DELLE VARIAZIONI NELLA LONGITUDINE ELIOCENTRICA D' UN PIANETA, CHE DERIVANO DALLA DI LUI ABERRAZIONE E NUTAZIONE, DALL' ABERRAZIONE DEL SOLE, E DALLE PERTURBAZIONI CAGIONATE NELLO STESSO PER L'AZIONE DEI PIANETI E DELLA LUNA SULLA TERRA.

MEMORIA

Del Sig. Giuseppe Slop de Cadenberg

Ricevuta il dì 24 *Luglio* 1806.

Le tavole del sole ci danno la di lui longitudine affetta dall' aberrazione, cioè 20″ minor della vera, e ciò basta per avere con esattezza la longitudine apparente; se poi si cerca dalle tavole planetarie la longitudine d' un pianeta, bisogna che quella del Sole non sia l' apparente, ma la longitudine vera.

Per dimostrarlo, sia (*Fig.* 1) s il luogo apparente del Sole, che è quello che si ha dalle tavole, t il luogo della terra, e p quello d' un pianeta superiore. Fatto in t l' angolo $sts' = 20''$, e tirata da s a ts la perpendicolare ss', si avrà in s' il luogo vero del Sole, che è quello non affetto dall' aberrazione. Se si prolunghi la ts finchè sia $so = sp$, e si tiri da o ad s' la retta os', si avrà l' angolo $sos' = \frac{ts \times 20''}{os} = \frac{ts \times 20''}{sp}$. Dal punto p si tirino ad s ed s' le rette ps, ps', e da s la perpendicolare sq alla ps' prolungata. L' angolo sps' sarà la differenza fra le due longitudini eliocentriche del pianeta viste da s ed s', che nel caso della figura dovrà sottrarsi da quella vista in s per avere la longitudine eliocentrica vera in s'. Il valor di quest' angolo si troverà facendo $R : \cos. qss' :: ss' : sq :: sos' \left(\frac{ts \times 20''}{sp}\right) : sps' = \frac{ts \times 20''}{sp} \times \cos. qss'$.

Per la piccolezza dell' angolo sps' si potrà senza error sensibibile considerar psq come retto, e prendere $s'sq = pso$, ed allora essendo cos. pso = cos. (360° — pso) = cos. (*long. del sole — long. elioc. del pianeta*) = cos. *commut. del pianeta*, si avrà $sps' = \frac{ts \times 20''}{sp} \times$ cos. *commut. del pianeta*.

Se il pianeta è inferiore (*Fig.* 2) si avrà come sopra $sos' = \frac{ts \times 20''}{sp}$, ed $sps' = \frac{ts \times 20''}{sp} \times$ cos. $s'sq$ $= \frac{ts \times 20''}{sp} \times$ cos. osp, e siccome osp è uguale alla longitudine eliocentrica del pianeta meno la longitudine del sole, che per i pianeti inferiori ne è la commutazione, sarà anche per i pianeti inferiori $sps' = \frac{ts \times 20''}{sp} \times$ cos. *commut.*, che nel caso della *Fig.* 2 dovrà sottrarsi dalla longitudine eliocentrica vista in s per avere la longitudine eliocentrica vera del pianeta vista in s'.

La longitudine apparente del sole che è quella che osserviamo dalla terra, e che ci mostrano le tavole, comprende le sei piccole equazioni che non derivano dalla forza centrale primaria del sole sopra la terra, ma dalle alterazioni cagionate alla stessa per le azioni della Luna, di Giove, di Venere, e di Marte. Qust'equazioni facendo variare il luogo del sole, faranno variare ancora la longitudine eliocentrica del pianeta, quale se si vuole avere libera anche dagli effetti di queste piccole equazioni, di modo che la longitudine eliocentrica del pianeta sia quella che si avrebbe, se la terra non fosse animata che dalla sola forza centrale derivante dal sole, si otterrà ciò facilmente collo stesso calcolo, di cui ci siamo poc'anzi serviti per l' aberrazione.

Per far ciò, bisognerà prendere ciascuna delle sei equazioni col segno contrario a quello che avrà nelle tavole, ed aggiungerne la somma all' aberrazione nella formula dimostrata, onde facendo la somma eguale ad m, si avrà allora $sps' = \frac{ts \times (20 + m)}{sp} \times$ cos. *commut.* Quest' equazione è generale per ogni posizione dei pianeti tanto superiori che inferiori, come ognuno potrà rilevare dalla figura, colla quale rappresenterà la posizione del pianeta.

Risulta da quest' equazione, che quando m è quantità positiva, o essendo negativa sia minore di $20''$, il piccolo angolo sps' dovrà sottrarsi dalla longitudine eliocentrica vista in s nei tre primi e tre ultimi segni della commutazione, ed aggiungersi nei sei segni di mezzo per avere la longitudine eliocentrica vista in s', ed al contrario dovrà aggiungersi nei tre primi e tre ultimi segni, e sottrarsi nei sei segni di mezzo, se m essendo quantità negativa, sarà maggiore di $20''$. Risulta ancora, che l' angolo sps' è il massimo a zero ed a sei segni, e nullo a tre e a nove segni della commutazione, ai quali l'istesso angolo cangerà di segno, onde si vede che ai tre ed ai nove segni nonostante l' aberrazione del sole, e qualunque sia la quantità m, la longitudine vista da s sarà sempre la stessa di quella vista da s'.

L' aberrazione e la nutazione del pianeta producono anch' esse dei cangiamenti nella di lui longitudine eliocentrica. Per determinarne il valore e la direzione (*Fig.* 3) sia s il luogo del sole, t quello della terra, e p il luogo apparente d' un pianeta superiore. Si faccia in t l'angolo ptp' eguale alla somma o alla differenza dell'aberrazione e nutazione secondo che i loro segni sono gli stessi o contrarj, prendendolo verso p' se detta somma o differenza deve aggiungersi, o verso la parte opposta, se dovrà sottrarsi dal luogo apparente per averne il vero. Dal punto p si descriva la perpendicolare alla pt che terminata alla retta tp' dà in p' il luogo vero del pianeta. Da s tirate a p e p' le rette sp, sp' l'angolo psp' sarà la differenza fra la long. elioc. apparente e la vera del pianeta da aggiungersi nel caso della figura all'apparente in p per avere la longitudine eliocentrica vera in p'. Sulla retta pt si prenda $po=ps$, e si uniscano i punti p' ed o colla retta $p'o$. Ciò posto, si avrà l'angolo $pop'=\frac{tp\times ptp'}{sp}$. Dal punto p abbassata sulla retta $p's$ la perpendicolare pq, avremo $R:\cos.p'pq::p'p:pq::\frac{tp\times ptp'}{sp}:psp'$, e $psp'=\frac{tp\times ptp'}{sp}\times\cos.p'pq$. L'angolo psp' essendo sempre piccolissimo, può senza errore sensibile riguardarsi spq come retto, e prender perciò $p'pq=spt$, che è la parallasse annua del pianeta, ossia la sua longitudi dine eliocentrica meno la longitudine geocentrica, onde si avrà $\frac{tp \times ptp'}{sp} \times$ cos. (*long. elioc. — long. geoc. del pianeta*) .

Sieno come sopra (*Fig.* 4) s, t, p, i luoghi del sole, della terra, ed il luogo apparente del pianeta superiore , e da t si faccia l'angolo ptp' che rappresenti l'aberrazione e la nutazione del pianeta . La perpendicolare a pt tirata da p determinerà nel punto p', dove incontra la retta tp', il luogo vero del pianeta . Si prolunghi pt in modo che sia $po = ps$, e da o descritta la retta op', sarà l' angolo $pop' = \frac{tp \times ptp'}{sp}$. Da s tirate le rette sp, sp', l' angolo psp' che è la differenza fra le due longitudini eliocentriche, vera ed apparente , bisognerà, come sopra , aggiungerlo alla longitudine apparente in p per avere la vera in p' .

Tirata da p ad op' la perpendicolare pq si avrà $psp' = \frac{tp \times ptp}{sp}$ $\times$ cos. $spt = \frac{tp \times ptp'}{sp} \times$ cos. (*long. geoc. — long. elioc.*), espressione che ha luogo dalla congiunzione del pianeta all' opposizione, servendo la prima dall' opposizione sino alla congiunzione .

Se però si rifletta che si ha cos. spt = cos. ($360° - spt$) , e $360° - spt$ = long. elioc. — long. geoc., è chiaro che non v' è bisogno di cangiare l' espressione della formula , e che in tutte le posizioni del pianeta superiore si avrà sempre $psp' = \frac{tp \times ptp'}{sp}$ $\times$ cos. (*long. elioc. — long. geoc.*)

Si vede inoltre che nei pianeti superiori la parallasse annua spt non può mai arrivare a tre segni , perchè allora al triangolo parallattico la distanza della terra al sole ne sarebbe l' ipotenusa, ed il pianeta non potrebbe più esser pianeta superiore ; dal che risulta che la long. elioc. — long. geoc. cioè l' argomento di psp' dall' opposizione alla congiunzione sarà tutto compreso in una parte dei tre primi segni principiando a segno o, e dalla congiunzione all'opposizione in una parte dei tre ultimi, terminando a segno o. In tutti questi segni il coseno è sempre positivo , e perciò il il valore di psp' seguirà nell' intiera rivoluzione sinodica del pianeta la denominazione di ptp', onde quando la somma o la differenza dell' aberrazione e nutazione del pianeta dovrà aggiungersi o sottrarsi dalla longitudine geocentrica apparente per avere la vera, bisognerà aggiungere parimente o sottrarre l' angolo psp' dall' eliocentrica apparente, per avere la longitudine eliocentrica vera del pianeta. Quest' angolo sarà il massimo nella congiunzione, e nella opposizione, ed il minimo nelle quadrature; diminuirà dalla congiunzione e dall' opposizione alle quadrature, e crescerà dalle quadrature alle sizigie.

Siano (*Fig.* 5) s e t i luoghi del sole e della terra, e p il il luogo apparente d' un pianeta inferiore. Tirata la retta pt si faccia in t l'angolo ptp' uguale alla somma o alla differenza dell' aberrazione e nutazione del pianeta, e da p innalzata la pp' perpendicolare a pt, si tirino da s le rette sp, sp' le quali ci daranno l' angolo psp' da aggiungersi nel caso della figura alla longitudine apparente per avere la longitudine vera eliocentrica. Da p sulla retta pt presa $po = ps$, tirata da o la retta op', e da p ad sp' la perpendicolare pq, sarà, come sopra, l' angolo $pop' = \frac{tp \times ptp'}{sp}$, e l'angolo $psp' = \frac{tp \times ptp'}{sp} \times \cos.spt = \frac{tp \times ptp'}{sp} \times \cos.(\textit{long. elioc.} - \textit{long. geoc.})$

Dalla semplice inspezione della figura si conosce che l'angolo al pianeta spt, o sia la longitudine eliocentrica meno la longitudine geocentrica dalla congiunzione superiore, in cui è eguale a 0 gradi, crescendo sempre, diviene nella congiunzione inferiore di gradi 180, e da questa continuando sempre a crescere diventa di 360 o sia di 0 gradi nel suo ritorno alla congiunzione superiore, dal che apparisce che l' angolo psp' sarà il massimo a 0 e VI segni dell' argomento *long. elioc.* — *long. geoc.*, e nullo ai III e IX segni, ai quali la longitudine eliocentrica apparente sarà la stessa dell' eliocentrica vera, e che nei tre ultimi e tre primi sei segni l'angolo psp' conserverà il segno dell' angolo ptp', e lo avrà contrario nei sei segni di mezzo.

La teoria d' un pianeta essendo fondata sul calcolo delle forze ze centrali, cioè della primaria residente nel sole, e delle piccole perturbatrici derivanti da ciascuno degli altri pianeti, le tavole che se ne ricavano, devono dare la di lui longitudine eliocentrica vera, cioè non affetta dalla sua aberrazione e nutazione, nè dall' aberrazione del sole e piccole di lui ineguaglianze, che nascono dalle azioni degli altri pianeti e della luna sulla terra. Se a questa longitudine si applicano in senso contrario le due equazioni da noi dimostrate, è chiaro che se ne avrà la di lui longitudine eliocentrica apparente, la di cui corrispondente geocentrica sarà ancor essa apparente. Questa, supposte giuste le tavole, ed esatta l' osservazione, non potrà differire dalla longitudine del pianeta, che si sarà osservata di su la terra, onde ogni differenza, se l' osservazione è esatta, sarà il vero error delle tavole.

NUO-

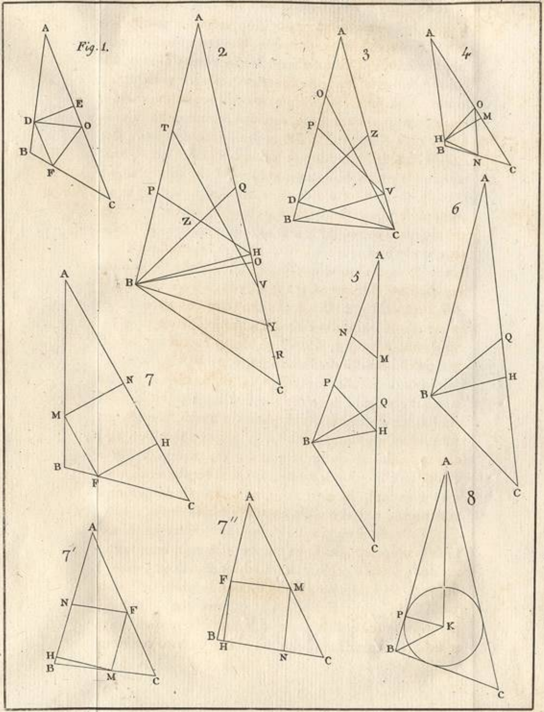
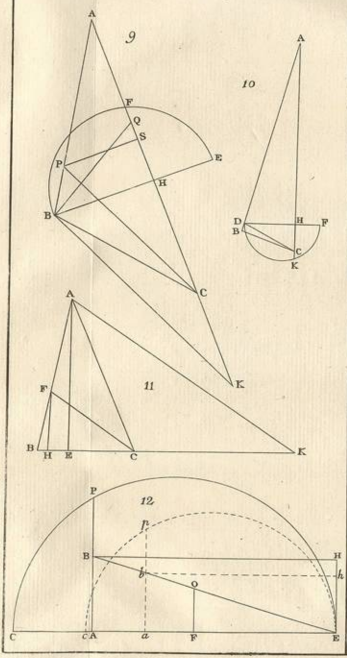


Fig. 1.
2
3
4
5
6
7
7′
7″
8



MEMORIA SLOP p. 340