il valore di D', cioè

$$D' = \frac{\phi(1 - PQR)}{\pi''} = \frac{2(m-1)}{m+1}$$

Sarà

Sarà quindi

$$D=\frac{D'}{1-D'}=\frac{-2(m-1)}{3m-1}$$

e nel caso di m molto grande sarà sensibilmente

$$D'=-2\text{, e } D=-\frac{2}{3}$$

La seconda equazione, che serve a togliere ogni confusione prodotta dalla diversa refrangibilità de' raggi, cioè che rende acromatico il cannocchiale, è

$$0=7-\frac{10}{B'.P}+\frac{7}{BC'.PQ}-\frac{7}{BCD'.PQR}+\frac{7}{BCD.PQRRS}$$

I due termini ultimi, che appartengono alle due oculari, sono molto piccoli rispetto ai primi quando m è un numero molto grande, per essere $PQR=m$, e $PQRS=-m$, onde si potranno considerare come nulli. Non è nemmeno necessario di soddisfare a quest' equazione con l' ultima esattezza, primo perchè la proporzione di $\frac{dn}{n-1}:\frac{dn'}{n'-1}=7:10$ può essere un tantino diversa nelle differenti paste di Flint, e Crown, e poi perchè un piccolo sbaglio nell' acromatismo non pregiudica molto alla bontà del cannocchiale (*a*). Avremo dunque

$$0=7-\frac{10}{B'.P}+\frac{7}{BC'.PQ}$$

sostituendo i valori di $B'=\frac{B}{B+1}$, $P=\frac{20}{19}$, $Q=\frac{19B}{19B+1}$, ne ricaveremo

$$C'=\frac{7(19B+1)}{10B(5B+19)}$$

e quindi

(*a*) Il Sig. *Beguelin* ha dimostrato (Memoires de l' Acad. de *Berlin* de l' an. 1763 pag. 19) che se in un dato cannocchiale l' aberrazione prodotta dalla sfericità delle lenti presa lungo l' asse, ossia *l' aberrazione longitudinale di sfericità* è per esempio di un pollice, per produrre un' eguale confusione nell' occhio colla dispersione de' colori fa d' uopo che l' aberrazione longitudinale di refrangibilità sia di 520 pollici.

$$C = \frac{C'}{1 - C'} = \frac{7(19B + 1)}{50BB + 57B - 7}$$

Delle due quantità indeterminate B, C non ce ne rimane ora che una sola in nostro arbitrio, poichè l'altra resta necessariamente determinata con questa equazione. *Eulero* prima di risolvere la terza, ed ultima equazione che viene in seguito, deve aver preso ad arbitrio $B = \frac{9}{5}$ il qual valore sostituito nelle due formole precedenti darebbe

$$C' = \frac{7(9.19 + 5)}{90(9 + 19)} = \frac{1232}{2520} = \frac{22}{45} = 0,\ 4889$$

$$C = \frac{C'}{1 - C'} = \frac{22}{23} = 0,\ 9565$$

Ma dalle dimensioni dell' oggettivo perfetto d' *Eulero* (*Instruction pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection ecc.* pag. 28) si ricava $C = 1,\ 2762$, che è molto diverso dal valore precedente. Dunque, se non mi sono ingannato nei calcoli, si dovrà dire che l'oggettivo proposto nell' opera citata non è acromatico quanto lo potrebbe essere. Mettendo nell' equazione generale dell' acromatismo

$$0 = \frac{dn}{n-1} - \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{B'P} + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{BC'P\mathfrak{Q}}$$

i valori di $P = \frac{20}{19}$, $B = \frac{9}{5}$, $\mathfrak{Q} = \frac{19B}{19B + 1} = \frac{171}{176}$, $B' = \frac{B}{B+1} = \frac{9}{14}$, $C' = \frac{C}{C+1} = \frac{12762}{22762} = 0,\ 5607$, che ricavansi dall' oggettivo Euleriano, si otterrebbe la ragione $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} :: 3 : 4$, invece di quella che danno le sperienze ed assunta dal medesimo *Eulero* tanto nella sua Diottrica quanto nell' opera ora citata, e che è $= 7 : 10$

Passiamo ora alla terza ed ultima equazione, che serve a distruggere totalmente o a rendere insensibile la confusione cagionata dalla sfericità delle lenti. Ritenendo le denominazioni già indicate ed inoltre chiamando λ, λ', λ'', λ''', λ'''' i *numeri arbitrarj* per le lenti I, II, III, IV, V, dei quali

numeri abbiamo già sopra dato un cenno, l' equazione da risolversi nel nostro caso sarà

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu B' P}\left(\frac{\lambda'}{B'^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{1}{B^3 C' P Q}\left(\frac{\lambda''}{C'^2} + \frac{\nu}{C}\right)$$

$$- \frac{1}{B^3 C^3 D' m}\left(\frac{\lambda'''}{D'^2} + \frac{\nu}{D}\right) - \frac{\lambda''''}{B^3 C^3 D^3 . m}$$

I numeri λ''', e λ'''' sono già determinati per le condizioni trovate disopra, cioè che le due oculari debbano essere isosceli convesse. Se inoltre avessimo già preso ad arbitrio un valore di B, e da questo avessimo colla formola del paragrafo precedente ricavato il valore di C, per ottenere un cannocchiale acromatico della medesima forma di quelli proposti da *Eulero* nella citata opera, bisognerebbe prendere ancora λ', e λ'' in modo, che la seconda, e terza lente dell' oggettivo fossero isosceli, ed in quest' ultima equazione non rimarrebbe d' incognito che il solo numero arbitrario λ della prima lente, il quale per conseguenza facilmente coll' equazione medesima si determinerebbe. Ma invece noi lasceremo indeterminata la lettera B, e prenderemo i numeri arbitrarj λ, λ', ecc. in maniera che tutte le lenti sieno isosceli: colla risoluzione poi di quest' ultima equazione troveremo il valore di B, in seguito quello di C, e di tutte quelle lettere che da queste dipendono

Per vedere in qual modo si determinano le curvature delle lenti per mezzo de' numeri arbitrarj, chiameremo F il raggio di sfericità della facciata anteriore della prima lente oggettiva cioè di quella che è voltata verso l' oggetto, e G il raggio della facciata posteriore della stessa lente; similmente F', G'; F'', G''; F''', G'''; F'''', G'''' i rispettivi raggi delle facciate anteriori, e posteriori delle lenti II, III, IV, V; e siccome la sola lente II è di Flint mentre tutte le altre sono di Crown, avremo

$$F = \frac{a}{\sigma \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} \qquad G = \frac{\alpha}{\rho \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$$

$$F' = \frac{Bb}{\rho' B + \sigma' \mp \tau'(1 + B)\sqrt{(\lambda' - 1)}} \qquad G' = \frac{Bb}{\sigma' B + \rho' \pm \tau'(1 + B)\sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

$$F'' = \frac{Cc}{\rho C + \sigma \mp \tau(1+C)\sqrt{(\lambda''-1)}} \qquad G'' = \frac{Cc}{\sigma C + \rho \pm \tau(1+C)\sqrt{(\lambda''-1)}}$$

$$F''' = \frac{Dd}{\rho D + \sigma \mp \tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)}} \qquad G''' = \frac{Dd}{\sigma D + \rho \pm \tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)}}$$

$$F'''' = \frac{e}{\rho \mp \tau\sqrt{(\lambda''''-1)}} \qquad G'''' = \frac{e}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda''''-1)}}$$

Eguagliando ora in ciascuna lente il raggio della facciata anteriore a quello della posteriore si ricaveranno i valori dei numeri arbitrarj che saranno espressi nella maniera seguente.

$$\lambda = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 = 1,\ 60006$$

$$\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma'-\rho'}{2\tau'}\right)^2 \left(\frac{1-B}{1+B}\right)^2 = 1 + 0,\ 67446\,(1-2B)^2$$

$$\lambda'' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 \left(\frac{1-C}{1+C}\right)^2 = 1 + 0,\ 60006\,(1-2C)^2$$

$$\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 \left(\frac{1-D}{1+D}\right)^2 = 1 + 0,\ 60006\,(1-2D)^2$$

ossia per essersi trovato sopra $D' = -2$, sarà

$$\lambda''' = 1 + 0,\ 60006.25 = 16,\ 00150$$

$$\lambda'''' = 1 + \left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 = 1,\ 60006.$$

Si sono già precedentemente trovati i valori di Q, B, C, C' espressi con funzioni di B; onde non rimane che di sostituire questi nella terza equazione indicata sopra. Ma si entrerebbe in un calcolo troppo lungo ed operoso, se dopo la sostituzione si volesse risolvere l' equazione direttamente, e mi pare più espediente il fare alcune supposizioni per i valori di B (*a*) che sostituiti nell' equazione danno diversi ri-

(*a*) Per non andare affatto a tentoni nelle prime supposizioni si potrebbe ottener una prima approssimazione facendo $P = Q = 1$, e tralasciando nell' equazione i termini che hanno m nel denominatore come molto piccoli; per tal modo l' equazione sarebbe

$$0 = \lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mu B'^3} + \frac{\lambda''}{B^3 C'^3} - \frac{\mu''\lambda'}{\mu B B'}$$

ſultati, dai quali co' metodi conoſciuti ſi ricaverebbe il giuſto valore di B, che verifica l' equazione. In queſta maniera dopo poche ſuppoſizioni trovai che nel caſo di $m = 320$ deve eſſere $B = 0,9366$. L'ordine del calcolo nella riſoluzione dell' equazione potrebbe eſſere il ſeguente.

B	$= 0,9366$
LB	$= 9,9715542$
$L(B+1) = L\ 1,9366$	$= 0,2870399$
LB'	$= 9,6845143$
B'	$= 0,48363$
$2B'$	$= 0,96726$
$L(1-2B')^2$	$= 7,0300778$
$L\ 0,67446$	$= 9,8289562$
$L\ 0,000723$	$= 6,8590340$
$\lambda' = 1,000723$	
$L\ 7$	$= 0,8450980$
$L(19B+1) = L\ 18,7954$	$= 1,2740515$
L Numeral	$= 2,1191495$
$L\ 10B$	$= 0,9715542$
$L(5B+19) = L\ 23,683$	$= 1,3744367$

Qqqq iij

$+ \frac{\nu}{B^3 CC}$. nella quale ſoſtituendo i valori di $B = \frac{B}{B+1}$; $C = \frac{7}{3(B+1)}$; $C = \frac{7}{3B+10}$. $\lambda = 1,60006$; $\lambda' = 1 + 0,67446 \left(\frac{1-B}{1+B}\right)^2$; $\lambda'' = 1 + 0,60006\ (1-2C)^2$ $= 1 + 0,60006 \left(\frac{3B-4}{3B+10}\right)^2$, ed i valori di μ', μ, ν, ν ſopra aſſegnati, otterreſſimo un' equazione di terzo grado la quale riſolta dà i tre ſeguenti valori di B, $B = -1$; $B = 1,4023$; $B = 5,3485$. La prima radice $B + 1 = 0$ è inutile, perchè indica ſoltanto il caſo di tre lenti piane, ſi potrà dunque prendere una delle altre due, per eſempio la ſeconda, come una prima approſſimazione. Si noti che queſto caſo particolare, e limitato dalle ſuppoſizioni di $P = Q = 1$, ed in cui non ſi tiene conto della confuſione prodotta dalle oculari, è ſtato già da molti Ottici trattato. Egli è per altro evidente che la groſſezza ſola delle lenti non permette di ſupporre $P = 1$, $Q = 1$, ma ſi dovrebbe fare almeno $P = \frac{46}{45}$ e $Q = \frac{45B}{45B+1}$.

L Denomin. . . . . $=2,3459909$
L Numerat. . . . . $=2,1191495$
LC' . . . . . $=9,7731586$
C' . . . . . $=0,59314$
$1-C'$ . . . . . $=0,40686$
$L(1-C')$ . . . . . $=9,6094429$
LC . . . . . $=0,1637157$
$1-2C'$ . . . . . $=0,18628$
$L(1-2C')^2$ . . . . . $=8,5403510$
$L\ 0,60006$ . . . . . $=9,7781947$
$L\ 0,020823$ . . . . . $=8,3185457$

$\lambda''=1,020823.$

$L\ 19B=L\ 17,7954$ . . . . . $=1,2503077$
$L(19B+1)$ . . . . . $=1,2740515$
$L\mathfrak{Q}$ . . . . . $=9,9762562$

Per maggiore facilità si dispongano in ordine questi valori

$L\frac{1}{B}$ . . . . . $=0,0284458$

$L\frac{1}{B'}$ . . . . . $=0,3154857$

$L\frac{1}{C}$ . . . . . $=9,8362843$

$L\frac{1}{C'}$ . . . . . $=0,2268414$

$L\frac{1}{\mathfrak{Q}}$ . . . . . $=0,0237438$

$L\frac{1}{P}$ . . . . . $=9,9777236$

Calcolo dei termini della terza equazione.

$L\frac{\mu'}{\mu}=L\ 0,8834$ . . . . . $=9,9461786$

$L\frac{1}{P}$ . . . . . $=9,9777236$

$L\lambda' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0003138$

$L\frac{1}{B'^3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,9464571$

$L\frac{\mu'\lambda'}{\mu B'^3 P} = L\,7,42460 \ldots\ldots\ldots = 0,8706731$

$L\lambda'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0089504$

$L\frac{1}{B^3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0853374$

$L\frac{1}{P\mathfrak{Q}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0014674$

$L\frac{1}{C'^3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,6805242$

$L\frac{\lambda''}{B^3C'^3P\mathfrak{Q}} = L\,5,97420 \ldots\ldots\ldots = 0,7762794$

$L\nu' = L\,0,2529 \ldots\ldots\ldots\ldots = 9,4029488$

$L\frac{\mu'}{\mu P} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 9,9239022$

$L\frac{1}{BB'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,3439315$

$L\frac{\nu'\mu}{\mu BB'P} = L\,0,46858 \ldots\ldots\ldots = 9,6707825$

$L\nu = L\,0,2196 \ldots\ldots\ldots\ldots = 9,3416323$

$L\frac{1}{B^3P\mathfrak{Q}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0868048$

$L\frac{1}{CC'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0,0631257$

$L\frac{\nu}{B^3CC'P\mathfrak{Q}} = L\,0,31014 \ldots\ldots\ldots = 9,4915628$

La somma de' termini che appartengono all' oggettivo sarà quindi $1,60006 - 7,42460 + 5,97420 - 0,46858$

$+0,31014 = -0,00878$. Passiamo al calcolo degli altri termini appartenenti alle oculari

$L\lambda''' = L\,16,0015 \quad \ldots\ldots\ldots = 1,2041606$

$L\frac{1}{m} = L\frac{1}{320} \quad \ldots\ldots\ldots = 7,4948500$

$L\frac{1}{B'} \quad \ldots\ldots\ldots = 0,0853374$

$L\frac{1}{C'} \quad \ldots\ldots\ldots = 9,5088529$

$L\frac{1}{D''} = L\left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots = 9,0969100\,(-)$

$L - \frac{\lambda'''}{B'C'D''m} = L + 0,00245 \quad \ldots = 7,3901109$

$L\lambda'''' = L\,1,60006 \quad \ldots\ldots\ldots = 0,2041363$

$L\frac{1}{m} \quad \ldots\ldots\ldots = 7,4948500$

$L\frac{1}{B'C'} \quad \ldots\ldots\ldots = 9,5941903$

$L\frac{1}{D'} = L\left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots = 0,5282739\,(-)$

$L - \frac{\lambda''''}{B'C'D'm} = L + 0,00663 \quad \ldots = 7,8214505$

$L\nu \quad \ldots\ldots\ldots = 9,3416323$

$L\frac{1}{m} \quad \ldots\ldots\ldots = 7,4948500$

$L\frac{1}{DD'} = L\frac{3}{4} \quad \ldots\ldots\ldots = 9,8750613$

$L\frac{1}{B'C'} \quad \ldots\ldots\ldots = 9,5941903$

$L - \frac{\nu}{B'C'DD'm} = L - 0,00020 \quad \ldots = 6,3057339$

La

La somma de' termini per le oculari sarà $=0,00245 + 0,00663 - 0,00020 = 0,00888$. La somma di questi co' precedenti dell' obbiettivo sarà dunque $=0,00888 - 0,00878 = 0,0001$. L' equazione resta pertanto verificata col valore di $B = 0,9366$, poichè la differenza di una diecimillesima è affatto insensibile, e si può francamente trascurare.

Per un altro ingrandimento m minore di 320 il risultato dell' equazione diventa maggiore, cosicchè pel caso di $m = 50$, arriva a $0,0476$. Tuttavia siccome i più accreditati Autori d'Ottica *d'Alembert* (*a*), *Beguelin* (*b*), *Hennert* (*c*) sostengono, che l' aberrazione cagionata dalla sfericità delle lenti, e misurata sull' asse del cannocchiale, e che chiamasi volgarmente *aberrazione longitudinale*, è insensibile all' occhio quando non oltrepassa la quantità $0,080075\gamma$ e molte volte resta ancora insensibile quantunque sia maggiore di $0,000075\gamma$; ci resta da vedere quale debba essere il risultato della nostra equazione che renda l' *aberrazione longitudinale* $= \pm 0,000075\gamma$. Pongasi generalmente il risultato medesimo $= H$, ed il semidiametro dell' apertura dell' oggettivo $= x$. Vedremo tosto che il nostro oggettivo dà $x = 0,0975\gamma$; l' aberrazione longitudinale sarà

$$\frac{\mu H B^2 C^2 D^2 x^2}{p}$$

Ora abbiamo già trovato $B = 0,9366$, log. $C = 0,1637157$, e per conseguenza $C = 1,4579$, $D = -\frac{2}{3}$, ed è $p = \frac{PQ}{BC}\gamma = 0,7299\gamma$, $\mu = 0,9875$, $x = 0,0975\gamma$: fatta la sostituzione di questi valori nella formola precedente, essa diventa $= 0,01066H\gamma$, e fatta questa eguale al limite dell' aberrazione insensibile $0,000075\gamma$ darebbe

(*a*) Memoires de l' Acad. de Berlin. Année 1769 pag. 259.

(*b*) Memoires de l' Acad. de Berlin. An. 1763 pag. 9.

(*c*) Dissertation sur les moyens de donner la plus grande perfection possible aux lunettes, qui a remporté le prix de l' Acad. de Berlin en 1772.

$H = 0,00704$. Dunque finchè il risultato della nostra equazione non arriva a questo limite $0,00704$, si potrà prendere m maggiore, o minore di 320 come si vuole senza essere obbligati a mutare il valore trovato di $B = 0,9366$. Vale a dire che, l' oggettivo, il quale fa il massimo effetto pel caso di $m = 320$, sarà con quella restrizione egualmente buono qualora gli si adattino delle oculari diverse da quelle che convengono all' ingrandimento di 320 volte. Per la stessa ragione quantunque nel caso di $m = 320$ l' artista non eseguisca coll' estrema esattezza le lenti in maniera che il valore di B devj un poco dall' assegnato $= 0,9366$, purchè la deviazione non sia tale da produrre $H > 0,00704$, il cannocchiale sarà sempre eccellente, e la piccola confusione che vi rimarrà non sarà percettibile.

Dal calcolo esposto abbiamo ottenuti i valori seguenti

$$\text{Log.}\, B = 9,9715542; \qquad B = 0,93660$$
$$\text{Log.}\, B' = 9,6845143; \qquad B' = 0,48363$$
$$\text{Log.}\, C = 0,1637157; \qquad C = 1,45786$$
$$\text{Log.}\, C' = 9,7731586; \qquad C' = 0,59314$$
$$\text{Log.}\, P = 0,0222764; \qquad P = 1,05263$$
$$\text{Log.}\, \mathfrak{Q} = 9,9762562; \qquad \mathfrak{Q} = 0,94680.$$
$$\text{Log.}\, \frac{R}{m} = 0,0014674; \qquad R = 1,00338.m.$$
$$S = -1.$$
$$D = -\frac{2(m-1)}{3m-1} = -\frac{2}{3}$$
$$D' = -\frac{2(m-1)}{m+1} = -2$$

Quindi per le distanze determinatrici si avrà

$$\text{Log.}\, \frac{a}{\gamma} = 9,8632627; \qquad a = 0,72990\gamma$$
$$\text{Log.}\, \frac{b}{\gamma} = 9,8409863; \qquad b = -0,69340\gamma$$
$$\text{Log.}\, \frac{\beta}{\gamma} = 9,8125405; \qquad \beta = -0,64944\gamma$$
$$\text{Log.}\, \frac{c}{\gamma} = 9,8362843; \qquad c = 0,68594\gamma$$

$$d = -\frac{1}{1,00338.m}\gamma = -\frac{\gamma}{m}$$

$$\delta = e = \frac{2(m-1)}{3m-1} \cdot \frac{1}{1,00338m}\gamma = \frac{2}{3m}\gamma$$

Gl' intervalli fra la lente

I e II $= a + b = 0,03650\gamma$

II e III $= \beta + c = 0,03650\gamma$

III e IV $= \gamma + d = \frac{m-1}{m}\gamma$

IV e V $= \delta + e = \frac{4}{3m}\gamma$

Diſtanza dell' occhio $= O = \frac{m+1}{3mm}\gamma = \frac{1}{3m}\gamma$

La ſomma di tutti queſti intervalli darà la lunghezza del cannocchiale, che trovaſi $= (1,073 + \frac{2}{3m})\gamma$. L' immagine reale in queſto cannocchiale ſta fra le due oculari, ed è diſtante dalla prima della quantità $\delta = \frac{2}{3m}\gamma$. Il ſuo ſemidiametro a cui ſi deve eguagliare il raggio del diaframma è $= \phi P \mathcal{Q} D\gamma = \frac{1}{3m}\gamma$

Le diſtanze focali delle lenti ſaranno

$p = 0,72990\gamma$; $q = -0,33535\gamma$; $r = 0,40686\gamma$

$s = -2d = \frac{2}{m}\gamma$; $t = \delta = \frac{2}{3m}\gamma$

Finalmente il raggio della facciata anteriore, e poſteriore della lente

Prima $= 2(n-1)p = 0,77369\gamma$

Seconda $= 2(n'-1)q = -0,38901\gamma$

Terza $= 2(n-1)r = 0,43127\gamma$

Quarta $= 2(n-1)s = \frac{2,12}{m}\gamma$

Quinta $= 2(n-1)t = \frac{2,12}{3m}\gamma$

Le due ultime lenti IV, e V, che sono le oculari, devono avere tutta l' apertura di cui sono capaci. Per trovare l' apertura dell' oggettivo $=2x$ seguiremo la pratica adottata da *Eulero*, la quale consiste nell' eguagliare x alla quarta parte del raggio minimo di curvatura delle tre lenti oggettive. Nel nostro oggettivo il raggio minimo è quello della lente isoscele concava di Flint, cioè della lente II, e fu trovato $=0,38901\gamma$. Avremo dunque $x=\frac{0,38901}{4}\gamma$ $=0,0975\gamma$. Volendo dare al cannocchiale una grande chiarezza faremo pure con *Eulero* $x=\frac{m}{50}$, ed otterremo quindi $\gamma=\frac{m}{50.0,0975}=\frac{m}{5}$ prossimamente.

Aggiungeremo ora un esempio per direzione degli artisti, e prenderemo il caso di $m=320$, che è il massimo ingrandimento dato da *Eulero* a' suoi cannocchiali. Questo servirà a confrontare i vantaggi dell' oggettivo trovato, con quelli dell' oggettivo perfetto Euleriano

CANNOCCHIALE ASTRONOMICO

Con oggettivo triplo, e a due oculari, che ingrandisce il diametro degli oggetti 320 volte.

	Pollici
I L' oggettivo composto di tre lenti avrà la sua distanza focale di	64, 00
Il diametro della sua apertura	12, 48
1°. La prima lente di Crown ed egualmente convessa d' ambedue le parti avrà la distanza focale	47, 71
Il raggio di curvatura dell' una, e dell' altra facciata	49, 52
2.° Dal mezzo di questa lente al mezzo della seconda si metterà la distanza di	2, 34
3.° La seconda lente di Flint concava egualmente d' ambedue le parti avrà per distanza focale	21, 46
Ed il raggio di curvatura dell' una, e dell' al-	

	Pollici
tra facciata	24, 90
4.° La diſtanza del mezzo di queſta lente al mezzo della ſeguente deve eſſere	2, 34
5.° La diſtanza focale della terza lente di Crown egualmente conveſſa d' ambedue le parti	26, 04
Il raggio di curvatura di ciaſcuna delle ſue facciate	27, 60
II La diſtanza di queſt' oggettivo alla prima lente oculare	63, 87
La prima lente oculare di Crown egualmente conveſſa d' ambedue le parti avrà per diſtanza focale	0, 40
Ed il raggio di curvatura di ciaſcuna facciata	0, 42
III La diſtanza della prima oculare al diaframma dev' eſſere	0, 13
Il diametro del diaframma	0, 13
IV La diſtanza della precedente oculare alla ſeconda, ed ultima ſarà di	0, 27
La ſeconda oculare di Crown egualmente conveſſa d' ambe le parti, avrà per diſtanza focale	0, 13
Ed il raggio di ciaſcuna delle due facciate	0, 14
V La diſtanza dell' occhio dall' ultima oculare dev' eſſere di	0, 07
Il diametro del campo apparente ſarà di	10′, 42″
La lunghezza totale del cannocchiale	68, 89

Adatteremo ora al medeſimo oggettivo una combinazione di tre lenti oculari diſpoſte in maniera che il cannocchiale ſerva per gli oggetti terreſtri, e li rappreſenti dritti. In queſto caſo prendendo $m = 200$ il riſultato dell' equazione, che ſerve a diſtruggere la confuſione cagionata dalla sfericità delle lenti, è $= 0,00022 = H$, cioè molto minore del limite trovato ſopra, che era $= 0,00704$, onde ſe ne può aſpettare il più grande effetto.

Cannocchiale Terrestre

Con oggettivo triplo ed a tre oculari che ingrandisce il diametro degli oggetti 200 *volte.*

	Pollici
I L' oggettivo composto di tre lenti, delle quali la prima e la terza di Crown, e la seconda di Flint, avrà la distanza focale di	40, 00
Il diametro della sua apertura	7, 80
1.° La prima lente di Crown egualmente convessa d' ambedue le parti avrà per distanza focale	29, 20
Ed il raggio di curvatura delle due facciate	30, 95
2.° Dal mezzo di questa lente al mezzo della seconda vi sarà l' intervallo di	1, 46
3.° La seconda lente di Flint egualmente concava d' ambedue le parti avrà per distanza focale	13, 41
Ed il raggio di curvatura di ciascuna delle due facciate	15, 56
4.° Dal mezzo di questa lente al mezzo della terza vi sarà l' intervallo di	1, 46
5.° La distanza focale della terza lente di Crown egualmente convessa d' ambe le parti sarà di	16, 27
Ed il raggio di ciascuna delle due facciate	17, 25
II La distanza dell' oggettivo alla prima lente oculare sarà di	40, 48
III La prima lente oculare di Crown egualmente convessa d' ambedue le parti avrà per distanza focale	0, 48
Ed il raggio di curvatura di ciascuna delle due facciate	0, 51
IV La distanza della prima oculare dalla seconda sarà	2, 16
V La seconda oculare di Crown egualmente convessa d' ambedue le parti avrà per distanza focale	0, 97
Ed il raggio di ciascuna delle due facciate	1, 03
VI Fra la seconda e la terza oculare vi sarà l' intervallo di	1, 37

		Pollici
VII	La terza, ed ultima oculare di Crown egualmente conveſſa d' ambedue le parti avrà per diſtanza focale	0, 40
	Ed il raggio di ciaſcuna delle due facciate	0, 42
VIII	La diſtanza dell' occhio dall' ultima oculare dev' eſſere di	0, 28
IX	Il diametro del campo apparente	12' 9"
X	La lunghezza totale del cannocchiale	47, 21.

Si potrebbero in ſimile maniera moltiplicare gli eſempj coll' adattare al trovato oggettivo altri ſiſtemi di oculari per ottenere un campo apparente più grande, come ha fatto *Eulero* nell' opera molte volte citata, ma per non prolungare più oltre queſto ſcritto finirò col rammentare agli artiſti l' avvertimento dato dal medeſimo *Eulero*, cioè che per una maggiore ſicurezza del buon eſito del cannocchiale, ſarà bene di prendere le miſure qui eſpoſte in pollici, e centeſime di pollice dal piede che ha i pollici più grandi. In caſo che le curvature delle lenti non riuſciſſero eſattamente della grandezza preſcritta, avvicinando, o slontanando un poco una lente dall' altra vi ſi potrà molte volte rimediare.